Etude des trajets multiples sur les liaisons hertziennes en visibilité : synthèse bibliographique

M. Sylvain

▶ **To cite this version:**

M. Sylvain. Etude des trajets multiples sur les liaisons hertziennes en visibilité : synthèse bibliographique. [Rapport de recherche] Centre de recherches en physique de l'environnement terrestre et planétaire (CRPE). 1984, 266 p., figures, graphiques. hal-02191793

HAL Id: hal-02191793

https://hal-lara.archives-ouvertes.fr/hal-02191793

Submitted on 23 Jul 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

RP 182 (61)

CENTRE NATIONAL D'ETUDES DES TELECOMMUNICATIONS

CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

CENTRE DE RECHERCHES EN PHYSIQUE DE L'ENVIRONNEMENT TERRESTRE ET PLANETAIRE

CRPE

NOTE TECHNIQUE
CRPE / 133

BIBLIOTHEQUE DU CENTRE DE DOCUMENTATION C.N.R.S.

B

ETUDE DES TRAJETS MULTIPLES SUR LES LIAISONS HERTZIENNES EN VISIBILITE : SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE.

TNF

Par

M. SYLVAIN

RPE/ETP
38 - 40 Rue du Général Leclerc
92131 ISSY LES MOULINEAUX . FRANCE.

30 OCT. 1985

CENTRE NATIONAL D'ETUDES
DES TELECOMMUNICATIONS
Centre PARIS B

CENTRE NATIONAL DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE
Département TOAE

CENTRE DE RECHERCHES EN PHYSIQUE DE L'ENVIRONNEMENT TERRESTRE ET PLANETAIRE

NOTE TECHNIQUE CRPE/133

ETUDE DES TRAJETS MULTIPLES SUR LES LIAISONS HERTZIENNES EN VISIBILITE : SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE

par

M. SYLVAIN

RPE/ETP
38-40 rue du Général Leclerc
92131 ISSY-LES-MOULINEAUX, FRANCE

Le Directeur

R. GENDRIN

Le Directeur Adjoint

M. BLANC

Juin 1984

AVANT PROPOS

Au moment où le CRPE s'engageait dans un important programme d'études des trajets multiples, il a paru opportun de faire le point sur les travaux, tant expérimentaux que théoriques, ayant déjà été réalisés, aussi bien en France qu'à l'étranger.

Compte-tenu de l'abondance des publications consacrées au sujet depuis la fin de la dernière guerre, il ne pouvait être question de les citer toutes*. Notre seule ambition a été de fournir une vue aussi complète que possible des différentes façons d'aborder le phénomène ainsi que les principaux résultats obtenus. Lorsqu'un grand nombre de travaux ont conduit à des résultats similaires, nous nous sommes contentés d'en retenir quelques uns à titre d'exemples. Dans cette perspective, nous espérons n'avoir pas commis d'oubli irréparable et avoir traité assez complètement notre sujet.

Nous nous sommes appuyés essentiellement sur les articles publiés dans des revues scientifiques (et quelques rares rapports internes, le plus souvent du CNET) qui permettent généralement d'apprécier la méthodologie mise en oeuvre pour aboutir aux résultats. Cela n'est pas le cas des rapports du CCIR (qui ne s'adressent pas aux mêmes lecteurs, et n'ont pas la même finalité), ce qui explique pourquoi nous y avons fait assez peu référence. Sans doute eut-il été intéressant de consulter les documents de travail du CCIR, mais c'était là une tâche devant l'ampleur de laquelle nous avons reculé.

Nous nous sommes surtout intéressés aux aspects concernant la propagation et la radio météorologie qui constituent les sujets d'étude du CRPE. Toutefois, la grande importance pratique du phénomène ne peut être appréciée qu'en relation avec les perturbations qu'il produit sur les liaisons radioélectriques. L'évaluation de cette influence néfaste, et la recherche des moyens

* *La rédaction de cette note ayant pris une certaine durée pendant laquelle de nouvelles études sur le sujet continuaient de paraître, il a fallu se limiter dans la prise en compte des publications récentes. C'est pourquoi on a décidé de ne citer aucun travail postérieur à ICC 1983 (juin 1983).*

de la combattre n'est d'ailleurs pas sans orienter les études de propagation. C'est pourquoi il nous a paru indispensable d'inclure un chapitre consacré à l'effet des trajets multiples sur les systèmes hertziens.

Nous avons essayé de rendre cette synthèse critique en soulignant les études qui nous paraissent spécialement intéressantes, en dénonçant les erreurs de méthode là où nous en avons repéré et en tâchant de dégager quelques voies à suivre. Malgré un effort d'objectivité, cette partie de notre travail reflète nécessairement les idées de l'auteur. Nous espérons qu'elles ne nuiront pas à l'utilité de l'ensemble.

Je ne voudrais pas terminer cet avant-propos sans remercier mes collègues Jacques LAVERGNAT et Jean-Pierre MON pour leurs conseils et encouragements tout au long de ce travail. Lucien BOITHIAS, Nicolas SPANJAARD et Peter GOLE ont bien voulu lire des pré-tirages et leurs remarques pertinentes ont permis nombre d'améliorations du texte. Des remerciements tout particuliers vont à Nicole ADANE, pour la lourde tâche de réalisation du manuscrit et au service de dessin de PARIS-B pour la réalisation des figures.

RESUME

Cette note se veut une synthèse critique des travaux publiés depuis la guerre sur les situations de trajets multiples quant à leur incidence sur les liaisons hertziennes en visibilité.

Le chapitre introductif présente le phénomène, décrit les effets dommageables qu'il produit dans les liaisons hertziennes et énumère les différentes méthodes par lesquelles on peut l'étudier, méthodes reprises en détail dans les chapitres suivants.

Le chapitre 2 est consacré exclusivement aux expériences menées par les Bell Laboratories dans l'immédiat après guerre, expériences qui ont le grand intérêt de donner une vision complète des études radioélectriques possibles du phénomène.

Les trois chapitres suivants décrivent les résultats obtenus dans l'analyse des mesures sur fréquence pure. Ce domaine est certainement le mieux connu, même s'il y reste encore du travail à faire. Nous traitons successivement des résultats expérimentaux sur fréquence pure, des modèles théoriques pouvant aider à l'interprétation des résultats expérimentaux, et des résultats de réception en diversité de fréquence ou d'espace (sur fréquence pure).

Au chapitre 6, nous prenons en compte la sélectivité en fréquence des phénomènes de trajets multiples, caractéristique qui les rend particulièrement néfastes dans le cas de liaisons numériques à haut débit. Une solution pour décrire cet aspect indépendamment des équipements utilisés réside dans la modélisation mathématique du canal de propagation ; nous décrivons les principaux modèles mis au point à cette fin.

Le chapitre 7 traite des études radiométéorologiques. On y passe en revue les moyens de mesure de l'indice de réfraction et sa structure moyenne, avant d'en venir aux modèles proposés pour expliquer les situations

de trajets multiples, et à leur confrontation aux mesures. Les derniers paragraphes traitent rapidement des liens avec les études du comportement dynamique du milieu.

Le dernier chapitre consiste en un rapide survol des conséquences des situations de trajets multiples sur les liaisons hertziennes et des moyens d'y remédier dont on dispose.

TABLE DES MATIERES

Chapitre 1 - INTRODUCTION 1

1.1. Présentation du phénomène 1
1.2. Effets sur les communications ; moyens de lutte 2
1.3. Etude du phénomène : les deux attitudes 3
1.4. Les études statistiques à fréquence fixe 4
1.5. Etude de la sélectivité 4
1.6. Intérêt des études de physique du milieu 5

Chapitre 2 - LES ETUDES "HISTORIQUES" 7

2.1. Mesure de l'angle d'arrivée 7
2.2. Mesure de la réponse impulsionnelle 13
2.3. Mesure de la fonction de transfert 16
2.4. Discussion et conclusions 17

Chapitre 3 - STATISTIQUES A FREQUENCE FIXE SUR CANAL SIMPLE : RESULTATS EXPERIMENTAUX 21

3.1. Généralités 21
3.2. Occurrence des situations de trajets multiples 24
3.3. Loi de distribution des niveaux reçus 29
3.4. Nombre et durée des événements 39
3.5. Vitesse de variation du signal 44
3.6. Influence de la fréquence 46
3.7. Influence des caractéristiques de la liaison 48
3.8. Corrélations entre liaisons différentes 55
3.9. Formules globales et discussion 57
Annexe 3A : Loi gamma et loi m de Nakagami 60
Annexe 3B : Le coefficient d'association de Yule 61

Chapitre 4 - STATISTIQUES A FREQUENCE FIXE SUR CANAL SIMPLE : ETUDES THEORIQUES 63

4.1. Généralités 63
4.2. Distribution statistique de l'amplitude et de la phase d'une somme de vecteurs aléatoires 64
4.3. Analyses du nombre et de la durée des événements 81
4.4. Etude de l'enveloppe d'un signal fluctuant par la méthode de LIN 86
4.5. Discussion et conclusions 92

Chapitre 5 - STATISTIQUES A FREQUENCE FIXE SUR CANAL EN DIVERSITE 93

5.1. Généralités 93
5.2. Diversité de fréquence : résultats expérimentaux 95
5.3. Analyse théorique de la réception en diversité 99
5.4. Comparaison de la théorie avec l'expérience : diversité de fréquence 110
5.5. Diversité de fréquences interbandes 112

5.6. Etude de la diversité d'espace 113
5.7. Comparaison de la diversité de fréquence et de la diversité d'espace. 117
5.8. Discussion et conclusions 117

Chapitre 6 - SELECTIVITE EN FREQUENCE DES PHENOMENES DE TRAJETS MULTIPLES. 119

I - GENERALITES 119
6.1. Introduction 119
6.2. Modélisation radioélectrique d'un canal à trajets multiples 120
6.3. Les moyens de mesure 126

II - ANALYSE DE LA SELECTIVITE ET MODELISATION EN BANDE ETROITE ET MOYENNE 131
6.4. Développement de Taylor de la courbe de gain 131
6.5. Développement de Taylor de la courbe de phase 138
6.6. Développement polynomial de la fonction de transfert 141
6.7. Le modèle à deux rayons 148
6.8. Le modèle à trois rayons simplifié 149
6.9. Canal en diversité d'espace 154
6.10. Effet de la longueur du trajet 157
6.11. Discussion et conclusions 159

III - EXPERIENCES EN BANDE LARGE 161
6.12. Description des expériences 161
6.13. Identification des paramètres des rayons 163
6.14. Autres applications des mesures en bande large 167

Chapitre 7 - TRAJETS MULTIPLES ET RADIOMETEOROLOGIE 169

7.1. Introduction 169
7.2. L'indice de réfraction de l'air 170
7.3. Propagation des ondes : quelques rappels 185
7.4. Modèles de trajets multiples 190
7.5. Comparaison des données radioélectriques et des données météorologiques 197
7.6. Observations de l'atmosphère par radar et sodar 206
7.7. Un exemple de modèle prédictif 208
7.8. Etudes théoriques de physique du milieu 210

Chapitre 8 - TRAJETS MULTIPLES ET SYSTEMES DE COMMUNICATIONS 213

8.1. Introduction 213
8.2. Effets sur les systèmes : généralités 215
8.3. Dispositifs correcteurs 223
8.4. Etudes expérimentales 227
8.5. Etudes par simulations en laboratoire 232
8.6. Etudes des effets des trajets multiples sur les différents systèmes de communication 234
8.7. Conclusion 238

BIBLIOGRAPHIE 241

1. INTRODUCTION

1.1. Présentation du phénomène

Dans les conditions normales de propagation dans l'atmosphère, les ondes suivent un trajet unique depuis l'antenne d'émission jusqu'à l'antenne de réception. Toutefois, on sait depuis les années quarante que la propagation en visibilité directe à des fréquences supérieures à 1 GHz s'accompagne parfois d'évanouissements rapides et très profonds que l'on interprète par la présence de plusieurs trajets de propagation simultanés des ondes entre émetteur et récepteur. Cette hypothèse a été vérifiée expérimentalement entre 1944 et 1950 par trois types d'expériences menées par les BELL Labs. (mesure de l'angle d'arrivée ; mesure de la réponse impulsionnelle ; mesure de la fonction de transfert en bande large) que nous décrivons au chapitre 2.

Remarquons que lorsqu'on parle de trajets multiples, on se place dans l'approximation des rayons, qui est généralement valide pour la propagation des ondes centimétriques dans l'atmosphère.

Du point de vue de la propagation, on peut présenter les choses de deux façons équivalentes :

- il y a réception de plusieurs répliques du même signal transmis par des chemins différents,

- le champ électromagnétique autour du récepteur correspond à une zone d'interférences.

Le temps de propagation entre émetteur et récepteur est typiquement de l'ordre de quelques centaines de µs. Sur une durée aussi courte, il est raisonnable de considérer que le milieu de propagation ne s'est pas modifié. On peut alors, en situation de trajets multiples, considérer l'atmosphère comme un filtre caractérisé par la connaissance de sa réponse impulsionnelle ou de sa fonction de transfert. Les paramètres de ce filtre atmosphérique doivent être considérés comme variables sur des durées de l'ordre de la centaine de ms.

Avec l'optique canal de transmission, on peut à nouveau présenter les situations de trajets multiples de deux façons équivalentes :

- réception d'échos décalés dans le temps (aspect temporel)
- filtre sélectif en fréquence (aspect fréquentiel).

1.2. Effets sur les communications ; moyens de lutte

L'existence du phénomène de trajets multiples est l'une des causes principales de perturbation des liaisons hertziennes en visibilité. Une première dégradation est due à la diminution de la puissance de signal reçue, ce qui est équivalent à une augmentation du bruit thermique. Mais la gravité du problème résulte de ce que dès que la largeur de bande utile dépasse environ 10 MHz, l'essentiel de la perturbation est dû au caractère sélectif du phénomène. L'effet qui en découle dépend naturellement du type de modulation utilisée : ce sera de l'intermodulation dans les systèmes à modulation de fréquence, de l'interférence intersymbole dans les modulations numériques. L'effet est d'autant plus marqué que la largeur de bande utile est grande : il affecte tout particulièrement les liaisons numériques à grand débit, ce qui justifie le regain d'intérêt dont il est l'objet depuis quelques années (chapitre 8).

Les caractéristiques générales du phénomène permettent d'avoir une idée des remèdes à apporter. La structure de champ d'interférence au voisinage du récepteur conduit à utiliser les méthodes de diversité :

- diversité de fréquence où l'on utilise des canaux de secours pour transmettre la même information. Ce procédé est assez peu utilisé car il est très pénalisant du point de vue de l'utilisation du spectre des fréquences.

- diversité d'espace où le même signal est reçu sur plusieurs antennes verticalement espacées d'une distance de l'ordre d'une dizaine de mètres, et où l'on effectue une combinaison plus ou moins élaborée des divers signaux reçus.

L'autre méthode de lutte consiste à corriger autant que faire se peut l'effet du filtre atmosphérique à l'aide d'un filtre correcteur adaptatif en fréquence intermédiaire ou en bande de base.

Dans tous les cas, les méthodes de lutte sont économiquement très coûteuses, et la décision d'équiper un réseau de tel ou tel système correcteur ne peut pas être prise à la légère.

Il arrive que l'on cherche à économiser le spectre radioélectrique en transmettant simultanément à la même fréquence sur deux polarisations orthogonales. Outre les effets précédents, les trajets multiples perturbent également de telles liaisons en entrainant une diminution du découplage de polarisation. Les causes de ce phénomène ne sont pas encore parfaitement comprises, bien qu'il semble établi que l'effet conjoint du changement de direction d'arrivée des ondes et du diagramme de directivité des antennes joue un rôle essentiel. Nous traitons brièvement de ce sujet au paragraphe 8.2.4.

1.3. Etude du phénomène ; les deux attitudes

L'étude du phénomène peut être abordée avec deux attitudes différentes.

Pour "l'utilisateur", l'objectif est d'établir des liaisons vérifiant certains critères de qualité. Il veut donc pouvoir, pour une liaison donnée, avoir une idée des durées de coupure, ou des baisses de qualité, selon l'importance des dispositifs correcteurs qu'il établira. Sa liberté de choix est d'ailleurs plus ou moins grande selon qu'il a à établir une liaison entièrement nouvelle, ou à modifier une liaison existante (changement de fréquence, ou passage de l'analogique au numérique). Le but est en fait de disposer de formules reliant la qualité d'une liaison radioélectrique à ce qu'on pourrait appeler des paramètres d'environnement (longueur de la liaison, nature du terrain, etc.).

La deuxième attitude est celle du "physicien", qui cherche à comprendre la physique du milieu de propagation.

Non seulement ces deux approches du problème sont complémentaires, mais l'analyse critique des divers types d'études montre que c'est de leur avance parallèle qu'on peut espérer de vrais progrès.

1.4. Les études statistiques à fréquence fixe

Après les expériences spécifiques de la BELL, et jusque dans les années 1975, c'est l'approche "utilisateur" qui a prédominé. Le type de données le plus facile à obtenir en abondance, et qui se prête bien à une analyse statistique, est le niveau du signal reçu, sur diverses liaisons, au cours de diverses périodes. On peut d'ailleurs utiliser non seulement des liaisons test spécifiques, mais aussi le niveau de la porteuse sur des liaisons opérationnelles.

Un grand nombre d'études ont donc été effectuées*, concernant la distribution des affaiblissements, ainsi que du nombre et de la durée des événements (à fréquence fixe), soit sur un canal simple (chapitre 3) soit sur une liaison en diversité (chapitre 5) ; en particulier, les auteurs ont cherché à déterminer les paramètres d'environnement qui jouent un rôle, et si possible à quantifier les divers effets : longueur de la liaison, fréquence, hauteur des antennes, nature et rugosité du terrain. On a ainsi abouti à des formules pratiques, rapportées dans le volume V du CCIR (Rapport 338) ; mais le caractère totalement empirique des formules, ainsi que des approximations simplificatrices dans leur établissement (forme mathématique des relations ; hypothèse d'indépendance des divers effets) ne les rendent utilisables que dans un domaine de variation assez réduit des paramètres, et à titre de première approximation.

Un certain nombre d'études statistiques théoriques essayent d'interpréter les résultats expérimentaux (chapitre 4).

1.5. Etude de la sélectivité

Dès que la bande transmise dépasse une dizaine de MHz, c'est la sélectivité en fréquence qui devient la source principale des perturbations et les mesures sur une fréquence unique ne sont alors plus d'une grande utilité. Il faut connaître la fonction de transfert du milieu dans toute la bande utile.

* *Des études de ce type continuent d'ailleurs à faire l'objet de publications.*

De telles mesures sont effectuées assez couramment depuis 1970. Dans les premières expériences, seule la courbe de gain était mesurée. Pour les expériences plus récentes, on a développé des appareils (analyseurs de liaisons microondes ou MLA) mesurant à la fois l'amplitude et la phase.

Pour pouvoir traiter pratiquement les fonctions de transfert, et les soumettre en particulier à une analyse statistique, il est de toute évidence nécessaire de réduire la complexité des choses en se plaçant dans le cadre d'un modèle de représentation. Le modèle devra avoir aussi peu de paramètres que possible, mais être néanmoins suffisamment représentatif pour permettre, par exemple, des calculs de qualité de liaison. Comme on ne sait pas quels sont les paramètres de la fonction de transfert qui rendent compte des perturbations observées, on a généralement cherché à représenter la forme de la fonction de transfert. A partir de mesures, il est alors possible d'établir une statistique des paramètres du modèle choisi. Jusqu'ici, cette étude n'a été à notre connaissance menée à bien que sur deux liaisons, aux Etats-Unis.

Déjà à ce niveau, l'apport du "physicien" semble intéressant en ce sens qu'il est vraisemblable qu'une forme analytique de fonction de transfert basée sur des considérations théoriques doit permettre une aussi bonne représentation avec un nombre de paramètres plus petit qu'un développement mathématique général (par exemple en polynômes).

Nous décrivons les études de la sélectivité au chapitre 6.

1.6. Intérêt des études de physique du milieu

Quand on a obtenu la statistique d'un modèle de représentation sur une liaison particulière, ce qui est déjà une lourde tâche, tant en ce qui concerne l'acquisition des données que leur traitement, on est a priori incapable d'extrapoler les résultats à une autre liaison. De plus, la recherche de dépendances empiriques vis à vis des paramètres d'environnement à partir de mesures sur plusieurs liaisons, déjà critiquable dans le cas des mesures à fréquence fixe, est ici totalement impossible.

Il semble donc que la solution, si elle est possible, ne puisse venir que d'un modèle de propagation basé sur une compréhension physique du phénomène.

La propagation des ondes dans l'atmosphère étant commandée par l'indice de réfraction, la cause des trajets multiples est donc à rechercher dans des structures particulières de cet indice. Il est assez facile d'imaginer théoriquement des structures d'indice conduisant à des situations de trajets multiples et de les étudier, par exemple par des méthodes de tracés de rayons. Mais la mise en évidence des structures effectivement responsables ne peut résulter que de mesures.

Si l'importance de telles études de radiométéorologie est bien comprise depuis longtemps (une conférence spéciale lui a été consacrée par la "Physical Society" et la "Royal Meteorological Society" en avril 1946), les progrès ont été assez lents. La difficulté principale est sans doute que les observations de routine des organismes de météorologie ne sont pas du tout adaptées à ces études (résolution tant spatiale que temporelle tout à fait insuffisante), et qu'il faut donc mettre en oeuvre des moyens spéciaux (tours instrumentées ou ballons captifs).

L'objectif des études de radiométéorologie est multiple. Il s'agit d'abord de recenser les diverses situations météorologiques conduisant à des perturbations des liaisons radio. Il s'agit ensuite, pour chacune de ces situations, d'identifier les paramètres météorologiques pertinents afin de bâtir sur eux un modèle statistique de propagation. Un tel programme a été réalisé aux USA par les BELL Labs pour la situation particulière que représente l'existence de couches à gradient d'indice positif au voisinage du sol.

L'étape suivante serait de comprendre le comportement dynamique du milieu et si possible d'aboutir à des prévisions de possibilités de coupures permettant de prendre des mesures préventives dans le cas de liaisons particulièrement importantes.

Nous faisons le point sur ces études au chapitre 7.

2. LES ETUDES "HISTORIQUES"

Nous désignons ainsi les premières études, effectuées aux BELL Laboratories de 1944 à 1950 et dont les résultats ont été publiés entre 1946 et 1953. Trois types d'expériences ont été effectués : mesure de l'angle d'arrivée des ondes, mesure de la réponse impulsionnelle par envoi d'impulsions brêves et mesure de la fonction de transfert en amplitude par balayage en fréquence. Les différentes expériences sont résumées dans le tableau I ; les trajets et profils des liaisons sont donnés à la figure 1.

2.1. Mesure de l'angle d'arrivée (SHARPLESS, 1946; CRAWFORD et SHARPLESS, 1946 ; CRAWFORD et JAKES, 1952).

2.1.1. Dispositif expérimental

La mesure de l'angle d'arrivée est une expérience très précieuse dans l'étude des conditions de propagation et en particulier pour la mise en évidence expérimentale des trajets multiples. La mise en oeuvre est toutefois difficile car il faut à la fois une excellente résolution en direction et un balayage du domaine angulaire exploré suffisamment rapide par rapport aux variations temporelles du phénomène étudié.

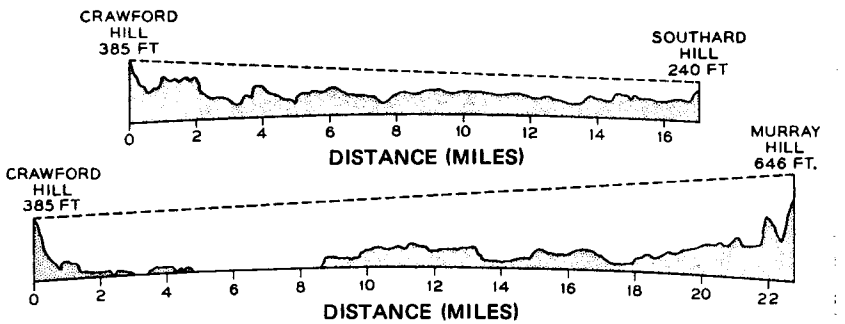
Les mesures par interférométrie, auxquelles on pense tout d'abord, permettent de suivre l'évolution de l'angle d'arrivée d'un trajet unique mais sont difficilement interprétables dès lors que plusieurs trajets de propagation existent simultanément*.

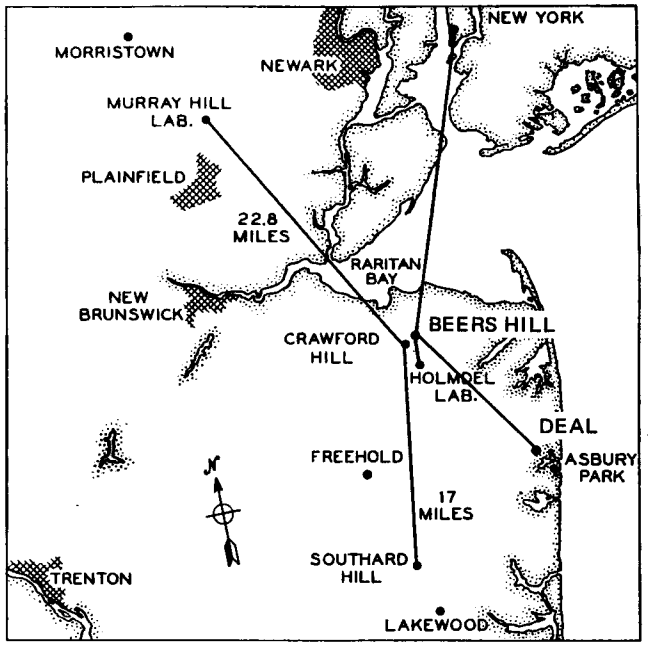
Les mesures d'angle d'arrivée effectuées aux BELL Labs de 1944 à 1949 utilisent des antennes très directives effectuant un balayage mécanique. Dans l'expérience de 1944, les antennes étaient constituées d'un réflecteur parabolique de 1,5 m de focale et 6 m d'ouverture, pris entre deux

* *Un essai de mesure par interférométrie, avec mouvement vertical oscillant d'une des antennes est décrit par BELL (1967) ; mais l'analyse temporelle est mauvaise (40 s) et les résultats en présence de trajets multiples sont peu concluants. Une expérience plus récente est décrite par WEBSTER et UENO (1980).*

TABLEAU I
Premières expériences sur les trajets multiples

Liaison	Longueur du trajet	type de mesures	fréquence	période d'étude	Remarques	Références
New York - Beers Hill	38,5 km	Angle d'arrivée	9,05 GHz	juin-oct 1944	passage sur l'eau	SHARPLESS (1946)
Deal - Beers Hill	20,8 km	Angle d'arrivée	9,05 GHz	sept-oct 1944	Trajet terrestre	SHARPLESS (1946)
Deal - Beers Hill	20,8 km	Angle d'arrivée	24 GHz	été 1945		CRAWFORD et SHARPLESS (1946)
Crawford Hill - Southard Hill	27,2 km	Angle d'arrivée	24 GHz	1949	Trajet terrestre	CRAWFORD et JAKES (1952)
Crawford Hill - Murray Hill	36,5 km	Angle d'arrivée	3,7-4,2 GHZ	1949	Passage sur l'eau	CRAWFORD et JAKES (1952)
Crawford Hill - Murray Hill	36,5 km	Fonction de transfert	3,7-4,2 GHz	1949		CRAWFORD et JAKES (1952)
Crawford Hill - Murray Hill	36,5 km	Réponse impulsionnelle	4 GHz	été 1950		DE LANGE (1952)
Lowden - Princeton	49,3 km	Fonction de transfert	3,7-4,2 GHz	été 1950		KAYLOR (1953)





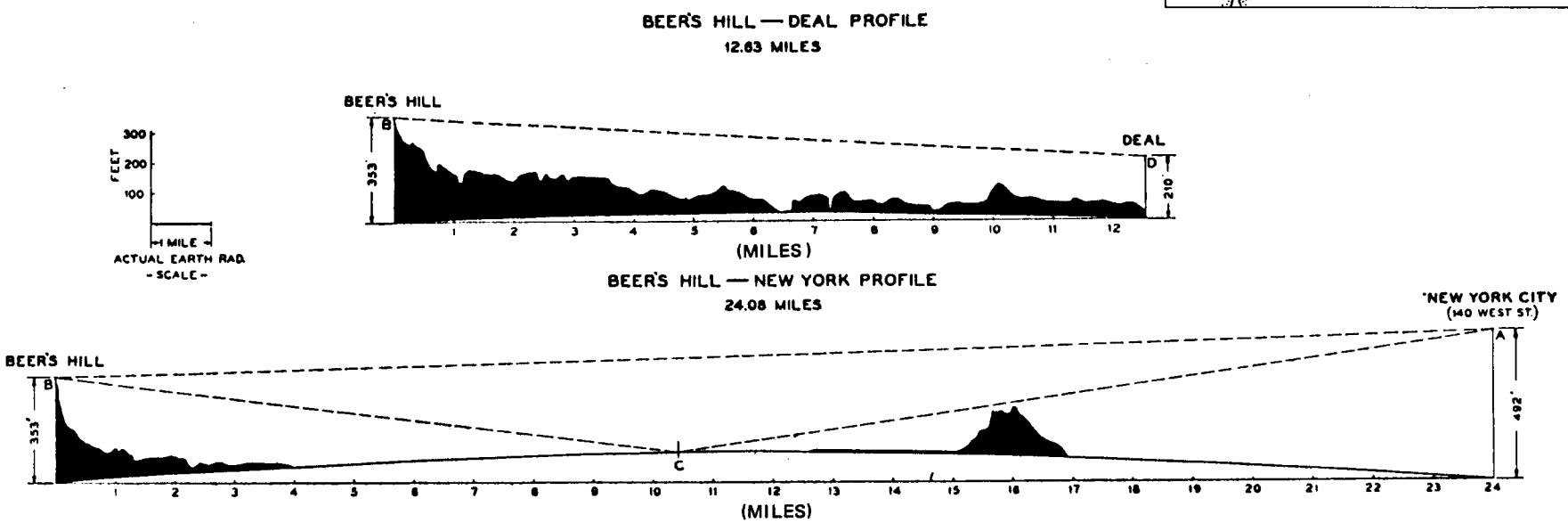


Figure 2.1. Liaisons expérimentales utilisées par les Bell Laboratories de 1944 à 1950 (d'après SHARPLESS, 1946 et CRAWFORD et JAKES, 1952).

plans parallèles conducteurs distants de 12,5 mm. On obtient un lobe de 0,36 degrés dans le plan de la fente, et de 15 degrés dans le plan perpendiculaire. L'emploi de deux antennes permet de mesurer les angles d'arrivée dans le plan vertical et le plan horizontal. En 1945, le passage à une fréquence de 24 GHz permet d'utiliser des antennes à lentilles métalliques, plus directives (lobes de 0,12 degrés dans un plan et 1,2 degrés dans le plan perpendiculaire). Dans les deux expériences, un balayage sinusoïdal de $\pm$ 0,75 degrés par rapport à la direction d'arrivée normale est réalisé en 20 secondes. L'expérience de 1949 est très semblable à celle de 1945, l'étendue angulaire balayée étant accrue jusqu'à $\pm$ 1 degré. Notons enfin que dans les expériences de 1945 et 1949, une antenne parabolique sert de référence en fournissant le type habituel d'enregistrement qui permet, en particulier, d'identifier les périodes d'évanouissements profonds.

2.1.2. Résultats obtenus

Un exemple d'observations est présenté figure 2.

Les principaux résultats obtenus sont les suivants :

1°) Les déviations angulaires dans le plan horizontal sont très faibles, inférieures à 1/10ème de degré et généralement rapides.

2°) Dans le plan vertical, la direction normale de propagation coïncide à quelques centièmes de degrés près avec celle calculée pour une "atmosphère normale".*

3°) On peut observer les rayons réfléchis sur le sol, et évaluer le coefficient de réflexion. On trouve 0,18 sur le trajet terrestre Deal - Beers Hill, 0,50 sur le trajet New York - Beers Hill (réflexion sur l'eau, mais rayon réfléchi mal dégagé).

4°) La mesure simultanée de l'angle d'arrivée à 9 et 24 GHz donne le même résultat. Cela est conforme au fait qu'à ces fréquences, l'indice de réfraction de l'air ne dépend pas de la fréquence.

* *La notion d'atmosphère normale est rappelée au début du chapitre 7.*

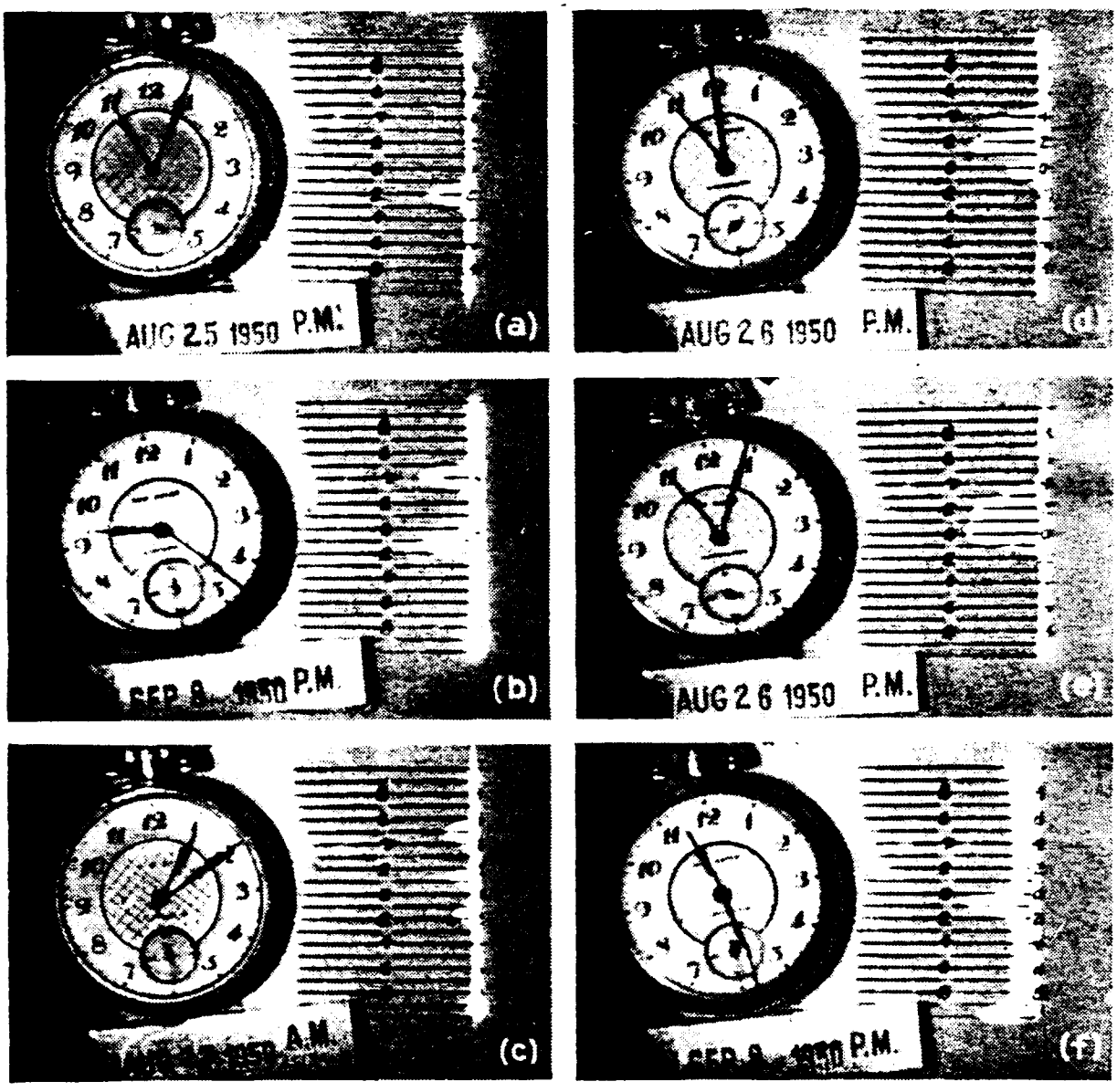


Figure 2.2. Exemples de mesures de l'angle d'arrivée (CRAWFORD et JAKES, 1952)

a) Propagation normale
b) Existence de deux rayons (au-dessus du trajet normal)
c) Existence de trois rayons (au-dessus du trajet normal)
d) Trajets multiples à la limite de séparabilité
e) Conduit de guidage
f) Existence d'un rayon "anormal" réfléchi par le sol

5°) Pendant l'expérience de 1945, des trajets multiples sont observés durant deux nuits à temps clair et calme.

- la nuit du 9 au 10 août, de 2 H 30 du matin à l'arrêt des mesures à 6 H 30, observation quasi-continue de deux directions d'arrivée, l'une quasi-normale, l'autre avec un angle variant entre 0,2 et 0,46° au-dessus de la normale et une amplitude présentant des variations rapides de l'ordre de 20 dB.

- la nuit du 30 au 31 août, de 22 H 30 à 4 H du matin, on observe jusqu'à quatre directions d'arrivée. Tous les rayons varient en direction d'arrivée (jusqu'à + 0,75°) et en amplitude. A 4 H, le vent se lève et la propagation redevient normale.

Les mesures de l'indice de réfraction modifié (six sondages par jour) semblent indiquer une couche d'inversion (forme en S du profil) à des hauteurs proches de celles de la liaison la première nuit, et deux couches d'inversion la seconde nuit.

Des cas analogues sont observés en 1949.

6°) Dans certains cas, le signal reçu indique la présence probable de plusieurs rayons, mais ceux-ci ne sont pas séparables.

7°) Certaines situations, dans lesquelles l'énergie reçue est constante sur une grande étendue angulaire, et le signal reçu par l'antenne parabolique présente un surchamp (12 à 15 dB à 4 GHz) peuvent s'expliquer par de nombreux trajets non séparables ou par de la focalisation.

8°) Les situations de trajets multiples s'accompagnent de fadings sévères sur les signaux de référence reçus par les antennes paraboliques.

9°) Pendant l'expérience de 1945, en dehors des périodes de trajets multiples, la direction d'arrivée dans le plan vertical varie par rapport à la normale de - 0,04 à + 0,11 degrés, et le signal reçu sur l'antenne parabolique a des fluctuations inférieures à 6 dB. De jour, et pendant les nuits venteuses, on observe des scintillations dont l'amplitude ne dépasse pas 1,5 dB.

2.2. Mesure de la réponse impulsionnelle (DE LANGE, 1952).

2.2.1. Dispositif expérimental

Pour mesurer la réponse impulsionnelle du canal de transmission, et donc le caractériser complètement du point de vue radioélectrique, il suffit théoriquement d'émettre une impulsion et d'observer le signal reçu : chaque trajet donnera une impulsion différente qui renseignera sur l'affaiblissement et le retard correspondants. En pratique, les choses sont moins faciles : il faut créer à l'émission une impulsion aussi brêve que possible et avoir un récepteur de largeur de bande suffisante.

L'expérience réalisée en 1950 entre Murray Hill et Crawford Hill reste, semble-t-il, la seule de son espèce. Le dispositif utilisé est représenté figure 3. Un oscillateur à 4 GHz est modulé directement en amplitude,donnant des impulsions de 6 ns à la base et 3 ns à mi-hauteur, avec un taux de répétition de 10 MHz.

2.2.2. Résultats

La figure 4 donne quelques exemples de résultats observés sur oscilloscope. En propagation normale, on reçoit une impulsion unique, légèrement élargie et un peu bruitée. Des situations intéressantes de trajets multiples ont pu être observées. Les signaux reçus montrent alors toutes sortes de distorsions de l'impulsion reçue : dans certains cas, plusieurs trajets distincts sont pleinement séparables (retard supérieur à 6 ns) ; dans d'autres, il ne reste qu'une impulsion très déformée. Les situations d'impulsions superposées sont difficiles à analyser, mais il semble parfois nécessaire de faire intervenir au moins trois rayons. Dans la plupart des situations de trajets multiples observées, les retards apparaissent inférieurs à 3 ns.

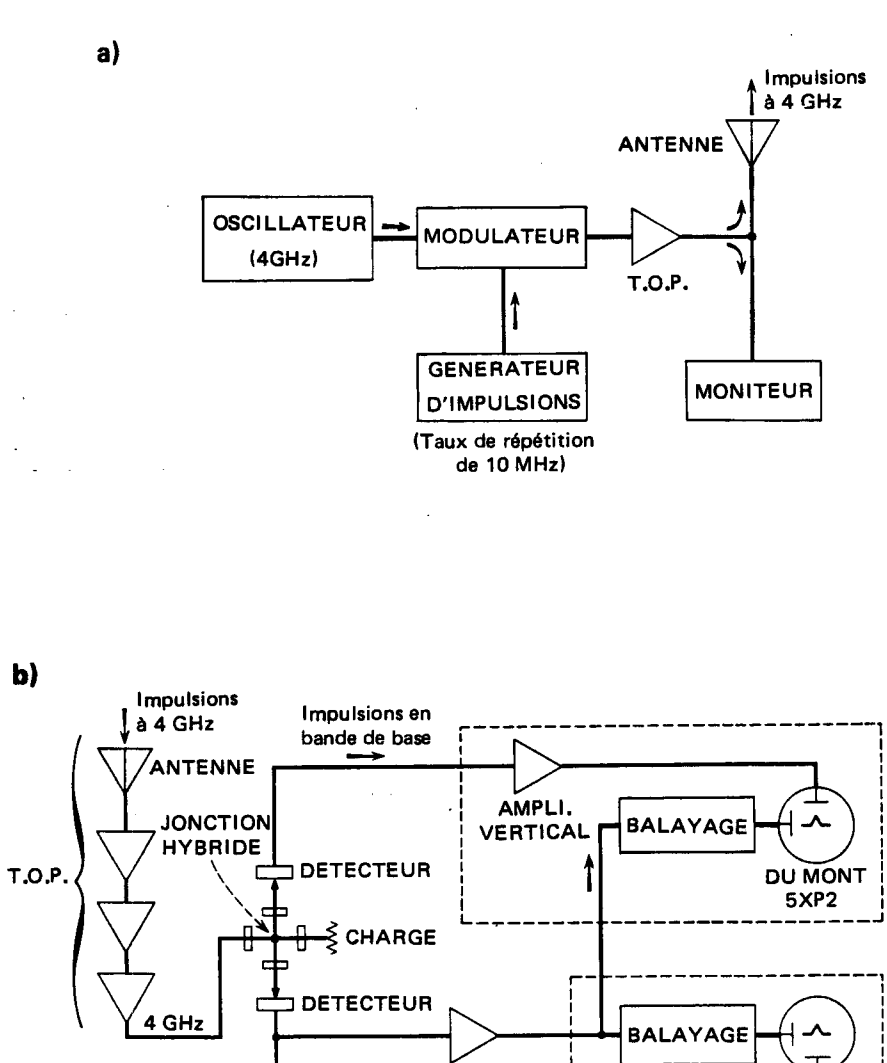


Figure 2.3. Principe de la mesure de la réponse impulsionnelle (DE LANGE, 1952).

a) Emetteur b) Récepteur

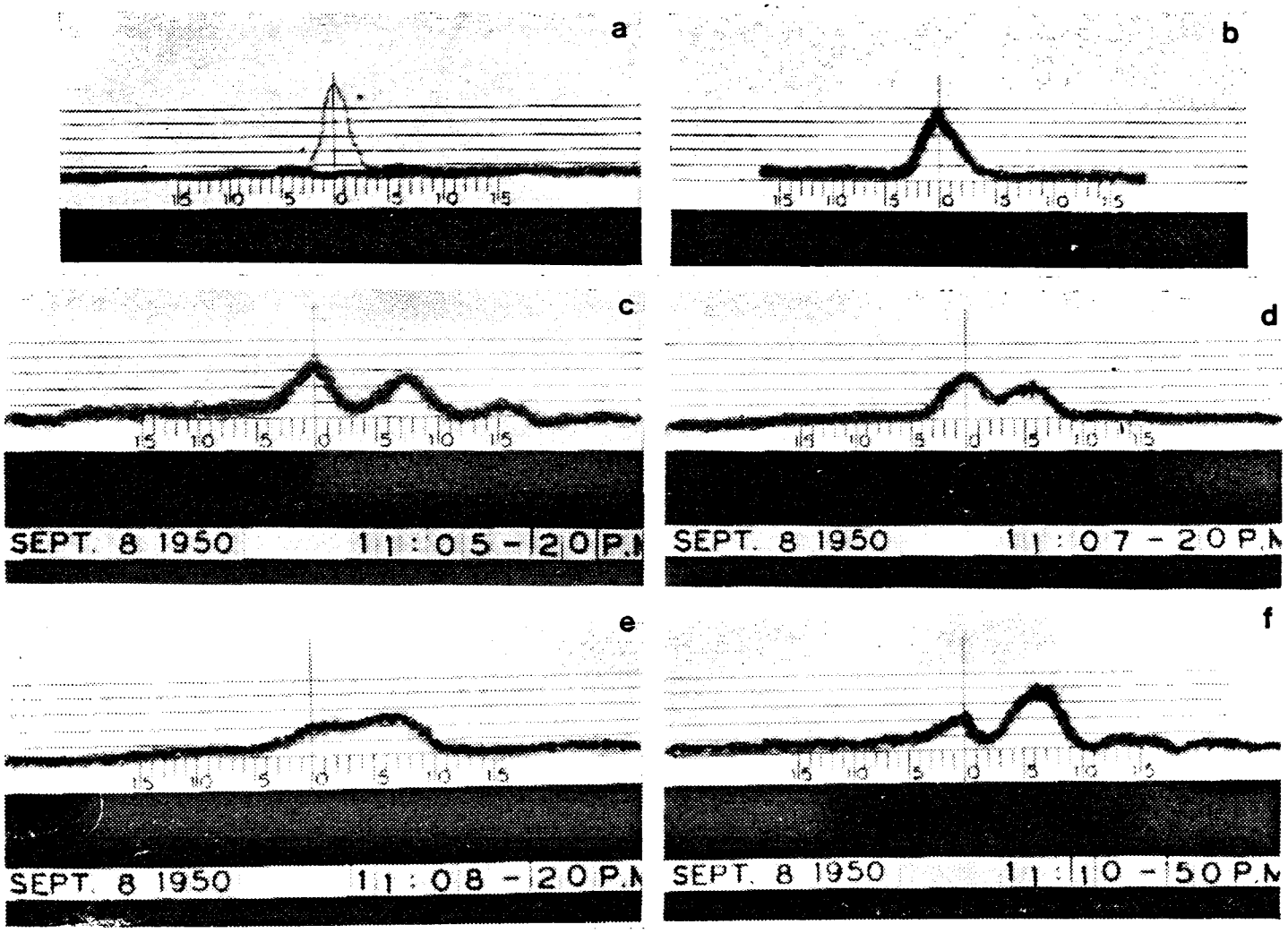


Figure 2.4. Exemples de mesures de la réponse impulsionnelle (DE LANGE, 1952)

a) Impulsion émise
b) Impulsion reçue en période de propagation normale
c à f) Impulsions reçues en période de propagation perturbée

2.3. Mesure de la fonction de transfert (CRAWFORD et JAKES, 1952 ; KAYLOR, 1953).

2.3.1. Généralités

Du point de vue radioélectrique, la connaissance de la fonction de transfert est équivalente à celle de la réponse impulsionnelle, l'une se déduisant de l'autre par une transformation de Fourier. En pratique, les choses ne sont pas aussi simples car la fonction de transfert n'est mesurée que dans une bande de fréquences finie, et sa transformée de Fourier est ainsi le produit de convolution de la réponse impulsionnelle vraie par la transformée de la fenêtre de l'équipement. De plus, la connaissance complète de la fonction de transfert, qui est une fonction complexe, suppose celle de deux fonctions réelles, par exemple les courbes de gain et de phase. Dans un grand nombre d'expériences, seule la courbe de gain est mesurée. Si la mesure est limitée à une bande de largeur $B = f_2 - f_1$, on ne peut séparer des trajets différents que si le retard entre trajets est supérieur à environ $\tau = 1/B$. Nous considérons ces problèmes plus en détail au chapitre 6.

2.3.2. Dispositif expérimental et résultats

Les deux expériences réalisées en 1949 et 1950 sont très similaires. A l'émission, la fréquence est wobulée entre 3,7 et 4,2 GHz par une fréquence de 60 Hz. Le récepteur balaye linéairement en une seconde la même bande de fréquences. L'étage FI de réception a 350 kHz de bande passante. A chaque coïncidence des fréquences émise et analysée en réception (deux fois tous les 1/60ème de seconde), on obtient en sortie une impulsion dont l'amplitude est proportionnelle au facteur de transmission pour la fréquence considérée. Toute la gamme est balayée en une seconde. Le résultat est observé sur un oscilloscope dont le balayage horizontal est synchronisé par le balayage linéaire en fréquence du récepteur.

Sur le trajet Crawford Hill - Murray Hill, la propagation normale correspond à deux rayons, l'un direct, le second réfléchi sur la mer et retardé de 4 ns.

Dans les cas plus complexes, les auteurs cherchent à reconstruire analogiquement la courbe obtenue en sommant un rayon direct et plusieurs rayons secondaires d'amplitude et de retard ajustables. Des exemples sont donnés figure 5.

Les conclusions principales de ces études sont les suivantes :

1°) Tous les évanouissements profonds (A $>$ 30 dB) sont sélectifs en fréquence.

2°) Tous les évanouissements profonds s'accompagnent d'un affaiblissement dans toute la bande (500 MHz) de l'ordre de 6 à 10 dB. Il s'agit soit d'un affaiblissement non sélectif, soit de l'effet de rayons à retard très faible.

3°) La synthèse des courbes d'affaiblissement profond a toujours demandé au moins quatre rayons.

4°) On trouve lors de cette synthèse que les rayons les plus retardés sont généralement les plus faibles.

5°) Ce sont toutefois les rayons faibles et très retardés qui jouent le rôle principal dans la forme de la courbe au voisinage du minimum de signal (figure 6).

6°) Les cas de surchamps observés ne semblent pas sélectifs.

2.4. Discussion et conclusions

Si nous nous sommes un peu étendus sur des expériences qui remontent à plus de trente ans, c'est qu'elles présentent un intérêt qui n'est pas qu'historique.

Dès 1950, la caractérisation, d'un point de vue radioélectrique, du canal de transmission avait été effectuée suivant les différentes approches possibles. Cela a permis de valider expérimentalement le modèle à trajets multiples, et de mettre en évidence les caractéristiques principales du phénomène (en particulier la sélectivité en fréquence).

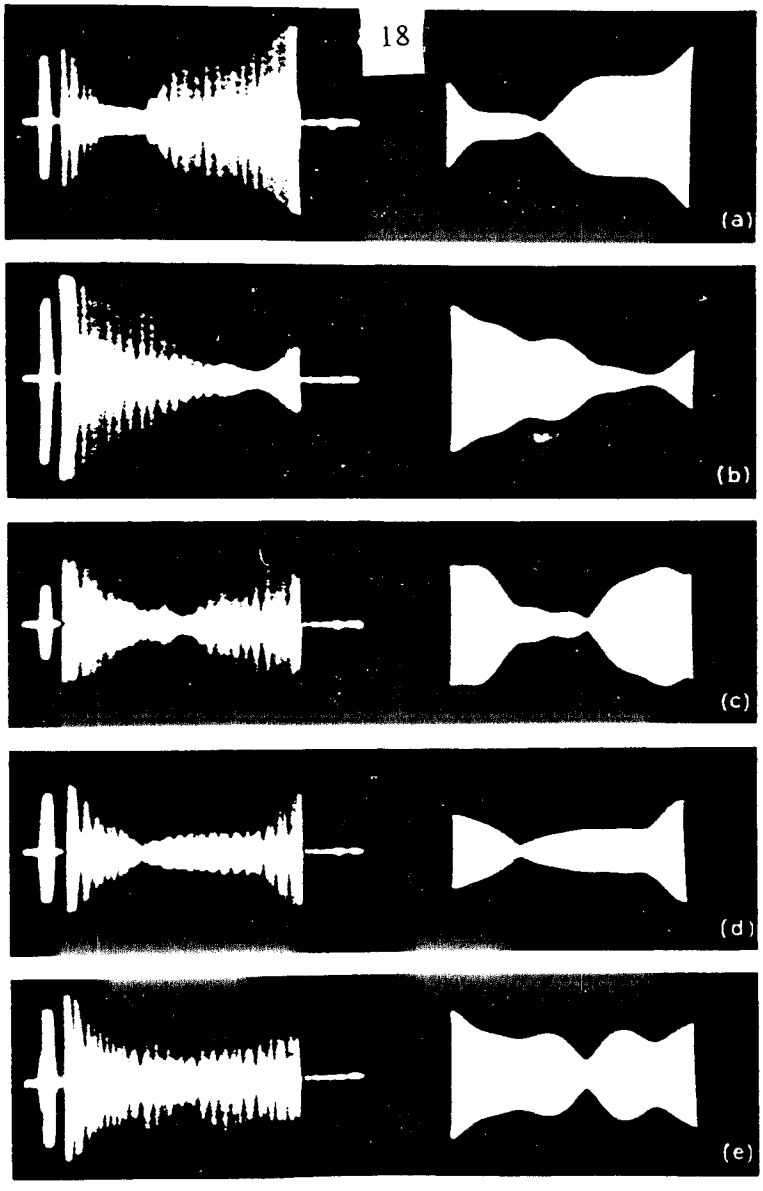


Figure 2.5. Synthèse de courbes de gain à partir de 4 rayons. Les valeurs de composantes sont données dans le tableau 2 (CRAWFORD et JAKES, 1952)

Composantes des fonctions de transfert synthétisées de la figure 5

Fonction de transfert	Amplitudes relatives				Différences de chemin optique par rapport au 1er rayon (en cm)		
	a_1	a_2	a_3	a_4	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4
Fig 5a	1	0,9	0,2	0,05	33,5	158,5	249,9
Fig 5b	1	1,2	0,1	0,1	15,2	173,7	280,4
Fig 5c	1	0,7	0,2	0,15	51,8	170,7	335,3
Fig 5d	1	1,1	0,2	0,1	15,2	173,7	283,5
Fig 5e	1	0,4	0,2	0,1	33,5	173,7	265,2

Tableau 2

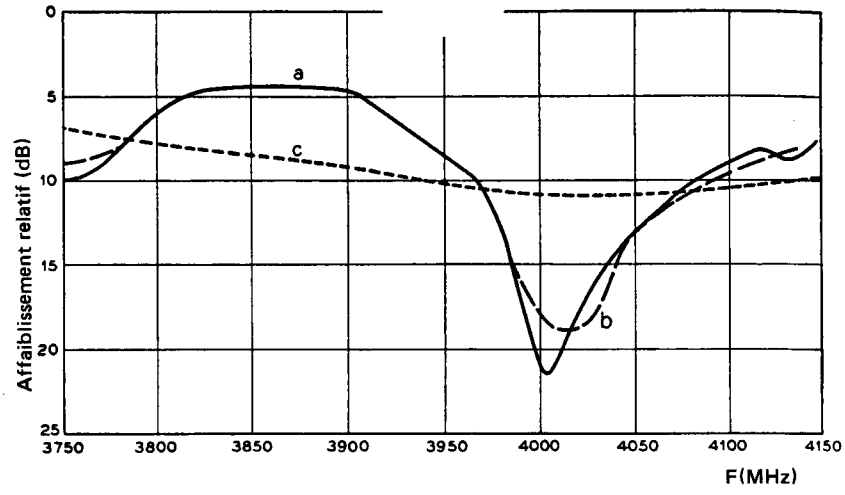


Figure 2.6. Synthèse d'une courbe de gain complexe à partir de plusieurs rayons (KAYLOR, 1953).

Les composantes utilisées ont les paramètres donnés Tableau 3.

Courbe a : Synthèse par 7 rayons
Courbe b : Synthèse à l'aide des 5 rayons principaux
Courbe c : Synthèse à l'aide des 3 rayons principaux.

Composantes de la fonction de transfert synthétisée de la figure 6

Composante	Amplitude relative	Retard (ns)
0	1	0
1	0,45	0,122
2	0,26	0,370
3	0,10	2,86
4	0,115	3,14
5	0,025	3,9
6	0,02	12,1

Tableau 3

Les deux points faibles de ces expériences sont une mesure de la fonction de transfert un peu lente (1s) vis à vis de la vitesse d'évolution du phénomène, et l'absence de mesure de sa composante imaginaire. Il en résulte quelques doutes quant à la validité physique des paramètres des rayons obtenus par simulation. Mais l'obtention des rayons physiques à partir d'une mesure de la fonction de transfert est en tout état de cause un problème difficile dont l'analyse théorique n'a encore été que partiellement réalisée (cf chapitre 6).

3. STATISTIQUES A FREQUENCE FIXE SUR CANAL SIMPLE : RESULTATS EXPERIMENTAUX

3.1. Généralités

La donnée la plus aisément accessible, qui ne demande pas la réalisation d'expériences spécifiques, est le niveau du signal reçu en fonction du temps (fig. 1). Sa connaissance n'apporte aucune information sur l'état physique du canal de transmission mais permet d'identifier les périodes de trajets multiples et suffit à caractériser la qualité des liaisons analogiques à bande étroite*.

Les statistiques les plus simples concernent les propriétés d'occurrence (tant journalières que saisonnières) du phénomène, et la loi de probabilité du niveau d'affaiblissement atteint. Il est également intéressant de connaître les distributions du nombre et de la durée des événements ainsi que des vitesses d'évolution du phénomène.

Toutes les caractéristiques citées ci-dessus sont relatives à une liaison donnée. A partir de plusieurs liaisons bien choisies, on peut tenter de déterminer quels sont les paramètres de la liaison qui ont une influence sur l'occurrence et les propriétés du phénomène, et de quantifier les effets mis en évidence.

Donnons quelques définitions et notations qui seront utilisées dans toute la suite. Le signal reçu est caractérisé par le niveau de son enveloppe (en volts). La première opération consiste à définir un niveau de référence. Celui-ci est généralement le "niveau d'espace libre", qui correspond au niveau de signal reçu en l'absence de trajets multiples et de toute autre perturbation (telle que des précipitations).**

* *En toute rigueur, la sélectivité n'est inexistante que sur une fréquence pure. On peut en pratique la négliger pour des largeurs de bande jusqu'à quelques MHz.*

** *Cette définition diffère légèrement de celle de l'Avis 341 du CCIR en ce qu'elle prend en compte l'absorption par les gaz de l'atmosphère, mais la différence est inférieure à 1 dB et peut être négligée.*

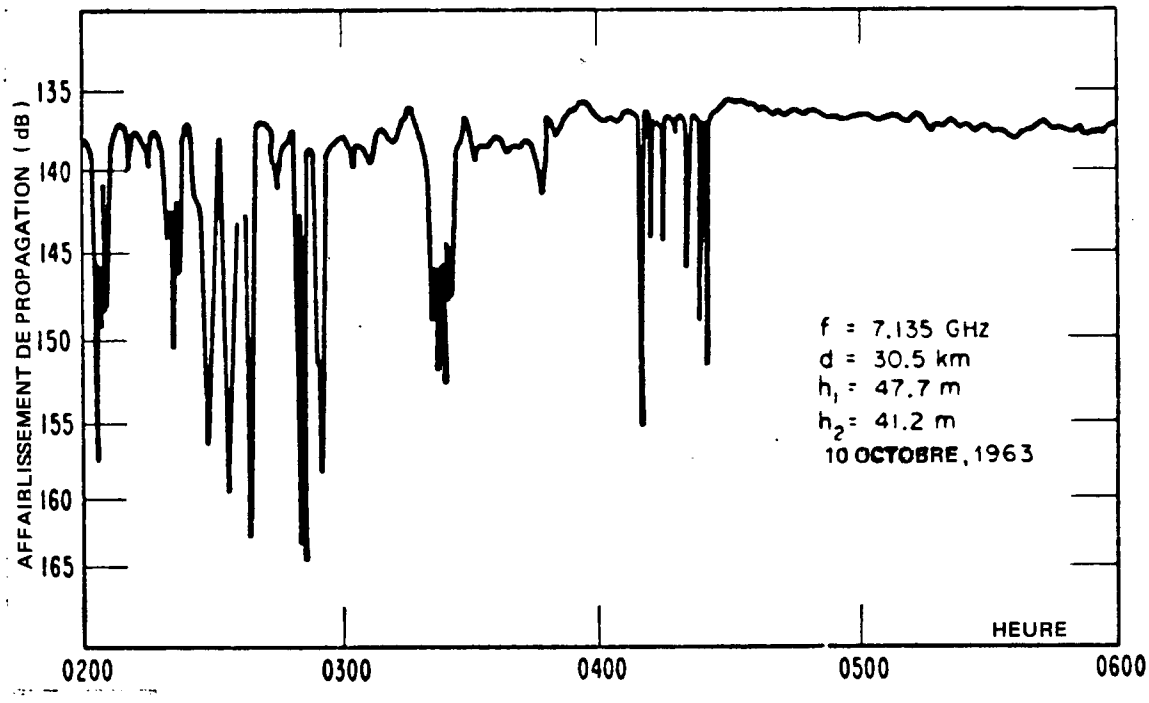


Figure 3.1. Enregistrement du niveau du signal en fonction du temps en période de trajets multiples (d'après DOUGHERTY, 1968).

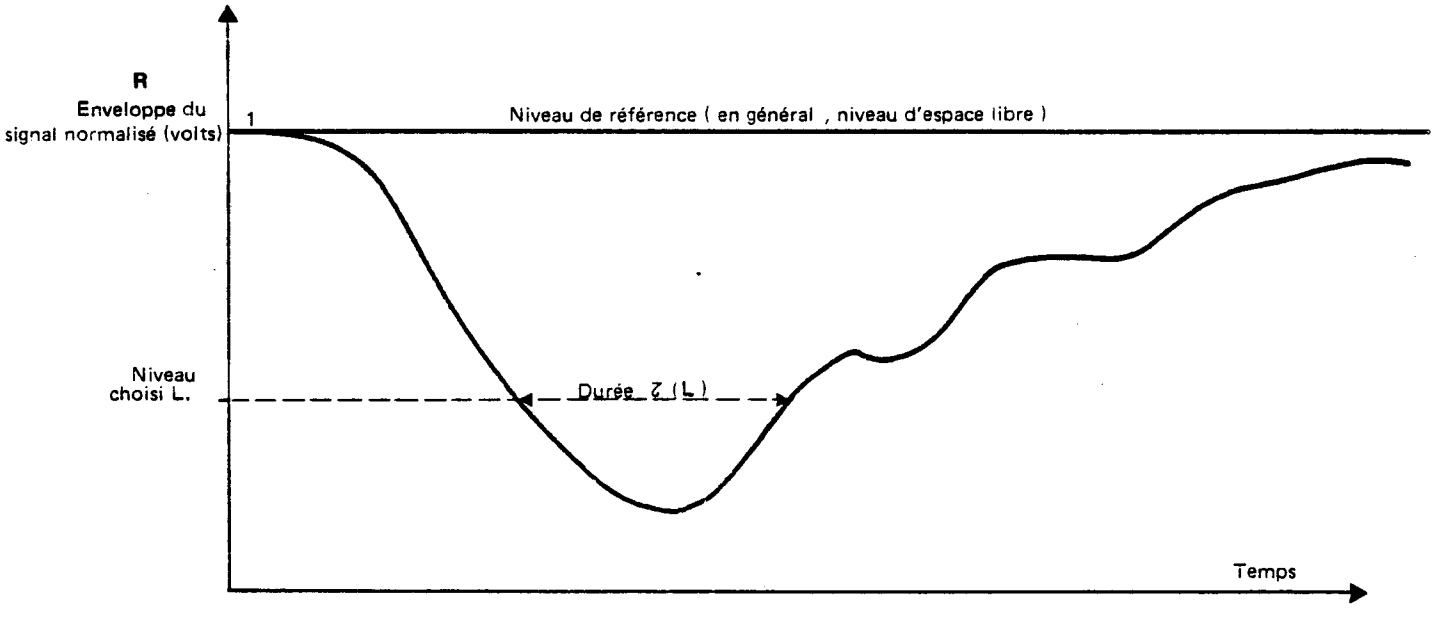


Figure 3.2. Définition des symboles utilisés dans l'analyse d'un canal simple

Mais certains auteurs utilisent un autre niveau de référence, par exemple le niveau médian du signal reçu, solution évidemment moins satisfaisante car cette quantité, contrairement au niveau d'espace libre, dépend de la période considérée.

Les traitements statistiques utilisent le niveau du signal normalisé par rapport au niveau de référence, que nous noterons R. On utilise souvent une mesure en décibels en prenant $A = -20 \log R$. On dira que le signal est affecté d'un fading de profondeur L et de durée τ si $R \leqslant L$ pendant une durée τ (fig. 2).

Bien que le choix du niveau de référence soit important si l'on veut des mesures précises*, notamment pour les affaiblissements peu profonds, la plupart des auteurs sont assez discrets sur la méthode utilisée. Seul BARNETT (1970) décrit avec précision celle qui sert pour l'ensemble des travaux effectués aux Bell Labs. Même en l'absence d'affaiblissement, le niveau du signal n'est pas constant du fait des scintillations. Il s'y ajoute les variations qui peuvent provenir de dérives d'appareillage. Pour déterminer le niveau d'espace libre, il faut donc rechercher une période sans affaiblissement, pendant les heures où les scintillations sont assez faibles, et temporellement assez proche du phénomène à étudier pour que les appareils n'aient pas entretemps changé de caractéristiques.

Nous terminerons ces généralités par deux remarques :

- Les phénomènes de trajets multiples sont très dépendants des conditions météorologiques et les propriétés statistiques d'une liaison dépendent donc pour une part de la climatologie locale. Or, les résultats expérimentaux publiés ne décrivent pas équitablement la planète mais concernent essentiellement l'Europe, l'Amérique du Nord et le Japon. C'est là une limitation qu'il convient de garder à l'esprit.

- Les liaisons hertziennes peuvent être classées en deux types selon qu'elles comportent ou non un rayon réfléchi en permanence par le sol.

* *En particulier, de nombreuses statistiques se rapportent aux événements de profondeur donnée.*

Dans le premier cas, on est, dans l'absolu, tout le temps en situation de trajets multiples. Mais cette situation est normalement stable et ne varie que lentement au cours du temps ; si elle est détectable par une analyse à large bande, elle n'apparait pas nécessairement sur les données que nous considérons dans ce chapitre. Par conséquent, nous réserverons l'appellation de trajets multiples aux situations dans lesquelles des trajets nouveaux, n'existant pas en période de propagation normale, apparaissent en créant des fluctuations rapides et profondes du niveau du signal reçu.

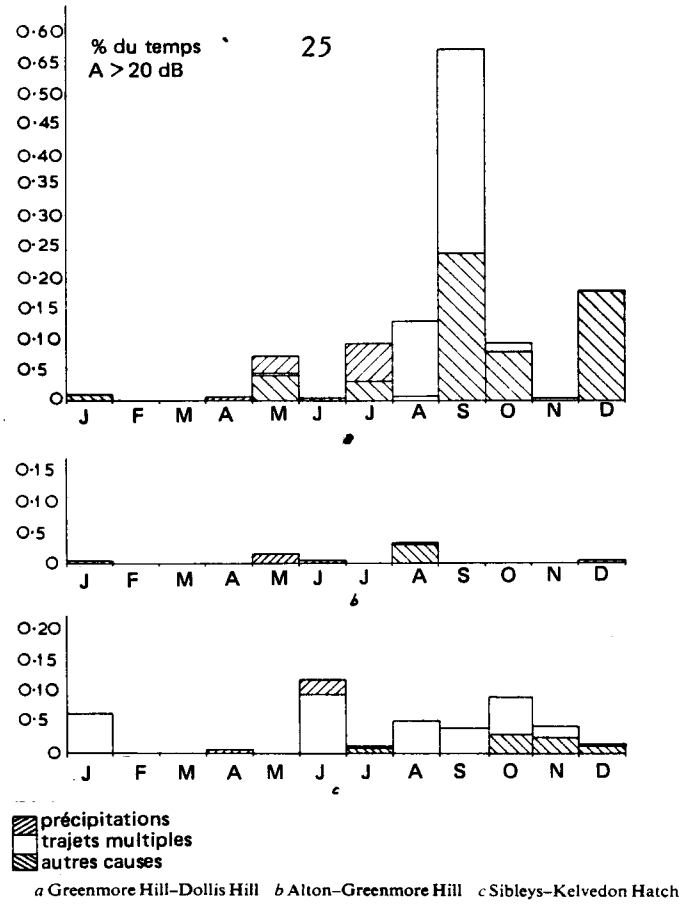
3.2. Occurrence des situations de trajets multiples

3.2.1. Variations saisonnières

Il est généralement admis que dans les régions tempérées, les trajets multiples se produisent surtout l'été. Des données quantitatives précises sont cependant assez difficiles à trouver, sans doute par suite de la longue durée d'observation nécessaire à l'obtention d'une courbe d'occurrence convenable.

Nous reproduisons deux résultats publiés dans la littérature. L'un (fig. 3) concerne trois liaisons anglaises à 11 GHz en 1964, pour les affaiblissements supérieurs à 20 dB (TURNER et al, 1966) ; l'autre (fig. 4) a trait à une liaison terrestre au Danemark à 14 GHz en 1974-75 pour des profondeurs d'affaiblisement de 10 à 50 dB (CHRISTENSEN et MOGENSEN, 1979). Pour ce qui concerne le Japon, les histogrammes pour six liaisons à 4 GHz en 1957 se trouvent dans MORITA et KAKITA (1958). Dans un article plus récent, MORITA (1970), pour 79 liaisons du réseau à 4 GHz entre 1959 et 1962, se contente d'indiquer la période la plus affectée : elle se produit toujours entre avril et octobre, le plus souvent entre mai et août. Pour la France, un résultat concernant la liaison Gray - Flavignerot en 1971-72 a été donné par ROORYCK (1973). D'autre part, des histogrammes d'occurrence peuvent être établis pour plusieurs liaisons à partir des courbes données dans le rapport de DERENNES (1979), quelques uns étant présentés fig. 5.

Il ressort de tous ces résultats que des événements sont possibles en toute saison, mais qu'ils sont effectivement plus fréquents durant les mois d'été.



a Greenmore Hill–Dollis Hill *b* Alton–Greenmore Hill *c* Sibleys–Kelvedon Hatch

Figure 3.3. Durées mensuelles d'affaiblissement supérieurs à 20 dB sur 3 liaisons anglaises (TURNER et al, 1966).

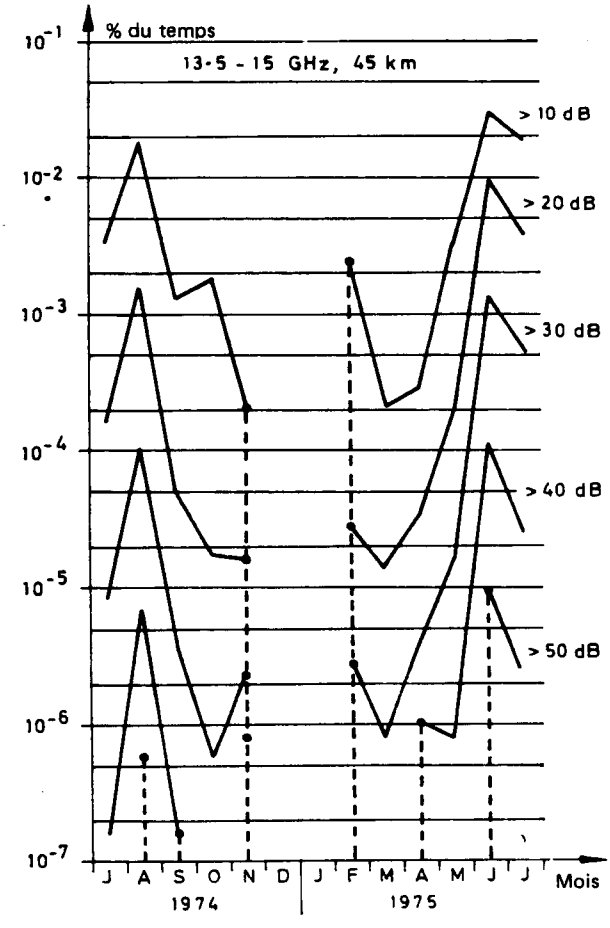


Figure 3.4. Histogramme des durées mensuelles d'affaiblissement sur une liaison danoise (CHRISTENSEN et MOGENSEN, 1979).

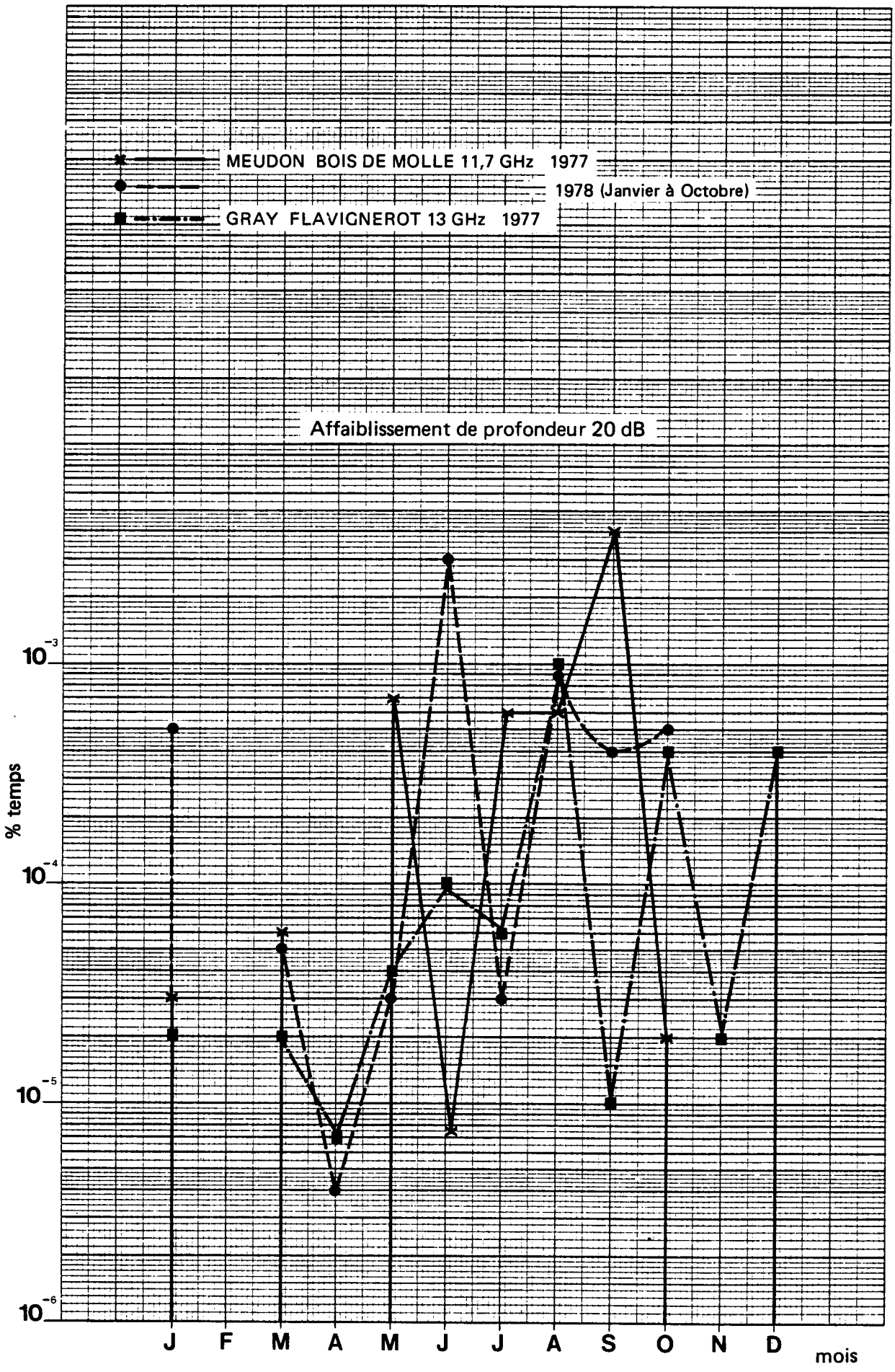


Figure 3.5. Occurrence saisonnière d'affaiblissements par trajets multiples supérieurs à 20 dB sur quelques liaisons françaises (d'après DERENNES, 1979).

On peut remarquer que les histogrammes sont très variables d'une année à l'autre pour une liaison donnée et d'une liaison à l'autre la même année. Enfin, le caractère saisonnier est d'autant plus marqué qu'on considère des affaiblissements profonds.

3.2.2. Variations diurnes

Les figures 6 à 8 présentent les variations diurnes du phénomène de trajets multiples. La figure 6 (TURNER et al, 1966) est relative aux mêmes trois liaisons que la fig. 3, et la figure 7* (CHRISTENSEN et MOGENSEN, 1979) à la même liaison que la fig. 4. La figure 8 (BARNETT, 1972) fournit la même information pour trois niveaux d'affaiblissement sur une liaison de 45 km aux USA à 6 GHz, les pourcentages du temps étant cette fois comptés par rapport à la durée totale d'événements, et non par rapport à la durée d'observation.

Partout, la probabilité d'occurrence est maximum entre 22 heures et 9 heures du matin ; MORITA et KAKITA (1958) trouvent des résultats analogues sur les liaisons japonaises à l'exception de liaisons maritimes présentant un maximum d'occurrence de jour.

3.2.3. Groupement des événements

Compte tenu des heures d'occurrence des phénomènes de trajets multiples, les jours sont généralement pris de midi à midi.

Lorsqu'on regarde, sur une période donnée, comment les événements se répartissent entre les diverses journées, on constate que la distribution est loin d'être uniforme : une proportion importante de la durée des événements est concentrée sur quelques jours alors que nombre de jours ne présentent que de très faibles durées d'événements.

Pour avoir une vision rapide de cette situation, on peut classer les jours dans l'ordre des durées décroissantes d'événements et tracer la durée

* *Les figures 4 et 7, de CHRISTENSEN et MOGENSEN présentent des histogrammes très réguliers. Cela provient de ce que les auteurs, partant des résultats d'une expérience en large bande, ont pu augmenter la taille de leur échantillon en regroupant plusieurs fréquences fixes statistiquement équivalentes.*

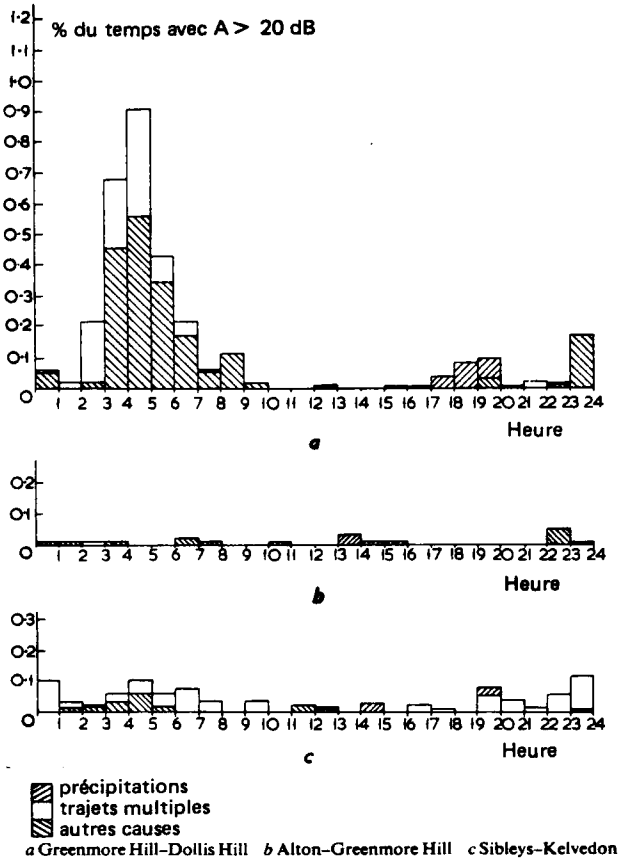


Figure 3.6. Variations diurnes des affaiblissements dus aux trajets multiples. Mêmes liaisons que la figure 3.3. (TURNER et al, 1966).

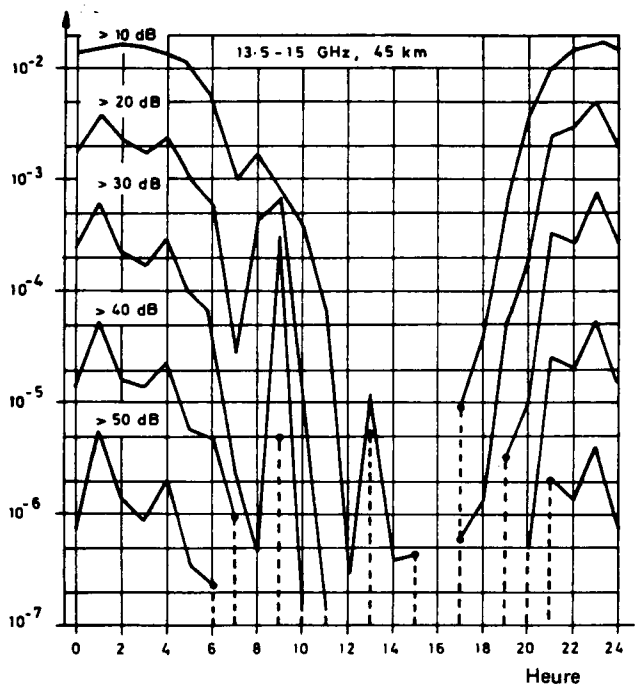


Figure 3.7. Variation diurne des affaiblissements par trajets multiples. Même liaison que la figure 3.4. (CHRISTENSEN et MOGENSEN, 1979).

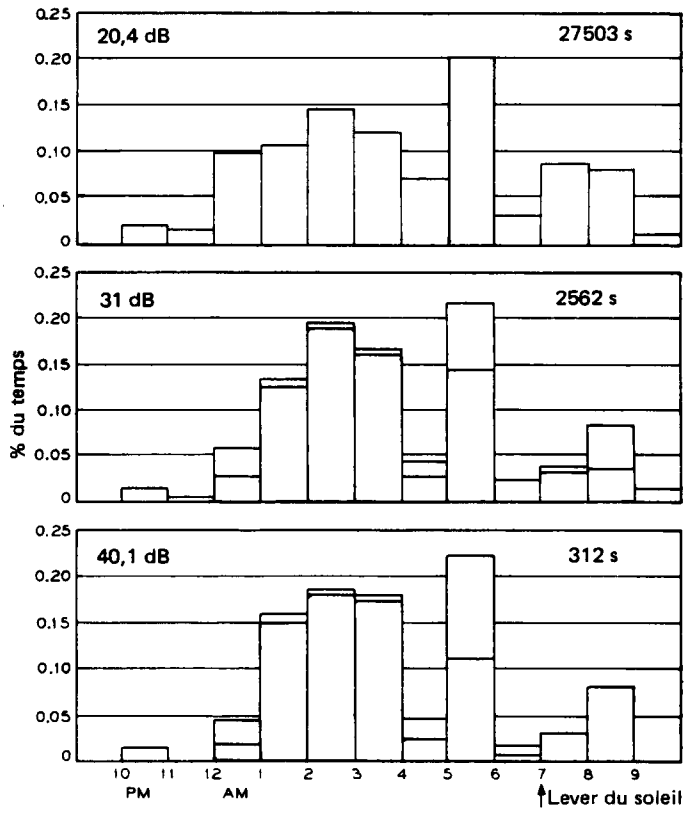


Figure 3.8. Histogramme des affaiblissements dus aux trajets multiples par tranches horaires sur une liaison américaine (BARNETT, 1972). Durée totale d'observation $5.26\ 10^6$ secondes.

d'événement en fonction du rang de la journée. C'est ce qu'a fait BARNETT (1972) pour trois fréquences et quatre niveaux de profondeurs d'affaiblissement (fig. 9). On constate que le phénomène de groupement est d'autant plus marqué que l'on considère des affaiblissements profonds. Une autre manière d'illustrer la même chose est de regarder le pourcentage du temps de fading représenté par le plus mauvais ou les quelques plus mauvais jours (fig. 10).

Des résultats analogues ont été obtenus quand l'analyse est effectuée sur des tranches horaires au lieu de tranches journalières.

Cette propriété n'est pas sans importance pratique dans l'étude statistique des trajets multiples. On s'intéresse en effet à des événements rares, qui demandent donc des périodes d'étude longues. On voit de plus qu'une panne malencontreuse "le jour" à événements risque de fausser la statistique de toute une période.

3.3. Loi de distribution des niveaux reçus

3.3.1. Généralités

Avoir la loi de distribution des niveaux reçus (pour une liaison donnée), c'est connaître, en fonction de la profondeur d'affaiblissement L, le pourcentage du temps pendant lequel le niveau du signal R est inférieur ou égal à L. Du fait de l'importance de cette loi, et de la relative facilité à l'obtenir, on la trouve dans la littérature pour de nombreuses liaisons : une sélection est donnée au Tableau 1.

Avant de résumer les résultats qui se dégagent de ces études, quelques remarques préliminaires ne sont pas superflues.

La comparaison des différents résultats publiés n'est pas toujours aisée. Une première difficulté provient, comme nous l'avons déjà signalé, de choix différents pour le niveau de référence. Une autre est liée à la présentation des données sous forme de courbes : si l'échelle du niveau du signal est presque toujours linéaire en dB, celle des pourcentages de temps est très variable (échelle logarithmique, échelle d'une loi de probabilité classique telle loi de Gauss ou loi de Rayleigh).

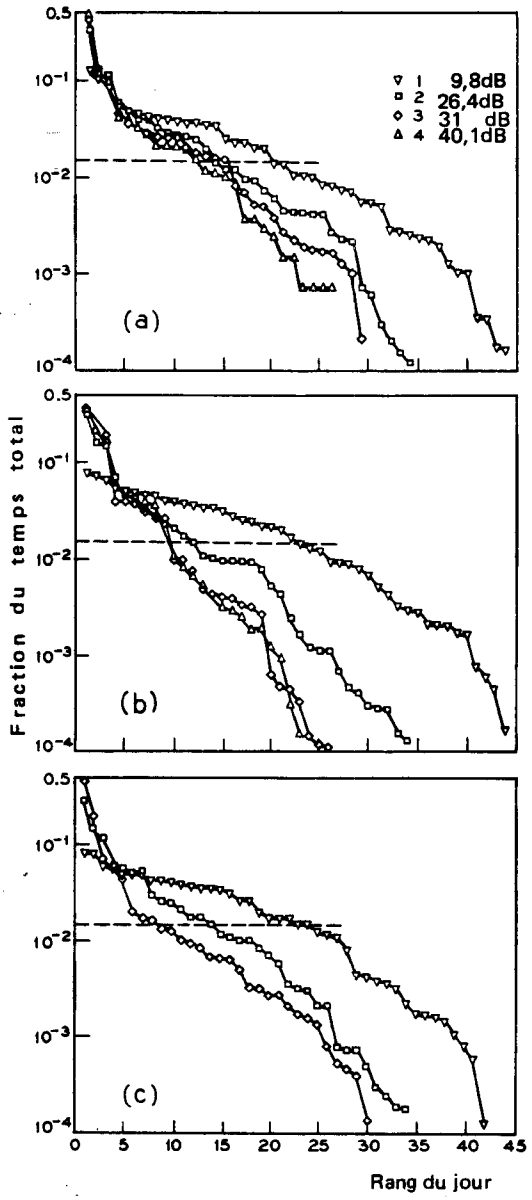


Figure 3 - 9

Figure 3.9. Classement des jours suivant l'importance du fading (BARNETT, 1972).
a) 4 GHz
b) 6 GHz
c) 11 GHz

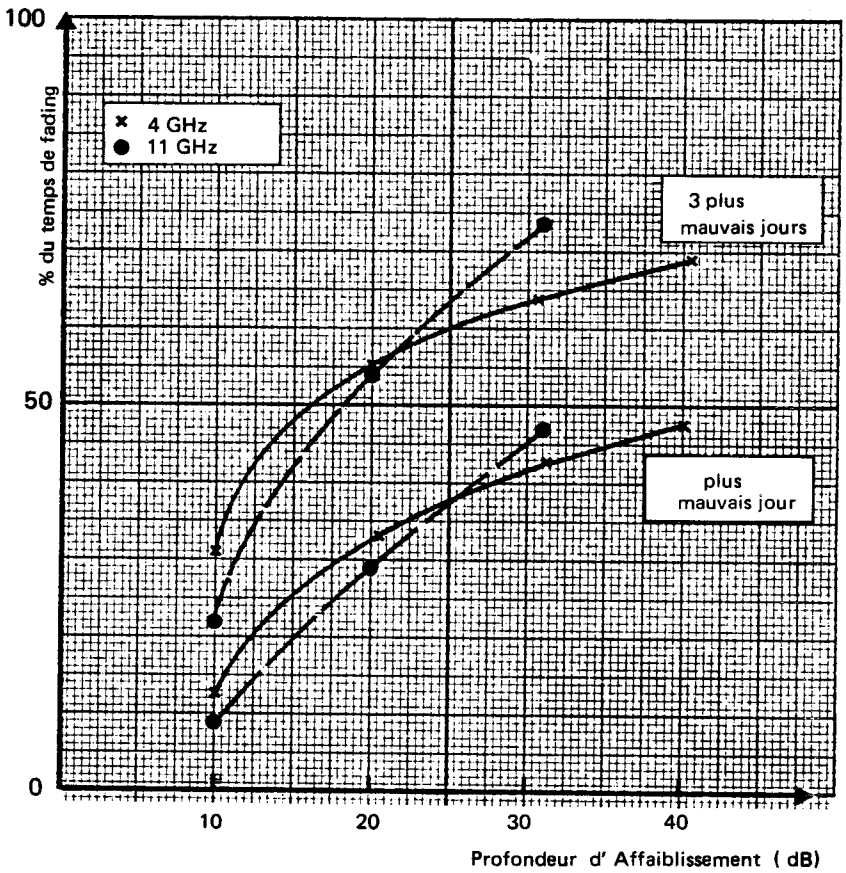


Figure 3 - 10

Figure 3.10 Pourcentage du temps de fading, en fonction de sa profondeur, pendant le jour le plus perturbé et les trois jours les plus perturbés (d'après BARNETT, 1972).

LIAISONS POUR LESQUELLES ONT ETE PUBLIEES DES DISTRIBUTIONS D'AFFAIBLISSEMENT (Liste non exhaustive)

LIAISON	FREQUENCE (GHz)	LONGUEUR (km)	PERIODE D'ETUDE	NIVEAUX	REFERENCES	REMARQUES
Murray-Hill Crawford - Hill (U.S.A.)	4.2	36.48	1947-1950	0 à 35 dB	Crawford et Jakes (1952)	Données groupées en 3 saisons de 4 mois.
Southard - Hill Crawford - Hill (U.S.A.)	"	27,2	"	"	"	
Princeton - Lowden (U.S.A.)	4.2	49.3	Juillet-Août 1950	+ 4 à - 44 dB	Kaylor (1953)	
Mont Ventoux - Mont Pillat (FRANCE)	3.6	150	été 1954	0 à -40 dB	Battesti et Boithias (1964)	LIAISONS LONGUES
Mont Ventoux - Mont Pillat (FRANCE)	2.1 et 4.6	"	Août-Sept 61	"	"	
Mont Agel-Torricella	2.1	182.5	Juillet 1961	"	"	
Mont Agel-La Punta	1.4 et 3.15	227	1952	"	"	
Mont Ventoux - Pic de Nore	2.1 et 4	242	Sept-Oct.61	"	"	
Amance-Servance	4	110	Juin 1961	"	"	
Sibley-Kelvedon Hatch (GB)	11.5	30.4	1964	0 à -24dB	Turner et al. (1966)	Périodes complètes et mois le plus mauvais
Alton-Greenmore Hill (G.B.)	"	38.4	"	"	"	
Greenmore-Hill Dollis-Hill (G.B.)	"	57.6	"	"	"	
West Unity - pleasant Lake (USA)	4	45.6	Juillet-Sept. 1966	-20 à -45dB	Barnett (1970)	7 Canaux
West Unity - Pleasant Lake (USA)	6	"	"		"	6 Canaux
West Unity - Pleasant Lake (USA)	11	"	"	-15 à 35dB	Barnett (1972)	
Shirahama-Oshima (Japon)	4.15-6.72 et 18	37.2	été 1970 et hiver-automne 1971	+ 5 à -50dB	Inoue et Akiyama (1974)	Trajet maritime
Lerbjerg-Copenhagen (Danemark)	13.5 à 15	44.7	1974-75- 77	+ 12 à -60dB	Stephansen et Mogensen (1979)	Période complète et mois le plus mauvais (Expérience bande large).
Bois de Molle, Meudon (France)	11.7	58.3	1970-1978	-10 à -40dB	Derennes (1979)	Courbes mensuelles.
Gray-Flavignerot (FR)	13	52.8	1977-1978	"	"	"
"	"	"	Oct-71 Sept72	0 à -40dB	Rooryck (1973)	Statistique annuelle.
Arc-Flavignerot	19.3	22	1978	-10 à -40dB	Derennes (1979)	Courbes mensuelles.
Shiroyama-Kosuzuwe (Japon)	6.7-11-18	35.6	Août 1968	-10 à -50dB	Sasaki et Akiyama (1977)	Trajets maritimes à rayon réfléchi écranté par le relief de la liaison.
Warusawa-Mont Kanoh (Japon)		78.7	Juillet-Août 1963	"	" "	
La Herlière - Noyers St Martin	3,15 et 9,35	76	1950-1951	+15 à -30dB	Chavance (1952)	

Un point d'une très grande importance est le choix de la période sur laquelle établir la statistique. Le phénomène est à la fois rare et l'occurrence très variable dans le temps. On se trouve ainsi pris entre le besoin d'une durée assez longue pour obtenir une statistique valable et le risque de n'obtenir qu'une moyenne très différente du comportement sur une période plus courte. Les résultats publiés concernent des périodes allant de quelques heures à quelques années, et couvrent le plus souvent de un à quelques mois.

En tout état de cause, les affaiblissements profonds étant les plus rares, c'est l'extrémité de la courbe de distribution relative à ces très bas niveaux, celle qui intéresse le plus les services d'exploitation, qui sera la moins fiable statistiquement.

Notons encore que seule une loi de distribution représentée par une formule mathématique se prête aisément à des calculs.

3.3.2. Statistiques sur périodes courtes

Pour des statistiques portant sur une à quelques heures, lorsqu'il y a des phénomènes de fading en cours, la loi de distribution des niveaux peut souvent être représentée par une loi de Rayleigh (dépendant d'un paramètre) ; de manière plus générale, la distribution des puissances reçues peut être représentée par une loi gamma dépendant de deux paramètres (MORITA et KAKITA, 1958) (Annexe 3A). Certains auteurs ont également recouru à des lois plus fondées théoriquement, comme la loi de Rice-Nakagami (COLAVITO, 1970) que nous décrivons en détail au chapitre 4.

3.3.3. Statistiques sur périodes longues

Sur une durée plus longue que quelques heures, les paramètres de la loi de distribution varient et il n'est plus simple d'obtenir une formule synthétique. MORITA et KAKITA (1958) y renoncent et se contentent de caractériser la distribution des niveaux par ce qu'ils appellent la "probabilité d'occurrence d'un fading de Rayleigh", P_R, qui serait la fraction du temps durant laquelle les niveaux sont représentables sur une durée horaire par une loi gamma*.

* *La définition précise et le mode de calcul n'apparaissent pas clairement dans les papiers de MORITA et KAKITA (1958) et de MORITA (1970).*

Les choses se présentent plus simplement lorsqu'on se limite à des niveaux de signal très faibles. Quelques uns des résultats publiés, ramenés en échelle log-log sont présentés fig. 11 et 12. Le résultat principal est que, pour des affaiblissements dépassant 15 à 20 dB par rapport au niveau d'espace libre, les courbes relatives à des trajets terrestres s'ajustent bien par des droites de pente 10 dB par décade de probabilité. On peut donc représenter la loi de distribution par la formule :

$$Pr\ (R \leqslant L) = a\ L^2 \qquad L \leqslant 0{,}1 \qquad (1)$$

Certains auteurs ont cherché à obtenir une formule également valable pour des signaux forts à l'aide d'une loi composite, par exemple en combinant une loi log-normale (valable à niveau fort) et une loi de Rayleigh (valable à niveau faible) (BATTESTI et BOITHIAS, 1964 ; PEARSON, 1965). Mais l'unanimité n'est pas faite sur cette représentation (BARNETT, 1972).

La formule (1) est généralement valable pour les trajets terrestres. Si elle s'applique aussi à un certain nombre de trajets maritimes (GUDMANSEN et LARSEN, 1957), il en est pour lesquels on observe une pente plus forte : 17 dB par décade de probabilité pour la courbe (4) de la fig. 11 (trajet maritime au Japon) et jusqu'à 20 dB par décade pour certains trajets maritimes aux USA (LIN, 1971). On a alors une loi

$$Pr\ (R \leqslant L) = b\ L^{\alpha} \qquad 1 \leqslant \alpha < 2$$

Les données présentées par SASAKI et AKIYAMA (1977) montrent que des trajets maritimes pour lesquels le rayon réfléchi est réduit à moins de 10% du rayon direct par un écran montagneux ont le même comportement en L^2 que les liaisons terrestres. Il semblerait donc que la présence d'un rayon réfléchi permanent soit une condition nécessaire à un comportement plus défavorable que la loi en L^2.

Les résultats concernant les surchamps sont beaucoup plus rares que ceux relatifs aux affaiblissements. STEPHANSEN et MOGENSEN (1979) trouvent en ce qui les concerne :

$$Pr(R \geqslant L) = b\ L^{-4{,}5} \qquad 1{,}25 \leqslant L \leqslant 3 \qquad (2)$$

soit 2 à 10 dB de surchamp

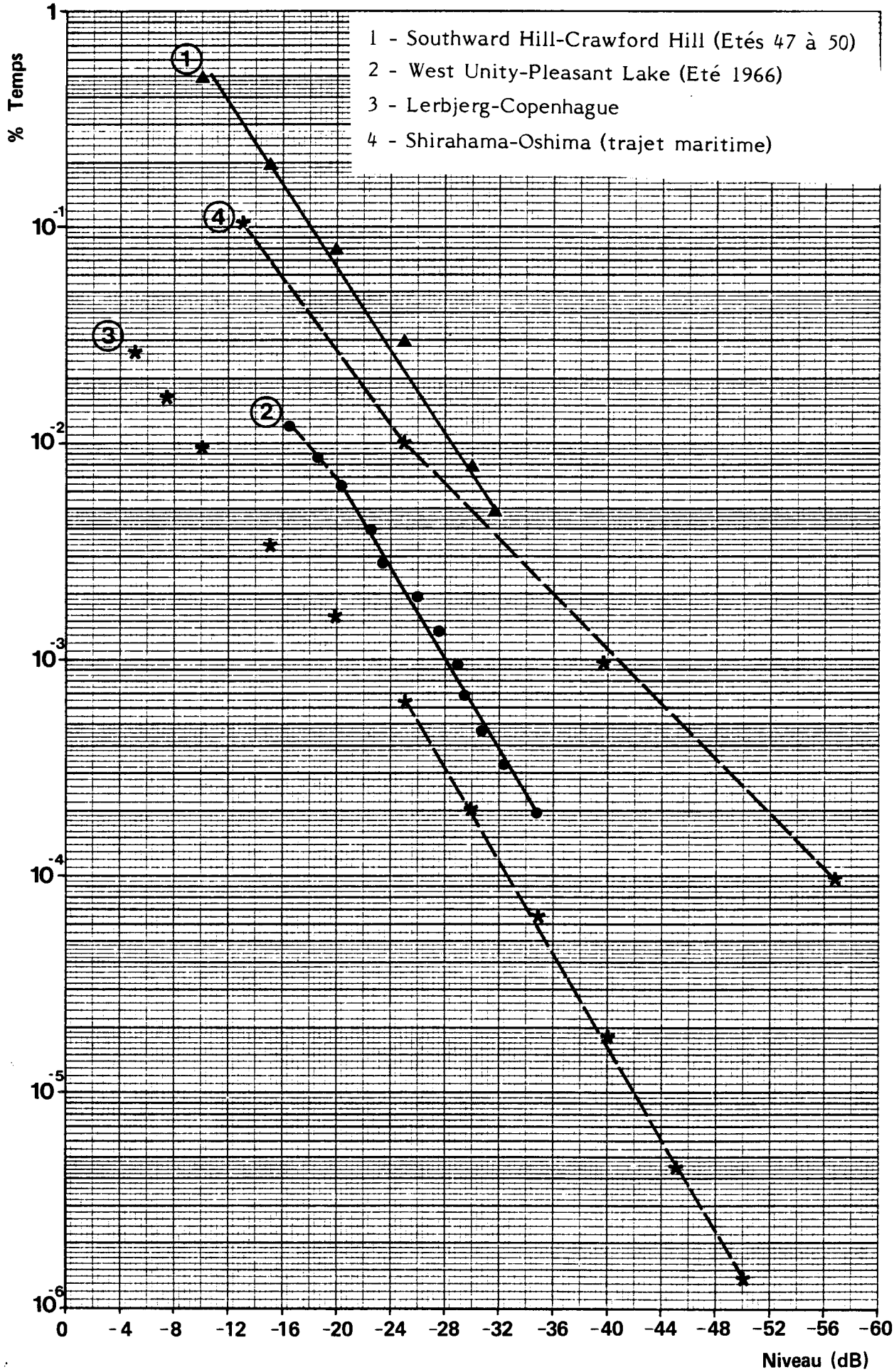


Figure 3.11 Répartition des niveaux en situations de trajets multiples sur diverses liaisons. Les caractéristiques des liaisons sont données Tableau 1.

3.3.4. Statistiques relatives à la période la plus défavorable

Même pour une liaison donnée, le paramètre a de la formule (1) est très variable d'une période à l'autre. La figure 12 (DERENNES, 1979) montre la variabilité d'un mois à l'autre. La figure 13 (TATTERSALL et CARTWRIGHT, 1977) la montre d'année à année. On ne peut donc obtenir une valeur caractéristique du paramètre qu'en effectuant une moyenne sur une longue période.

Plutôt qu'à la notion de période moyenne, les utilisateurs recourent volontiers à celle de période la plus défavorable. La notion de mois le plus défavorable est définie dans l'Avis 581 et le rapport 723 du CCIR* ; pour une année déterminée, la courbe relative au mois le plus défavorable est obtenue comme l'enveloppe des courbes de distribution mensuelles. Le CCIR recommande d'utiliser comme grandeur statistique la moyenne à long terme de la fonction ainsi déterminée. TATERSALL et al (1977), pour des données anglaises couvrant la période 1972, 1975 appliquent la procédure de calcul d'enveloppe à l'ensemble de la période, au lieu d'effectuer une moyenne sur des quantités établies annuellement. Enfin, de nombreux auteurs n'ont que quelques mois de données et doivent donc supposer que leur mois le plus mauvais est représentatif du mois le plus défavorable. En tout état de cause la question reste posée de la période d'observation nécessaire à l'établissement de la statistique, dans la mesure où des fluctuations importantes sont observables d'une année à l'autre. Toutefois, des résultats indépendants obtenus tant en Grande-Bretagne (TURNER et al, 1966) qu'en France (MISME et al, 1973) et au Danemark (STEPHANSEN et MOGENSEN, 1979) se montrent concordants et laissent penser qu'on peut passer d'une statistique annuelle à celle du mois le plus défavorable en multipliant les pourcentages de temps par cinq.

La notion de période la plus défavorable peut s'étendre sans difficultés à une durée autre que le mois. TATTERSALL et CARTWRIGHT l'appliquent à l'heure, la journée et l'année ; la figure 14 donne un exemple des relations entre ces diverses quantités.

* *Remarquons que l'Avis 581 qui définit le mois le plus défavorable n'a été introduit qu'à l'Assemblée Générale de 1982.*

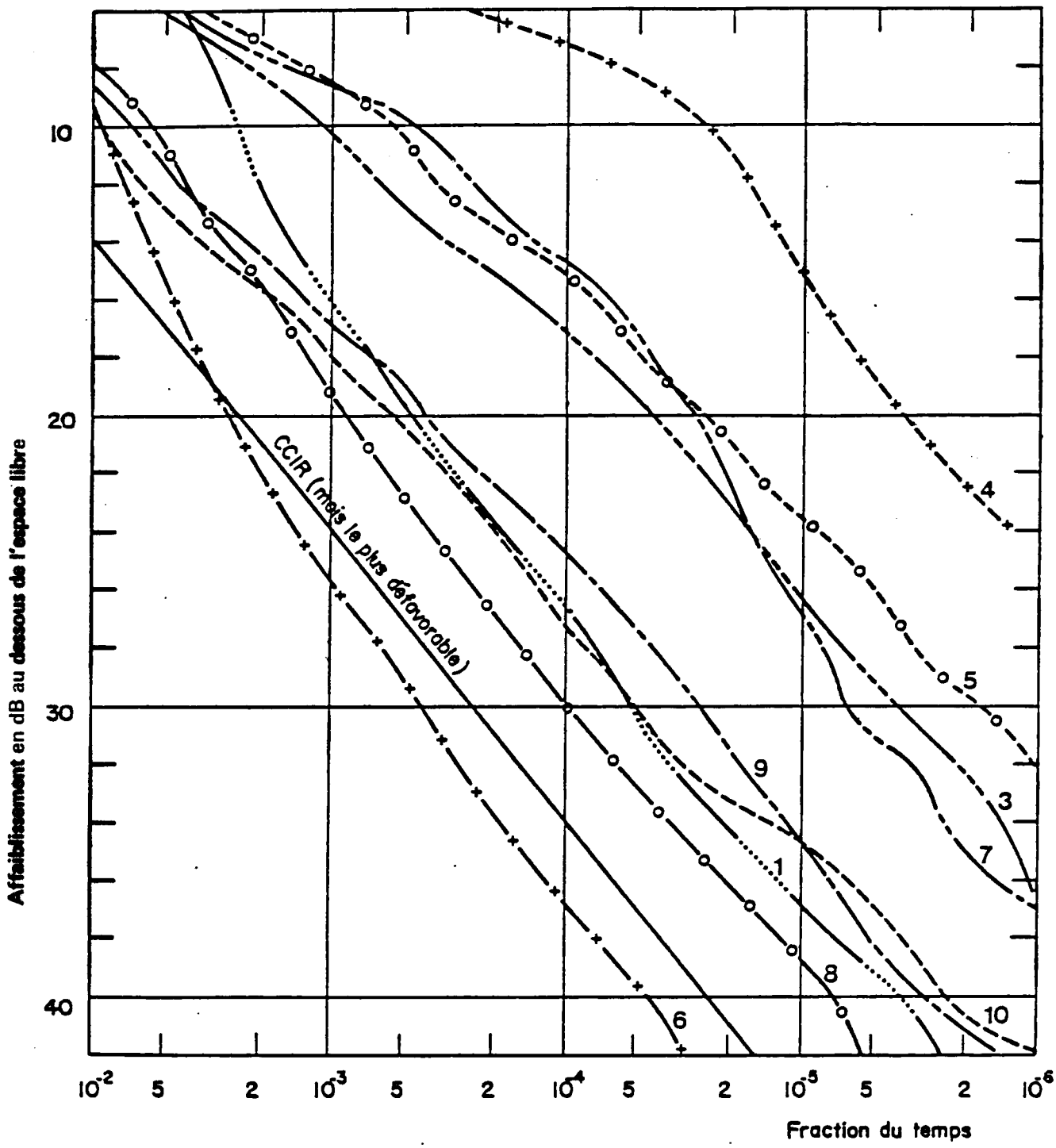


Figure 3 – 12 **Répartitions mensuelles des affaiblissements dus aux trajets multiples.**
Liaison BOIS DE MOLLE – MEUDON (58 km).
F = 11,7 GHz
Période du 1-1-78 au 31-10-78.
En paramètre les mois de l'année.
En Février, aucun évanouissement supérieur à 10 dB.

(DERENNES,1979)

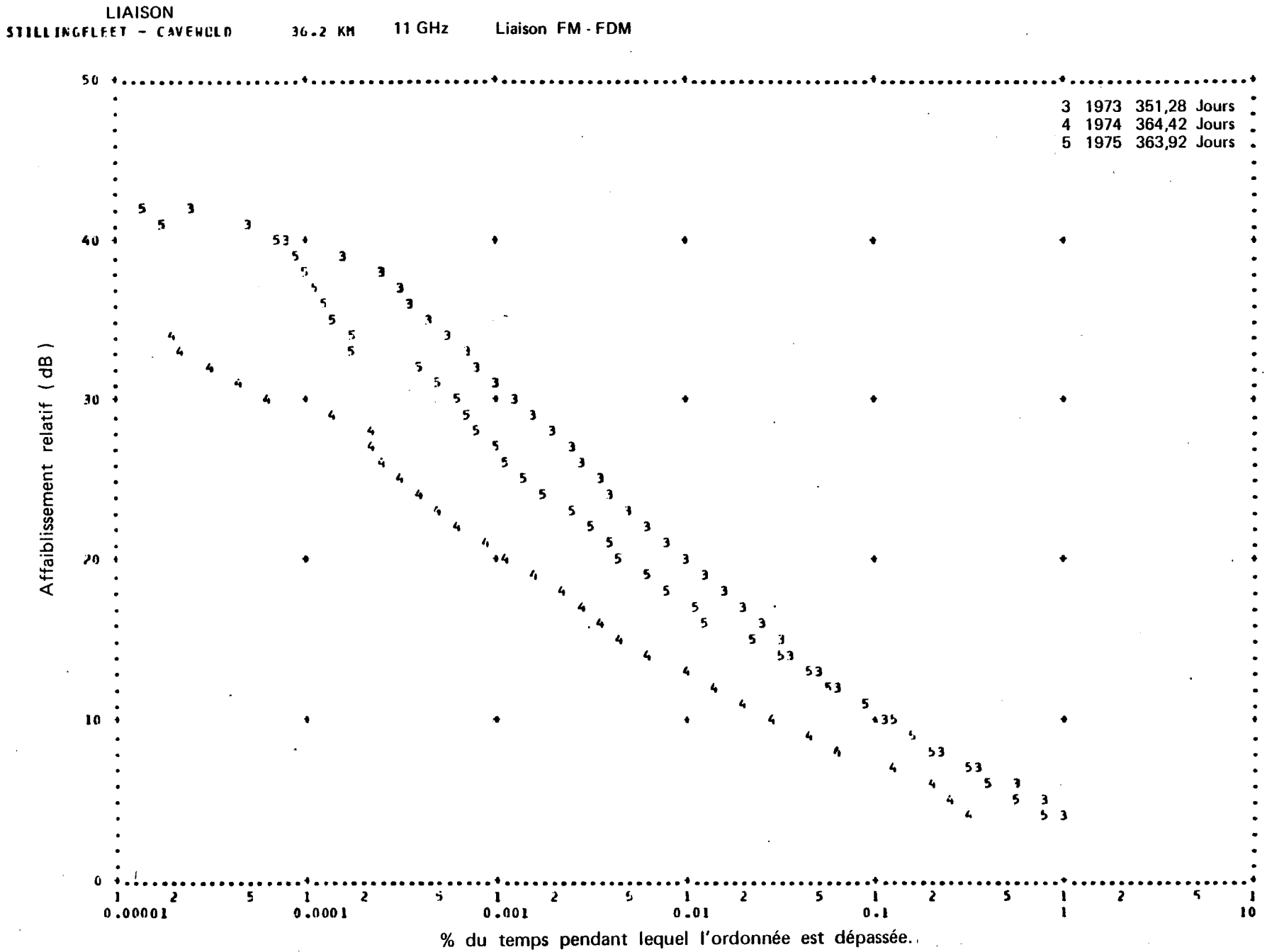


Figure 3.13 Variation d'une année à l'autre de la courbe de répartition des niveaux (TATERSALL et CARTWRIGHT, 1977).

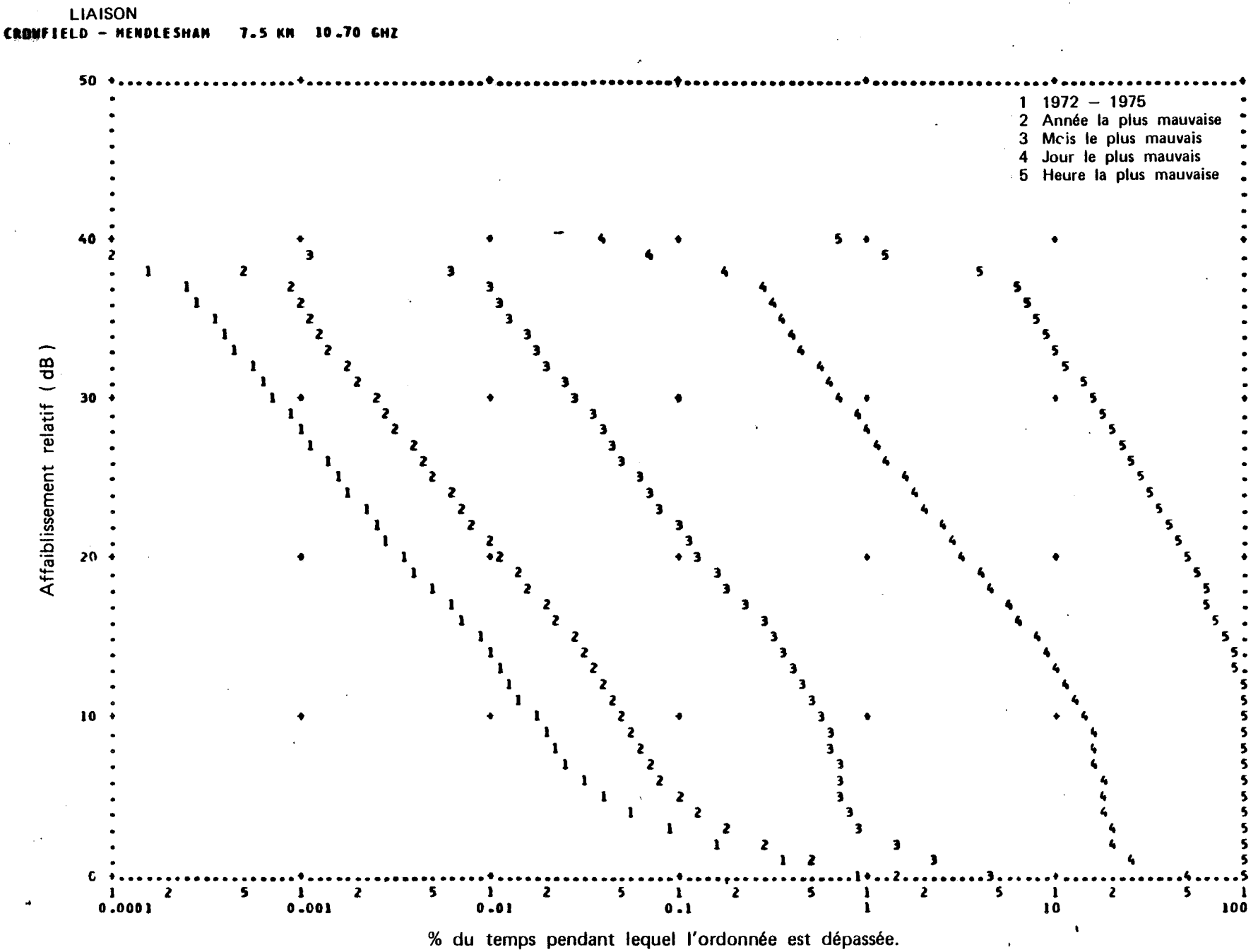


Figure 3.14 Relation entre l'année moyenne et les périodes les plus défavorables (TATERSALL et CARTWRIGHT, 1977).

3.4. Nombre et durée des événements

Du point de vue des exploitants, il n'est pas indifférent que la même durée totale d'évanouissement profond se produise en quelques événements longs ou en un grand nombre d'événements courts. Selon le cas c'est la disponibilité ou la qualité de la liaison qui sera affectée. On est ainsi conduit à s'intéresser aux statistiques du nombre et de la durée des affaiblissements de profondeur donnée. les résultats présentés par divers auteurs sont en ce domaine moins concordants qu'en ce qui concerne la loi de distribution des niveaux.

3.4.1. Nombre des événements

Les résultats obtenus aux Bell Labs sur le trajet West Unity - Pleasant Lake sont présentés par VIGANTS (1971) pour sept canaux de la bande des 4 GHz et six canaux de la bande des 6 GHz et par BARNETT (1972) pour un canal à 11 GHz. Les différents canaux d'une même gamme montrent le même comportement (fig. 15) et pour chaque fréquence, le nombre des événements de profondeur L peut être représenté par une loi de la forme :

$$N(L) = \alpha L \qquad L \leq 0,1 \qquad (3)$$

C'est à 11 GHz que l'ajustement est le moins bon, l'auteur ayant sans doute dans ce cas admis la dépendance en L trouvée antérieurement aux fréquences inférieures (une loi en $L^{2/3}$ serait dans ce cas plus proche des points expérimentaux).

La même dépendance fonctionnelle en L a été obtenue par DERENNES (1979) pour la liaison Meudon - Bois de Molle (à 3,8 - 6,1 et 11,7 GHz). Par contre, SASAKI et AKIYAMA (1977) trouvent des dépendances en L^a avec a variant de 1 à 1,8 suivant le trajet et la fréquence, et STEPHANSEN et MOGENSEN (1979) annoncent à 14 GHz (et pour une profondeur de 20 dB) une loi en $L^{4/3}$. Ces derniers auteurs sont les seuls à avoir effectué la même analyse pour les surchamps, trouvant dans ce cas :

$$N(L) = b\, L^{-3,75} \qquad (1,2 \leq L \leq 3,5)$$

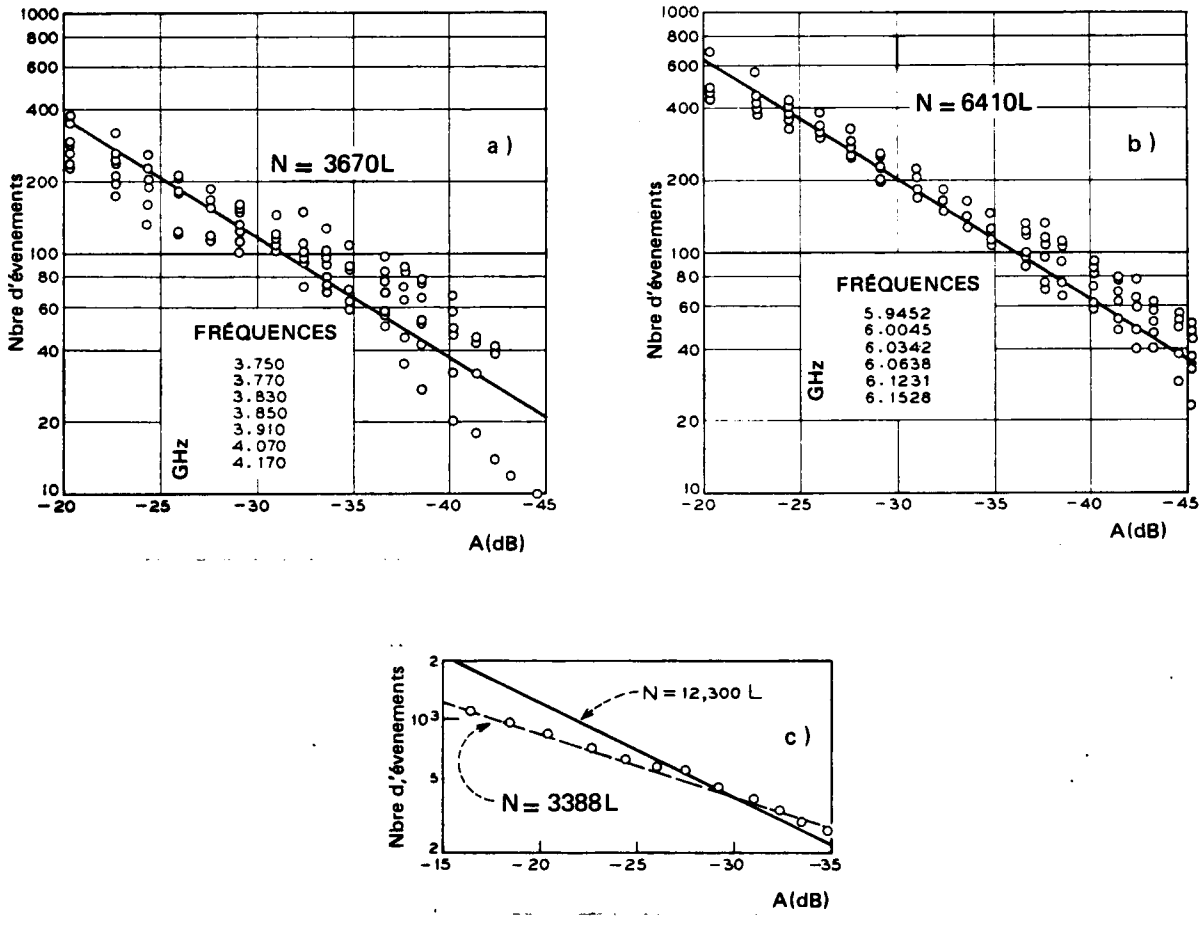


Figure 3.15 Distribution du nombre d'événements en fonction du niveau aux Etats-Unis

a) 4 GHz (VIGANTS, 1971)
b) 6 GHz (VIGANTS, 1971)
c) 11 GHz (BARNETT, 1972)

3.4.2. Durée moyenne des événements

La durée moyenne des événements s'obtient en divisant la durée totale d'affaiblissement au-dessous du niveau L par le nombre d'événements de cette profondeur. Tous les auteurs prennent une relation de la forme :

$$\bar{t}(L) = k\, L^{\alpha} \qquad (4)$$

mais le coefficient k comme l'exposant α varient d'une étude à l'autre. Quelques résultats sont résumés dans le tableau 2.

Liaison	f	α	$\bar{t}$ (30 dB)	Référence
West Unity - Pleasant Lake (USA)	4 GHz	1	13 s	Vigants (1971)
"	6 GHz	1	15 s	"
"	11 GHz	1	10 s	Barnett (1972)
Bois de Molle - Meudon (FRANCE)	3,8GHz	1	10 s	Derennes (1979)
"	6,1GHz	1	10 s	"
"	13,7GHz	1	5 s	"
Gray - Flavignerot (FRANCE)	13 GHz	1	4 s	"
Région de Copenhague (DANEMARK)	14 GHz	0,66	2,5 s	Stephansen et Mogensen (1979)
Shiroyama - Kosuzume (JAPON)	6,7GHz	1,3	0,44s*	Sasaki et Akiyama (1977)
	11 GHz	1,2	0,39s*	"
	18 GHz	0,6	0,6 s*	"
	*valeurs extrapolées			

Tableau 2 : Durée moyenne des fadings.

SASAKI et AKIYAMA (1977) donnent également quelques indications sur la durée médiane.

3.4.3. Durée des événements

En ce qui concerne la distribution des durées des événements, de profondeur donnée, il est généralement reconnu qu'on peut l'approcher par une loi log-normale dont l'écart type diminuerait lorsque la profondeur de l'événement augmente.

Selon VIGANTS et BARNETT, en rapportant la durée des événements à sa valeur moyenne, on obtiendrait une formule donnant la distribution des durées indépendamment de la profondeur d'affaiblissement et de la fréquence. Celle-ci s'écrit :

$$P_r \left(\frac{t}{\bar{t}} \geqslant x\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erf}_c \left[(\operatorname{Log} x - \mu)/\sqrt{2}\ \sigma\ \right] \qquad (5)$$

avec $\mu = -0{,}673$ et $\sigma = 1{,}27$

La formule (5) implique une probabilité de 0,3 pour le dépassement de la valeur moyenne $\bar{t}$ et de 0,07 pour le dépassement de trois fois la valeur moyenne. Pour tester le caractère plus ou moins général de cette relation, nous avons calculé les pourcentages de temps de dépassement de ces deux valeurs sur les données présentées par DERENNES et par STEPHANSEN et MOGENSEN. Les résultats (Tableau 3), compte-tenu du peu de précision inhérent à des calculs effectués à partir des courbes publiées, montrent que la loi obtenue par VIGANTS s'applique grosso modo également à des mesures effectuées sur deux trajets en France et un au Danemark.

Il est relativement facile de déterminer dans quel cas la normalisation par la durée moyenne doit entrainer une loi universelle. Soit en effet t la variable aléatoire durée d'événement, qui suit une loi log normale de paramètres μ et σ . La moyenne et la variance de t sont reliés à ces paramètres par* :

$$E(t) = \bar{t} = e^{\mu+\sigma^2/2} \qquad (6.a)$$

$$V(t) = e^{(2\mu+\sigma^2)} \quad (e^{\sigma^2} - 1) \qquad (6.b)$$

* *cf par exemple W.T. EADIE, D. DRIJARD, F.E. JAMES, M. ROOS et B. SADOULET. Statistical methods in experimental physics. North Holland (1971).*

Liaison	Niveau	Durée moyenne	% dépassement de $\bar{t}$	% dépassement de 3 $\bar{t}$
Meudon-Bois de Molle	15 dB	25 s	20	8
	20 dB	14 s	20	8
	25 dB	8,5 s	25	8
	30 dB	5 s	25	8
	35 dB	2,7 s	30	5
	40 dB	1,8 s	20	3
Gray Flavignerot	20 dB	13 s	22	6
	25 dB	6,5 s	25	4
	30 dB	4 s	22	3
Danemark	20 dB	5,3 s	29	7,5
	30 dB	2,5 s	29	7,5
	40 dB	1,1 s	29	5
Formule (5)			30	7

Tableau 3
Probabilité de dépassement de certaines durées

Inversement :

$$\sigma^2 = \text{Log}\ [1 + \frac{v(t)}{\bar{t}^2}] \qquad (7.a)$$

$$\mu = \text{Log}(\bar{t}) - \frac{1}{2}\ \text{Log}\ (1 + v(t)/\bar{t}^2) \qquad (7.b)$$

Après normalisation de t par sa moyenne, la variable réduite $\tau = t/\bar{t}$ suit également une loi log normale avec une moyenne $t(\tau) = \bar{\tau} = 1$ et une variance $v(\tau) = \frac{v(t)}{\bar{t}^2}$

Les paramètres μ_τ et $\sigma_\tau{}^2$ de la loi réduite sont d'après (7) :

$$\sigma_\tau^2 = \text{Log}\,[1 + v(\tau)] \simeq \text{Log}\,[1 + \frac{v(t)}{\bar{t}^2}\,] \qquad (8.a)$$

$$\mu_\tau = \text{Log}(\bar{\tau}) - \frac{1}{2}\,\text{Log}\,[1 + \frac{v(\tau)}{\bar{\tau}^2}\,] = -\frac{1}{2}\,\text{Log}\,[1 + \frac{v(t)}{\bar{t}^2}\,] \qquad (8.b)$$

Pour que la loi normalisée soit indépendante du niveau du signal, il faut et il suffit qu'il en soit de même de $v(t)/\bar{t}^2$. D'après (4) la durée moyenne varie en L^{α}. Il faut donc que l'écart type $\sqrt{v_L(t)}$ varie suivant la même puissance α de L. C'est bien ce que trouvent VIGANTS et BARNETT sur leurs données. Par contre, STEPHANSEN et MOGENSEN trouvent que $V_L(t)$ varie comme L^2 et $\bar{t}_L$ comme $L^{2/3}$. C'est probablement la raison pour laquelle ils prétendent que la normalisation par la durée moyenne ne doit pas donner de loi universelle. Nous avons montré qu'en fait leurs données satisfont assez bien à la relation (5). Cela s'explique sans doute par le caractère non pointu des ajustements par des lois puissance.

3.5. Vitesse de variation du signal

La vitesse de variation du signal au cours d'une situation de trajets multiples est un paramètre intéressant, en particulier en ce qu'elle permet d'évaluer la rapidité souhaitée des équipements correcteurs mis en place sur les liaisons. Les données publiées à ce sujet sont toutefois assez restreintes. Selon le cas, on peut trouver soit la répartition de la vitesse de variation du signal (en dB/s), soit son inverse, le temps nécessaire à une variation donnée de l'affaiblissement.

Sur la figure 16, nous avons regroupé des données relatives à la liaison Gray - Flavignerot à 13 GHz (ROORYCK et JUY, 1977) et à la liaison Shiroyama - Kosuzume à 11 GHz (SASAKI et AKIYAMA, 1977). Les résultats sont assez concordants et montrent la possibilité de variations très rapides. Les variations sont d'ailleurs d'autant plus rapides que le niveau du signal est déjà faible et que la fréquence est élevée.

Des données relatives à des liaisons en Grande-Bretagne se trouvent dans BLOMQUIST et NORBURY (1979) mais ne sont pas directement comparables aux précédentes, les pourcentages de temps étant rapportés à la période complète et non à la durée totale d'événements. La même remarque s'applique aux courbes présentées par CHRISTENSEN et MOGENSEN (1979).

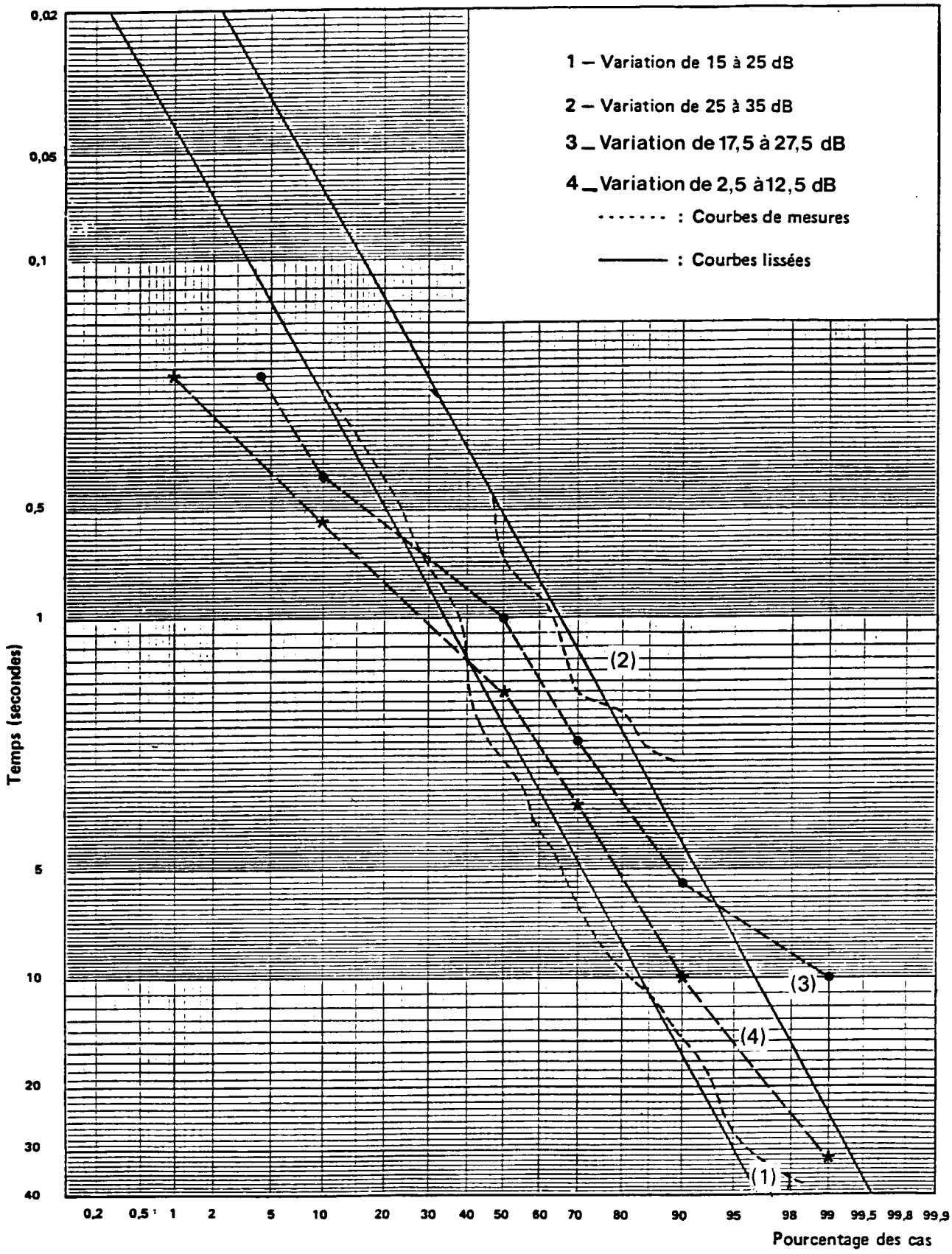


Figure 3 — 16 . REPARTITION DU TEMPS NECESSAIRE POUR QUE L'AFFAIBLISSEMENT DÛ AUX TRAJETS MULTIPLES AUGMENTE DE 10 dB

Courbes 1 et 2 : Dijon 13 GHz, 53 km, 1 an de mesure (ROORYCK et JUY, 1977).
Courbes 3 et 4 : Japon, 11 GHz, 35,6 km (SASAKI et AKIYAMA, 1977).

Une autre façon de caractériser la vitesse de variation du signal est de compter le nombre moyen de passages par unité de temps du signal par une valeur particulière, par exemple le niveau médian ; c'est le type d'analyse utilisé par COLAVITO (1970) et qui lui permet de classer les événements en scintillations, fadings rapides et fadings très rapides pour les étudier séparément.

3.6. Influence de la fréquence

L'effet de la fréquence peut être considéré sur chacune des statistiques précédemment présentées : probabilité d'occurrence, nombre et durée des événements. Il s'agit d'un sujet important mais les mesures sont peu nombreuses et les résultats restent controversés.

BARNETT (1972), utilise les données à 4, 6 et 11 GHz obtenues sur une même liaison pendant la même période. les ajustements obtenus en fonction du niveau de signal L sont donnés tableau 4.

Fréquence	Probabilité	Nombre événements	Durée moyenne
4 GHz	0,25 L^2	3670 L	408 L
6 GHz	0,53 L^2	6410 L	490 L
11 GHz	0,69 L^2	12300 L	330 L

Tableau 4
Influence de la fréquence
Liaison Pleasant Lake-West Unity (août-septembre 1966)

De ces données, on déduit que la probabilité de fading et le nombre d'événements sont à peu près proportionnels à la fréquence et que la durée moyenne en est indépendante.

Une étude analogue est effectuée par DERENNES (1979) sur la liaison Meudon - Bois de Molle à 3,8 - 6,1 et 11,7 GHz. Les antennes sont ici différentes et il faut supposer que cela a un effet négligeable. Sur les données cumulées des étés 1976 et 1977, la loi de distribution des niveaux varierait en $f^{0,7}$ et le nombre d'événements (à niveau donné) comme $f^{1,3}$. Il en résulterait une diminution en $f^{-0,6}$ de la durée moyenne avec la fréquence. Cet auteur note encore que l'effet de la fréquence observé sur une durée d'un mois peut être très différent d'une période à l'autre. Il faudrait donc des statistiques portant sur plusieurs années.

SASAKI et AKIYAMA (1977) pour leur part trouvent que la probabilité de fading et le nombre d'événements augmentent avec la fréquence, d'autant plus vite que l'affaiblissement est profond, la durée moyenne d'événement variant en $f^{-0,6}$.

	Probabilité totale	Nombre événements	Durée moyenne
BARNETT (1972)	1	1	0
DERENNES (1979)	0,7	1,3	- 0,6
SASAKI et AKIYAMA (1977)			
A = - 10 dB	1,2	1,7	- 0,7
A = - 15 dB	1,5	2	- 0,6
A = - 20 dB	1,8	2,2	- 0,6

Tableau 5 : effet de la fréquence
Exposant α pour un comportement en f^{α}*

* *On remarque ce qui est habituel chez SASAKI et AKIYAMA, que les trois exposants, obtenus indépendamment, ne sont pas cohérents globalement.*

De ces résultats, résumés dans le tableau 5, on peut retenir actuellement en conclusion qu'une augmentation de fréquence s'accompagne, toutes choses égales d'ailleurs, d'une durée totale de fading augmentée et d'un plus grand nombre d'événements, ces résultats étant à prendre en moyenne sur une durée assez longue.

Nous terminerons ce paragraphe en citant pour mémoire l'analyse de MORITA (1970) sur l'influence de la fréquence, analyse qui ne nous semble pas convaincante mais qui a laissé des traces dans le rapport 338 du CCIR. Faute de données statistiques, cet auteur obtient la dépendance en fréquence à partir des données à 4 GHz en effectuant une normalisation à l'aide de la courbe de distribution des écarts interdéciles horaires (de six trajets pris parmi 79 !), écart interdécile pour lequel il admet une variation en $\sqrt{f}$. Le résultat de ces manipulations conduit pour la probabilité de Rayleigh à une dépendance en $f^{1,2}$.

3.7. Influence des caractéristiques de la liaison

Dans les paragraphes précédents, nous avons décrit statistiquement les phénomènes observés sur une liaison particulière. Dans celui-ci nous nous intéressons aux paramètres propres à rendre compte des différences observées d'une liaison à l'autre. Cette étude est fondamentale si on veut pouvoir extrapoler les enseignements des liaisons existantes à des liaisons en projet. Mais elle est difficile du fait du grand nombre de paramètres à prendre en compte et n'a au surplus pas toujours été menée correctement. Certains éléments , tels la nature du terrain ou le climat, bien que d'une importance extrême, ne sont pas aisément quantifiables. Les caractéristiques de la liaison relativement faciles à étudier sont la longueur du trajet, la rugosité et le dégagement de la liaison.

Pour ces études, deux types d'approche sont possibles. La première que nous qualifierons d'expérimentale consiste à définir deux ou plusieurs liaisons aussi équivalentes que possibles sauf pour le paramètre à étudier. La seconde, purement statistique, consiste à partir des données relatives à un grand nombre de liaisons et à tâcher d'en extraire l'effet des différents paramètres par des modèles de régression. Cette seconde méthode est beaucoup moins satisfaisante mais, il faut le reconnaître, souvent la seule utilisable.

Ses principales faiblesses sont les suivantes :

- du fait du nombre important de paramètres à étudier, le nombre de liaisons utilisé peut être insuffisant pour une analyse statistique précise.

- par souci de simplicité, on utilise généralement un modèle de régression linéaire, ou s'y ramenant après une transformation mathématique simple. Rien ne prouve qu'on obtienne ainsi le modèle le mieux adapté.

- même dans le cadre de ces modèles simples, les auteurs ont tendance à faire des régressions successives en introduisant un à un les paramètres explicatifs. Il est clair que la résolution du problème de régression multiple serait meilleure.

- enfin, on considère habituellement les effets des divers paramètres comme indépendants. C'est là une hypothèse qui ne va pas de soi et demanderait pour le moins à être vérifiée.

3.7.1. Effet de la longueur du trajet

En ce domaine, la majorité des études sont du type statistique et visent à déterminer la dépendance vis à vis de la distance de la probabilité d'évanouissement d'une profondeur donnée. Notant D la longueur du trajet, il s'agit de déterminer la dépendance en D du coefficient a de la formule (1).

Il semblerait que le premier résultat pour l'Europe ait été obtenu en comparant les données de trajets longs en France (étudiés par BATTESTI et BOITHIAS, 1964) avec des trajets plus courts au Royaume Uni, et ait donné une dépendance en $D^{3,5}$, introduite dans le Rapport 338 du CCIR comme formule relative à l'Europe du Nord Ouest. Plus tard, constatant l'absence de trajets multiples pour des bonds très courts, et fixant une limite un peu arbitraire à 5 km, MISME et al (1973) proposèrent une loi corrigée* en $(D-5)^{3,5}$.

Une autre étude statistique, à partir des données du réseau britannique, se trouve chez PEARSON (1965). Cet auteur ne fournit que des courbes ajustées. Il est donc impossible de juger de la qualité des ajustements obtenus et le lecteur qui souhaite une formule analytique doit l'établir à partir

* *Loi rapidement abandonnée par ses auteurs.*

des figures présentées. PEARSON décrit la distribution des niveaux d'évanouissements par une loi composite à un paramètre, et prend généralement comme paramètre la profondeur dépassée pendant 0,1% du temps exprimée en décibels et notée $F_{o.1}$. Lorsque celui-ci dépasse 15 à 20 dB, on peut utiliser (1) et il vient :

$$F_{o.1} = 10 \log a + 30 \qquad (9)$$

A partir des courbes fournies, on peut déduire une relation entre la longueur du trajet D et $F_{o.1}$ qui peut s'exprimer par :

$$F_{o.1} = k + 27{,}857 \log D \qquad (10)$$

De (9) et (10) vient $a \alpha D^{2,79}$.

Au Japon, sur six liaisons du réseau à 4 GHz, MORITA et KAKITA (1958) trouvent une relation en $D^{3,5}$ (pour 40 km < D < 150 km). En 1970, MORITA étend cette analyse à 79 liaisons de longueurs comprises entre 10 et 80 km. Les données le conduisent à diviser les liaisons en trois groupes suivant la nature du terrain : liaisons maritimes, liaisons montagneuses et trajets mixtes. Pour chaque famille, il effectue alors une régression sur le modèle

$$P_R = k D^{3,5} \qquad (11)$$

où P_R est la probabilité du fading de Rayleigh, définie en 3.3.3 et qui diffère probablement peu du coefficient a de (1). Notons à propos des résultats de MORITA que :

1° Il impose a priori l'exposant 3,5, sans doute compte tenu de ses résultats de 1958, mais que cette valeur ne fournit pas le meilleur ajustement de ses données.

2° que seule la famille des liaisons au-dessus de la mer conduit à un ajustement convenable.

Enfin BARNETT (1972), s'appuyant sur des données assez peu nombreuses du réseau américan trouve une dépendance suivant le cube de la distance ($a \alpha D^3$).

Un programme d'étude expérimentale de l'effet de distance a été mis en route aux Etats-Unis en 1979. Six liaisons quasiment colinéaires (à mieux que 0,2 degrés) utilisent la même station de réception (PALMETTO, GEORGIE) et ont des longueurs s'étendant de 18 à 57 km. Sur chacune est transmise une fréquence pure de la bande des 6 GHz dont le niveau est enregistré toutes les 200 ms. Le résultat d'un an d'expérimentation (septembre 1979 - août 1980) a conduit aux résultats suivants illustrés par la figure 17 (BERGMANN, 1981) :

- A toutes les profondeurs d'évanouissement (20, 30 et 40 dB), la durée totale de fading et le nombre d'événements croissent en D^3.

- La durée moyenne des événements de profondeur donnée est indépendante de la longueur du trajet.

- Pour les conditions de l'expérience, et les affaiblissements supérieurs à 20 dB, le nombre de jours affectés croît à peu près linéairement avec la distance.

3.7.2. Effet de la rugosité du terrain

Le relief de la liaison influe sur l'apparition des évanouissements par trajets multiples. En particulier, les tracés accidentés s'accompagnent de moins de phénomènes, ce que l'on attribue à ce qu'ils sont moins favorables à la formation de couches atmosphériques stables.

Pour rendre compte de cet effet, on définit un facteur de rugosité du terrain, qui ne peut qu'être empirique.

Deux définitions du facteur de rugosité sont employées. PEARSON (1965) et après lui les auteurs des Bell Labs (VIGANTS, 1975) utilisent l'écart quadratique moyen ρ de l'altitude du profil, calculé par rapport à une référence arbitraire (par exemple le niveau de la mer) à partir de mesures effectuées à 1 mile (ou 1 km) d'intervalle, bornes exclues (fig. 18). D'autres auteurs utilisent l'écart quadratique moyen ρ' de la pente du profil. Ces deux quantités ne sont d'ailleurs pas indépendantes mais le passage de l'une à l'autre, qui dépend de la loi de distribution des altitudes et de la fonction de corrélation

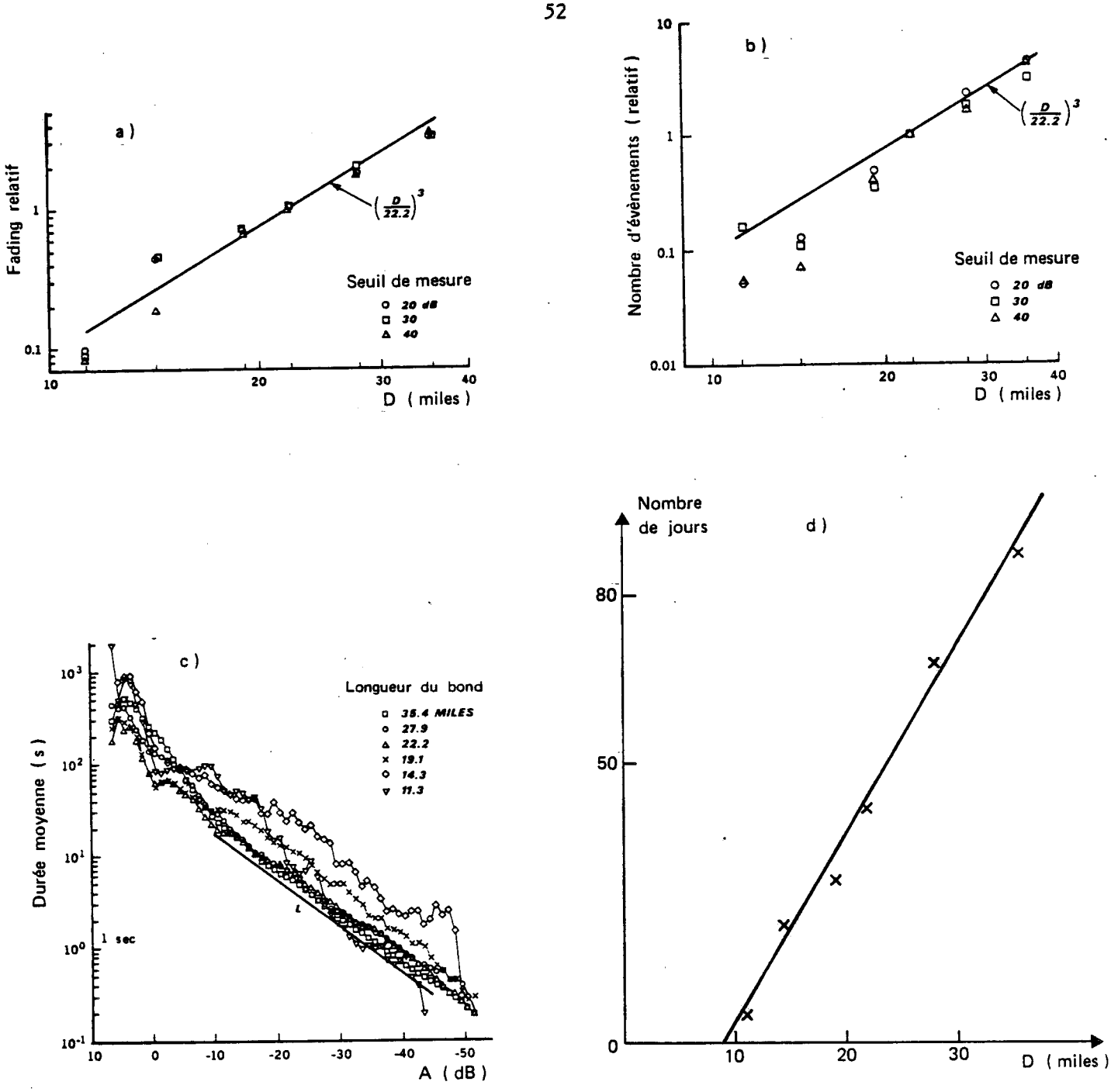


Figure 3.17 Etude expérimentale de l'effet de la longueur du trajet (d'après BERGMANN, 1981) sur les caractéristiques à fréquence fixe.
(Mesures sur 6 bonds colinéaires)
a) Durée d'événement normalisé à la valeur pour 22,2 miles
b) Nombre d'événements normalisés à la valeur pour 22,2 miles
c) Durée moyenne d'événement
d) Nombre de jours présentant des évanouissements supérieurs à 20 dB

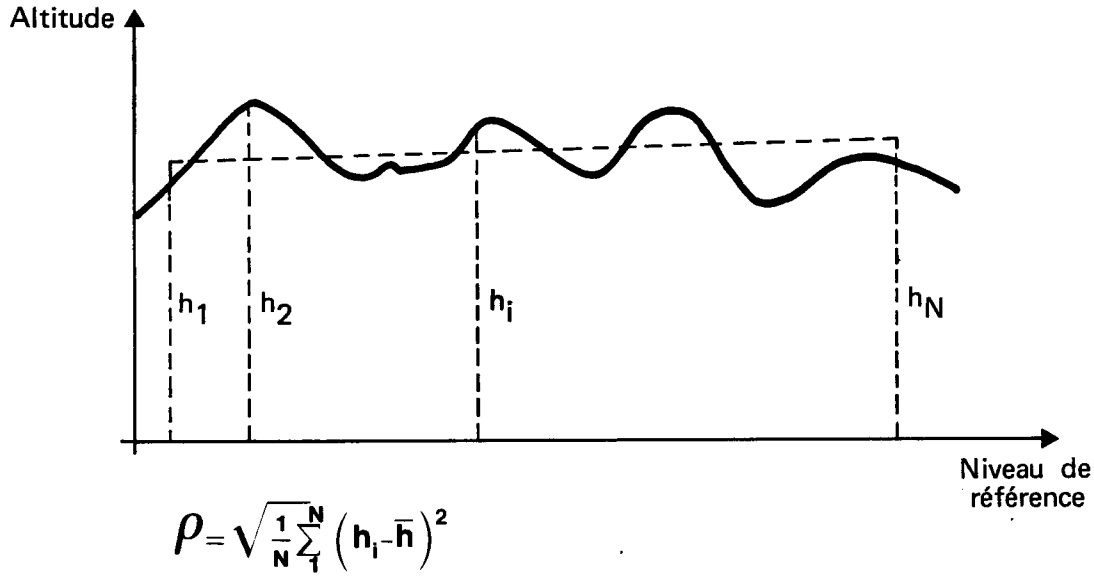


Figure 3.18 Définition du coefficient de rugosité

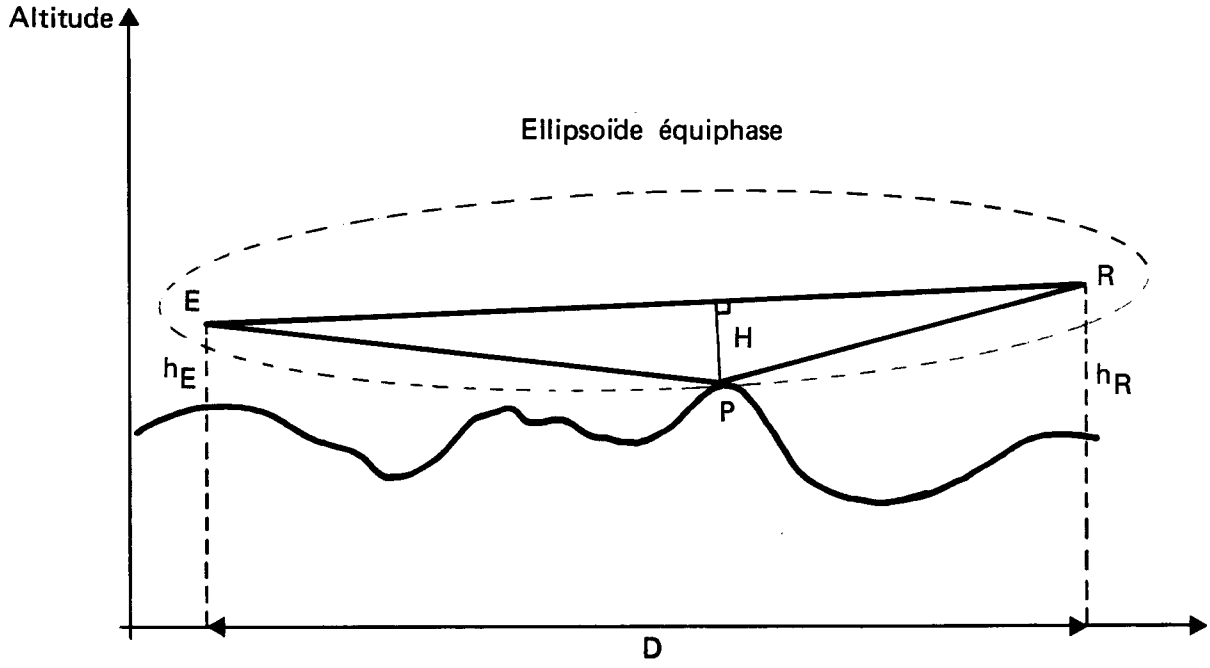


Figure 3.19 Définition du dégagement de la liaison
E : émetteur R : récepteur
EPR : trajet de chemin optique minimum pour un point P situé au sol.

du profil (BECKMANN et SPIZZICHINO, 1963, pp. 193-194) n'est pas immédiat ; il en résulte que des résultats basés sur ces deux méthodes ne sont que qualitativement comparables.

Les courbes présentées par PEARSON (1965) peuvent se représenter par la formule :

$$F_{o.1} = k \rho^{-1,2} \qquad (12)$$

Pour les Etats-Unis, VIGANTS (1975) donne une dépendance en $\rho^{-1,3}$. Il indique de plus que le coefficient de rugosité varie de 6 m (profil lisse) à 42 m (profil rugueux), le profil "moyen" correspondant à $\simeq$ 15 m.

Remarquons que la définition du niveau de référence peut poser quelques difficultés si l'altitude moyenne du profil varie beaucoup le long du trajet.

3.7.3. Effet du dégagement de la liaison

Le dégagement de la liaison, qui est un paramètre important, peut être défini (BECKMAN et SPIZZICHINO (1963) ; pp. 382-383) comme la distance H entre le rayon direct et le point du sol pour lequel le trajet optique est minimum (fig. 19). En pratique, cette quantité est difficile à obtenir et on se contente de prendre la hauteur moyenne des antennes $\bar{h} = \frac{h_E + h_R}{2}$

MORITA (1970)) a étudié l'effet de $\bar{h}$ après avoir éliminé l'effet de distance en ramenant fictivement toutes les données à une longueur de trajet de 50 km. Seuls les trajets maritimes montrent un effet perceptible, en $(\bar{h})^{-1/2}$. Il semble toutefois que l'analyse de MORITA ne permette pas de conclure directement pour les autres trajets à cause du mauvais ajustement en fonction de la distance obtenu par l'auteur, qui peut suffire à noyer dans le bruit des effets moins importants.

WHEELER (1977) a cherché à améliorer le calcul en utilisant le dégagement en milieu de liaison, sur terre sphérique, mesuré par δ = N/f où N est le nombre de zones de Fresnel et f la fréquence. δ dépend à la fois de la longueur de trajet D et de $\bar{h}$, et est calculé pour la valeur minimum du rayon terrestre effectif correspondant à la longueur du trajet d'après les normes du CCIR (Rapport 338). Les résultats obtenus par cet auteur en comparant

les données de BARNETT (1972), BATTESTI et BOITHIAS (1964) et MORITA (1970) lui donnent une dépendance en $\delta^{-0,8}$. Notons qu'il ne s'agit pas là d'une dépendance envers la fréquence, mais vis à vis du dégagement au milieu de la liaison exprimé en longueurs d'onde.

3.8. Corrélations entre liaisons différentes

Dans la pratique, les liaisons hertziennes utilisent une succession de bonds. Pour calculer l'impact des trajets multiples sur la liaison, on doit donc tenir compte des possibilités de perturbation sur chaque section de la liaison, et cela conduit à se poser le problème de la corrélation des événements sur liaisons voisines.

La même étude est importante en vue d'une compréhension physique du phénomène : celui ci étant attribué à une perturbation de l'atmosphère, il est en effet intéressant d'avoir une idée des dimensions de la région perturbée. Le même genre de considérations a d'ailleurs une application pratique puisque c'est de la réponse à cette question que l'on déduira si la diversité de trajet peut ou non apporter une aide dans la lutte contre les trajets multiples.

La seule étude statistique semble être celle menée par TURNER et al (1966) sur les données de trois liaisons voisines (fig. 20). L'analyse est menée sur des tranches horaires, considérées comme actives ou non suivant que le signal y subit ou non un évanouissement supérieur à un seuil fixé (en pratique 4 dB et 10 dB). L'association entre couples de trajets est alors évaluée à l'aide du coefficient d'association Q de Yule*. Les résultats (Tableau 6) traduisent une grande association des périodes d'activité sur les couples de liaisons étudiés, qui augmente avec la profondeur du seuil des événements.

Ce résultat est important pour les communications utilisant plusieurs bonds qui risquent ainsi de voir les divers bonds perturbés à tour de rôle, entrainant pour la liaison totale une baisse de qualité de longue durée si ce n'est même de disponibilité.

* *cf KENDALL et STUART, The advanced theory of statistics. T2. ch. 33 GRIFFIN and Co (1967) et Annexe 3B.*

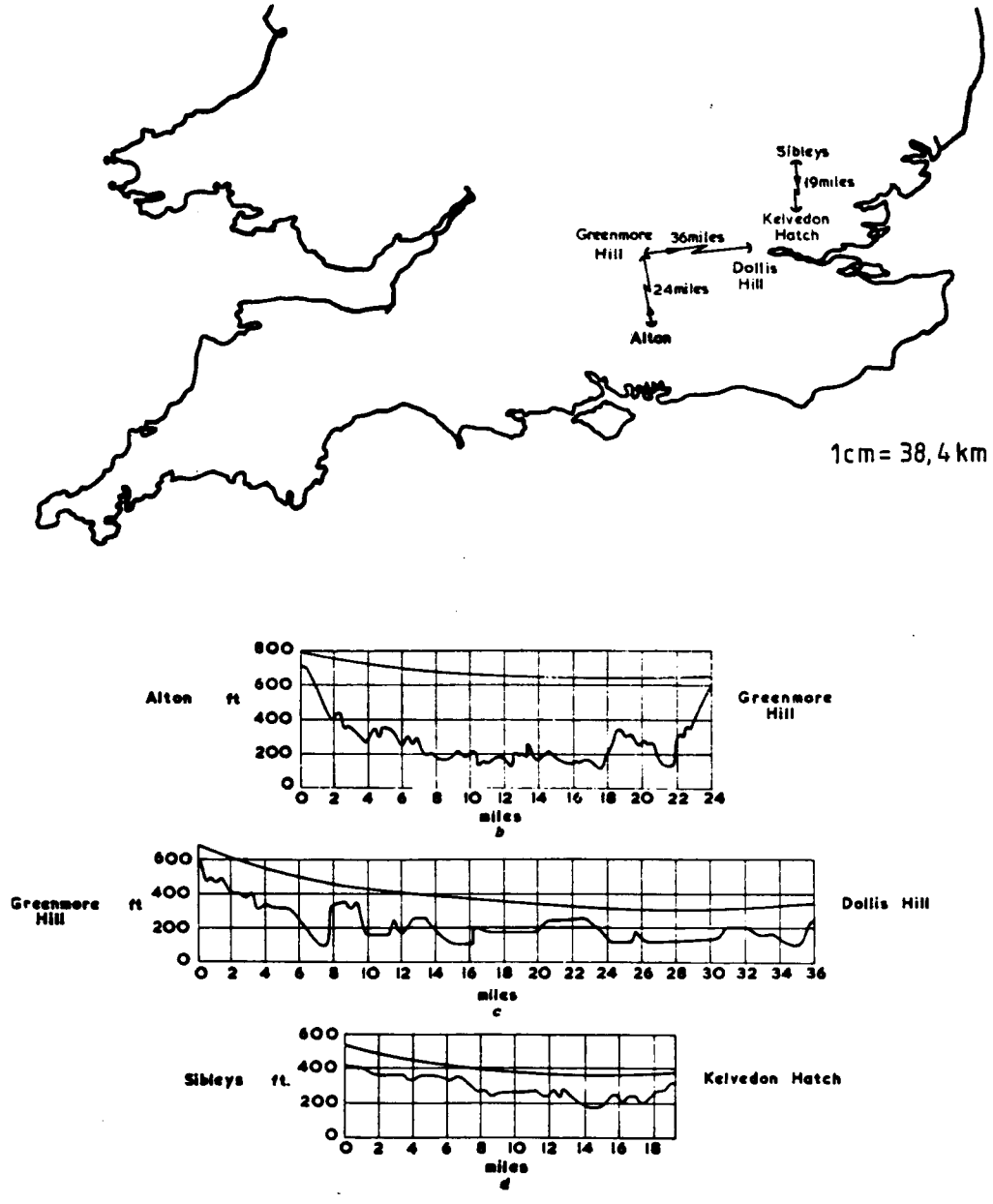


Figure 3.20 Position géographique et profil des liaisons ayant servi à une étude d'association des événements (TURNER et al, 1966).

Tableau 6 : coefficient d'association de Yule pour des fadings horaires par TM sur des couples de liaison.

Liaisons	AG - GD	GD - KS	KS - AG
A > 4 dB	0,885	0,857	0,707
A > 10 dB	0,957	0,897	0,907

AG : Alton - Greenmore
KS : Kelvedon - Sibleys
GD : Greenmore - Dollis

Par contre, lorsqu'on effectue un calcul de liaison à un instant donné, il semble qu'on puisse considérer les évanouissements sur les différentes sections comme statistiquement indépendants (c'est l'hypothèse faite par PEARSON (1965) et MORITA (1970)) ; c'est-à-dire que la corrélation de bond à bond ne s'accompagnerait pas d'une concomitance des événements individuels.

3.9. Formules globales et discussion

De nombreuses administrations utilisent pour la loi de distribution des niveaux à fréquence fixe des formules qui synthétisent les différents effets étudiés, valables pour des affaiblissements supérieurs à 15 dB. Ces formules peuvent pratiquement toutes se mettre sous la forme :

$$Pr(R \leqslant L) = A f^{\alpha} D^{\beta} L^{2} \qquad (13)$$

où f est la fréquence
D la longueur du trajet
α et β des coefficients numériques
A un coefficient numérique qui tient compte du climat et du terrain

Les valeurs des coefficients numériques utilisées dans les diverses parties du monde peuvent être trouvées dans le rapport 338 du CCIR.

Il convient de faire à propos de ces formules, dont nous avons vu la genèse dans les paragraphes précédents, les remarques suivantes :

- ce sont des formules d'origine empirique , généralement établies par la "méthode statistique" dont nous avons souligné les insuffisances.

- le modèle en puissance systématiquement utilisé ne l'est que pour sa simplicité mathématique (problème linéaire après passage aux logarithmes) et n'a aucune base théorique. Du fait du caractère peu pointu d'un ajustement en puissance, l'accord avec les données expérimentales est souvent assez bon ; par contre, les différences entre les valeurs numériques des exposants α et β données par les uns et les autres sont probablement peu significatives.

- ce qui peut être grave, c'est l'indépendance postulée a priori entre les divers effets et le rôle résiduel attribué au climat par l'intermédiaire du coefficient A.

- la base statistique utilisée est faible, tant en ce qui concerne les combinaisons de paramètres effectivement étudiées que la durée de mesure effectuée sur chacune.

Il en résulte que si les formules du type (13) représentent assez bien les données qui ont servi à les établir, elles ne sont valables que dans un domaine de variation assez restreint des divers paramètres.* Si on doit parfois, faute de mieux, les utiliser comme base d'extrapolation pour des liaisons en projet, il ne faut le faire qu'avec une grande prudence et ne pas s'étonner si les résultats obtenus a posteriori ne sont pas conformes aux prévisions.

Si nous avons privilégié l'approche par la loi de distribution des niveaux, qui est la plus courante, ce n'est pas la seule possible. UGAI (1961) a fait une étude statistique détaillée et intéressante à partir de l'écart en dB entre les niveaux dépassés pendant 1% et 99% du temps. Il met en particulier bien en évidence la distinction à opérer entre comportement à court terme et comportement à long terme. Mais ses résultats sont difficilement comparables à ceux que nous avons présentés.

* *A >15 dB , D entre 40 et 150 km , f entre 1 et 15 GHz.*

Nous ne pouvons finir ce chapitre sans rappeler, quitte à paraître insister, que malgré le travail abondant qu'elles ont nécessité et l'insuffisance pratique de certains de leurs résultats, toutes les études décrites ne visent qu'à analyser la situation à fréquence fixe, connaissance de toute façon trop incomplète pour en déduire la qualité d'une liaison réelle à bande moyenne.

ANNEXE 3.A

Loi Gamma et loi m de Nakagami

Si w est la puissance reçue, on la représente par une loi gamma de paramètres ν et λ si on utilise la forme (MORITA et KAKITA, 1958)

$$f(W) = \frac{\nu^{\lambda}}{\Gamma(\lambda)} \quad W^{\lambda-1} \quad e^{-\nu W} \qquad\qquad o \leqslant W < \infty \qquad (1)$$

On trouve facilement que les caractéristiques en sont :

valeur moyenne $\overline{W} = \lambda / \nu$

valeur quadratique moyenne : $\overline{W^2} = \frac{\lambda}{\nu^2} (1+\lambda)$

variance $\sigma^2 = \lambda / \nu^2$

Si la puissance est rapportée à sa valeur moyenne :

$$w = \frac{W}{\overline{W}}$$

la densité de probabilité devient :

$$f(w) = \frac{\lambda^{\lambda}}{\Gamma(\lambda)} \quad w^{\lambda-1} \quad e^{-\lambda w} \qquad (2)$$

et ne dépend plus que d'un seul paramètre.

Notons que la loi gamma constitue encore ce que l'on appelle la loi de Pearson de Type III (cf KENDALL et STUART, Tome 1, chapitre 6). Si on exprime le signal par son enveloppe $R = \sqrt{W}$, et que l'on remplace le paramètre ν par $\lambda / \overline{W} = \lambda / \overline{R^2}$, la formule (1) devient :

$$f(R) = \frac{2\lambda^{\lambda}}{\Gamma(\lambda)} \quad \frac{R^{2\lambda-1}}{(\overline{R^2})^{\lambda}} \quad e^{-\lambda \frac{R^2}{\overline{R^2}}} \qquad (3)$$

qui n'est autre que la loi m de NAKAGAMI (1960), souvent utilisée (le paramètre m étant ici noté λ).

Comme on le voit facilement, la formule (3) comprend comme cas particulier la loi de Rayleigh si $\lambda = 1$.

Une étude plus détaillée des relations entre ces lois et quelques autres peut être trouvée chez GRIFFITHS et Mc GEEHAN (1982).

ANNEXE 3.B

Le coefficient d'association de Yule

Dans certains problèmes statistiques, on est amené à classer une population suivant plusieurs critères, et il est alors toujours utile de se demander si les différents critères sont ou non indépendants. Dans le cas le plus simple de deux critères A et B, la population peut être classée en quatre sous-groupes suivant le tableau carré ci-dessous, qui indique les nombres d'éléments appartenant à chaque catégorie :

	B	non B	Totaux
A	n_{AB}	$n_{A\overline{B}}$	n_A
non A	$n_{\overline{A}B}$	$n_{\overline{A}\overline{B}}$	$n_{\overline{A}}$
totaux	n_B	$n_{\overline{B}}$	n

Si A et B ne sont pas associés, on doit avoir à peu près, pour une population assez nombreuse :

$$\frac{n_{AB}}{n_B} = \frac{n_{A\overline{B}}}{n_{\overline{B}}} = \frac{n_A}{n} \qquad (1)$$

Si au contraire, la réalisation de A implique celle de B, ou de non B, on aura $n_{A\overline{B}}$ ou n_{AB} égal à zéro. C'est le cas d'association maximum des attributs A et B.

De manière générale, on dira que A et B sont associés positivement si

$$n_{AB} > \frac{n_A\, n_B}{n}$$

et qu'ils sont associés négativement si

$$n_{AB} < \frac{n_A\, n_B}{n}$$

Le coefficient d'association de yule Q a pour but de mesurer le degré d'association de deux attributs. Il est défini par :

$$Q = \frac{n_{AB}\, n_{\bar{A}\bar{B}} - n_{A\bar{B}}\, n_{\bar{A}B}}{n_{AB}\, n_{\bar{A}\bar{B}} + n_{A\bar{B}}\, n_{\bar{A}B}}$$

Un calcul sans difficultés montre qu'on a encore :

$$Q = \frac{n(n_{AB} - \frac{n_A\, n_B}{n})}{n_{AB}\, n_{\bar{A}\bar{B}} + n_{A\bar{B}}\, n_{\bar{A}B}}$$

Il en résulte que Q est nul si A et B sont indépendants, positif ou négatif suivant qu'il existe une association positive ou négative et variant entre + 1 (association complète puisque $n_{A\bar{B}}$ ou $n_{\bar{A}B} = 0$) et - 1 (dissociation complète avec n_{AB} ou $n_{\bar{A}\bar{B}}$ nul).

4. STATISTIQUES A FREQUENCE FIXE

SUR CANAL SIMPLE : ETUDES THEORIQUES

4.1. Généralités

Dans l'étude des trajets multiples, lorsqu'on se limite à une fréquence pure, le problème statistique principal est la détermination de la loi de distribution des niveaux, à partir de laquelle peuvent s'effectuer les autres calculs. La première approche, décrite au chapitre 3, consiste à s'appuyer sur des données expérimentales et à y ajuster, par un choix de paramètres, une loi de probabilité prise dans une famille choisie. Une telle méthode, purement empirique, permet certes quelques calculs de liaison mais ne fait guère progresser dans la compréhension du phénomène.

Une attitude plus théorique est cependant concevable. Dans le modèle à trajets multiples, le signal reçu est la superposition de plusieurs signaux ayant suivi des trajets distincts. En notation complexe, le signal résultant est la somme vectorielle de signaux élémentaires, chacun pouvant être représenté par ses deux composantes ou par son amplitude et sa phase. A partir d'hypothèses plausibles sur le nombre des signaux élémentaires et leurs propriétés statistiques, on peut déduire les propriétés statistiques du signal résultant. L'expérience n'intervient plus ici qu'au stade final de l'étude pour valider ou infirmer les hypothèses du modèle. C'est à ce type d'études qu'est consacré le présent chapitre.

Nous avons ici affaire à des modèles de nature statistique. Il n'est donc pas étonnant que ceux-ci ne soient pas spécifiques des trajets multiples. De fait, il y a de grandes similitudes entre les modèles concernant les trajets multiples, la diffusion et la propagation transhorizon. La différence essentielle est l'existence ou l'absence d'un vecteur principal. On pourra également remarquer que du point de vue du calcul des probabilités, les problèmes que l'on est amené à traiter sont équivalents à l'étude d'une marche au hasard à deux dimensions.

4.2. Distribution statistique de l'amplitude et de la phase d'une somme de vecteurs aléatoires

4.2.1. Position du problème

Nous nous intéressons à la situation dans laquelle le signal résultant, représenté en notation complexe par

$$S = R\, e^{i\Theta} = x + i\, y \qquad (1)$$

est la superposition de n signaux. Soit :

$$R\, e^{i\Theta} = \sum_{k=1}^{n} r_k\, e^{i\Phi_k} = \sum_{k=1}^{n} x_k + i\, y_k \qquad (2)$$

Les amplitudes R et r_k sont des nombres positifs ; les phases Θ et Φ_k sont définies sur l'intervalle $(0, 2\pi)$.

De nombreux travaux ont été consacrés à des solutions particulières du problème qui consiste à déterminer la distribution de probabilité de (R, Θ) à partir de celles des (r_k, Φ_k) ou (x_k, y_k). En règle générale, l'intérêt est plus marqué pour la distribution des amplitudes que pour celle des phases. Une certaine confusion règne pour deux raisons. D'une part, suivant les cas, l'auteur s'intéresse à l'amplitude R, à la puissance R^2 ou au niveau en décibels $A = -20 \log R$ du signal. Bien que le passage de l'un à l'autre soit aisé, la forme mathématique de la distribution change : de plus on continue parfois à lui donner le même nom. D'autre part, même lorsque les lois obtenues se rattachent à des lois de probabilité classiques, elles portent souvent d'autres noms dans le contexte qui nous intéresse.

La méthode de résolution du problème consiste toujours à déterminer la loi conjointe de x et y puis à effectuer le passage en coordonnées polaires. Dans la suite, nous classons les divers types de solutions obtenus en nous aidant de l'article éclairant de BECKMANN (1964). Bien que les calculs soient classiques, nous les détaillerons afin de bien mettre en évidence où s'introduisent les hypothèses simplificatrices.

4.2.2. Application du théorème central limite

Les composantes du signal résultant :

$$x = \sum_{k=1}^{n} x_k \qquad y = \sum_{k=1}^{n} y_k \tag{3}$$

se présentent toutes deux comme des sommes de variables aléatoires. La situation est tout à fait différente suivant qu'il est licite ou non de leur appliquer le théorème central limite. Ce théorème s'applique à la somme d'une suite de variables aléatoires indépendantes (ce que nous supposerons dans toute la suite) quand leur nombre devient très grand (propriétés asymptotiques). On connait un certain nombre de conditions suffisantes* pour qu'il soit applicable mais pas de condition nécessaire et suffisante.

Dans les paragraphes qui suivent, nous supposons que le théorème central limite est applicable, nous réservant de revenir sur cette hypothèse au § 4.2.7. Dans ce cas, le problème est virtuellement résolu et x et y suivent une loi de Gauss à deux dimensions dont les paramètres sont :

moyennes

$$\begin{cases} \bar{x} = m_1 = \sum_{k=1}^{n} \bar{x}_k \\ \bar{y} = m_2 = \sum_{k=1}^{n} \bar{y}_k \end{cases} \tag{4}$$

matrice de covariance

$$C = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \mathrm{cov}(x,y) \\ \mathrm{cov}(x,y) & \sigma_2^2 \end{bmatrix} \tag{5}$$

* *Cf par exemple W. FELLER : An introduction to probability theory and its applications. Vol. 2, ch. 8, WILEY and SONS (1966)*

avec $\sigma_1^2 = V(x) = \sum_{k=1}^{n} \sigma^2(x_k)$

$$\sigma_2^2 = V(y) = \sum_{k=1}^{n} \sigma^2(y_k) \qquad (6)^*$$

$$\text{cov}(x,y) = \sum_{k=1}^{n} E(x_k\, y_k) - m_1\, m_2$$

Nous considérons dans la suite les divers cas, par ordre de complexité croissante.

4.2.3. Phases uniformément réparties. Loi de Rayleigh

La situation la plus simple est celle où chaque signal élémentaire a une amplitude r_k et une phase Φ_k indépendantes, et où les phases sont à distribution uniforme sur l'intervalle $(0, 2\pi)$. La densité de probabilité conjointe est dans ce cas $f(r_k, \Phi_k) = \frac{1}{2\pi}\, p(r_k)$.

Par suite $\bar{x}_k = \iint r_k \cos \Phi_k \; f(r_k, \Phi_k)\, dr_k\, d\Phi_k$

$$= \int_0^{\infty} r_k\, p(r_k)\, dr_k \int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi} \cos\Phi_k\, d\Phi_k = 0$$

De même $\bar{y}_k = 0$

$$V(x_k) = E(x_k^2) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^2 \Phi_k\, d\Phi_k \int_0^{\infty} r^2_k\, p(r_k)\, dr_k = \frac{1}{2}\, E(r_k^2) = \sigma_k^2$$

on trouve de même $V(y_k) = \sigma_k^2$

$$\text{cov}(x_k, y_k) = E(x_k\, y_k) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos \Phi_k \sin \Phi_k\, d\Phi_k \int_0^{\infty} r_k^2\, p(r_k)\, dr_k = 0$$

On a donc :

$$m_1 = m_2 = 0$$

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n} E(r_k^2) = \sigma^2 \qquad (7)$$

$$\text{cov}(x,y) = 0$$

* *Suivant le cas, l'espérance mathématique de la variable aléatoire X sera notée E(X) ou $\bar{X}$. Sa variance V(X) ou $\sigma^2(X)$.*

Les composantes x et y du signal résultant sont donc (asymptotiquement) des variables gaussiennes indépendantes de moyenne nulle et de même écart type σ. La densité de probabilité conjointe est ainsi :

$$p(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \; e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma^2}} \qquad (8)$$

Par passage en coordonnées polaires, on obtient facilement :

$$p(R,\Theta) = \frac{R}{2\pi\sigma^2} \; e^{-(R^2/2\sigma^2)} \qquad (9)$$

On voit sur (9) que la phase et l'amplitude sont indépendantes, la phase étant à distribution uniforme dans (0, 2π) et l'amplitude ayant pour loi de distribution :

$$p(R) = \frac{R}{\sigma^2} \; e^{-R^2/2\sigma^2} \qquad (10)$$

appelée loi de distribution d'amplitude de Rayleigh*.

Le passage à la distribution des puissances $W = R^2$ donne la loi de Rayleigh des puissances :

$$p(W) = \frac{1}{2\sigma^2} \; e^{-W/2\sigma^2} \qquad (11)$$

Les propriétés de la loi de Rayleigh sont étudiées en particulier par SIDDIQUI (1962). C'est une loi dépendant du seul paramètre σ, et toutes les autres caractéristiques en sont donc fonction. En particulier, si on considère la distribution des puissances, on trouve :

fonction de répartition : $F(W_1) = Pr(W < W_1) = 1 - e^{-(\frac{W_1}{2\sigma^2})}$ (12)

puissance moyenne : $\overline{W} = 2\sigma^2$ (13)

puissance médiane : $F(W_m) = 1/2 \Rightarrow W_m = 2\sigma^2 \text{ Log } 2 = 1{,}386\,\sigma^2$ (14)

* *Cette appellation provient de ce que cette loi a été obtenue par Rayleigh en 1896, dans l'étude de la diffusion, sous l'hypothèse plus restrictive que les amplitudes étaient égales à une constante.*

De même pour les niveaux :

Fonction de répartition : $F(L) = Pr\ (R < L) = 1 - e^{-(L^2/2\sigma^2)}$ (15)

Niveau moyen : $\overline{R} = \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2}} = 1{,}253\,\sigma$ (16)

Niveau médian : $R_m = (2\sigma^2\ \mathrm{Log}\ 2)^{1/2} = 1{,}177\ \sigma = \sqrt{W}_m$ (17)

Lorsqu'on se limite à des niveaux faibles, on peut dans (15) remplacer l'exponentielle par le début de son développement de Taylor. On a alors :

$$Pr\ (R < L) \simeq \frac{L^2}{2\sigma^2}$$

De là vient, par abus de langage, le nom de fading de Rayleigh donné aux événements qui présentent une loi de répartition des niveaux variant en L^2 pour des affaiblissements profonds.

Avant de quitter la loi de Rayleigh, remarquons qu'en langage probabiliste $W = x^2 + y^2$, somme des carrés de deux gaussiennes indépendantes de moyenne nulle suit une loi de χ^2 à deux degrés de liberté et donc R suit une loi de χ .

4.2.4. Distribution des phases non uniforme mais symétrique

Lorsque les phases Φ_k ne sont pas à distribution uniforme, les composantes x et y du signal résultant sont toujours gaussiennes mais dans le cas général ne sont plus ni de moyennes nulles, ni d'écarts types égaux. Si les phases ont la même loi, symétrique autour d'une certaine valeur, on peut centrer le domaine de définition des phases autour de cette valeur. On obtient alors, par des calculs analogues à ceux du paragraphe précédent (BECKMANN, 1962) :

$\overline{x}_k \neq 0$ $\qquad$ $\overline{y}_k = 0$ $\qquad$ $\mathrm{cov}(x_k , y_k) = 0$

Soit $\overline{x} = m_1$ $\qquad$ $\overline{y} = 0$ $\qquad$ $\mathrm{cov}(x , y) = 0$

La loi conjointe de x et y est :

$$p(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \exp\left[- \frac{(x-m_1)^2}{2\sigma_1^2} - \frac{y^2}{2\sigma_2^2}\right] \qquad (18)$$

La relation (18) montre que le signal résultant peut être considéré comme la somme d'un vecteur constant suivant l'axe des x et d'un vecteur de composantes normales, indépendantes, de moyennes nulles et d'écarts types différents.

Après passage en coordonnées polaires et intégration sur les angles, on obtient la loi de distribution des amplitudes :

$$p(R) = \frac{R}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \int_0^{2\pi} \exp\left[- \frac{(R\cos\Theta - m_1)^2}{2\sigma_1^2} - \frac{R^2\sin^2\Theta}{2\sigma_2^2}\right] d\Theta \qquad (19)$$

Utilisant la relation (BECKMANN et SPIZZICHINO, 1963, p. 195)

$$\int_0^{2\pi} e^{- P\cos^2\Theta + Q\cos\Theta} d\Theta = 2\pi\, e^{-P/2} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \epsilon_m I_m\left(\frac{P}{2}\right) I_{2m}(Q) \qquad (20)$$

où I_m est la fonction de Bessel modifiée d'ordre m

et $\epsilon_m = \begin{cases} 1 & \text{si } m = 0 \\ 2 & \text{si } m \neq 0 \end{cases}$

BECKMANN met (19) sous la forme d'un développement en série :

$$P(R) = \frac{R}{\sigma_1\sigma_2} \exp\left(- \frac{m_1^2}{2\sigma_1^2} - \frac{R^2\sin^2\theta}{2\sigma_2^2}\right) \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \epsilon_m I_m\left(\frac{\sigma_2^2 - \sigma_1^2}{4\sigma_1^2\sigma_2^2} R^2\right) I_{2m}\left(\frac{m_1}{\sigma_1^2} R\right) \qquad (21)$$

La formule (21) se simplifie en se réduisant à un seul terme dans deux cas particuliers :

1° $m_1 = 0$ $\left(I_{2m}\left(\frac{m_1}{\sigma_1^2} R\right) = 0 \quad \text{si } m > 0\right)$

$$p(R) = \frac{R}{\sigma_1\sigma_2} \exp\left[- \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{4\sigma_1^2\sigma_2^2} R^2\right] I_o\left(\frac{\sigma_2^2 - \sigma_1^2}{4\sigma_1^2\sigma_2^2} R^2\right) \qquad (22)$$

C'est la loi étudiée par HOYT en 1947.

2° $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2/2$ $\left(I_n \left(\frac{\sigma_2^2 - \sigma_1^2}{4\sigma_1^2\sigma_2^2} R^2\right) = 0 \text{ pour } m > 0\right)$

$$p(R) = \frac{2R}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{m_1^2 + R^2}{\sigma^2}\right) I_o\left(\frac{2m_1 R}{\sigma^2}\right) \qquad (23)$$

C'est la distribution de Rice-Nakagami sur laquelle nous reviendrons au § 4.2.5.

BECKMANN (1962) a étudié la solution générale (21) en utilisant une amplitude normalisée $r = R/\left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2\right)^{1/2}$ et présente les résultats sous forme de courbes dépendant de deux paramètres :

$B = \frac{m_1}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}$ rapport des valeurs quadratiques moyennes du vecteur fixe et du vecteur aléatoire de Hoyt (24)

$K = \sigma_2 / \sigma_1$ coefficient d'assymétrie

Avec ces notations, (21) s'écrit :

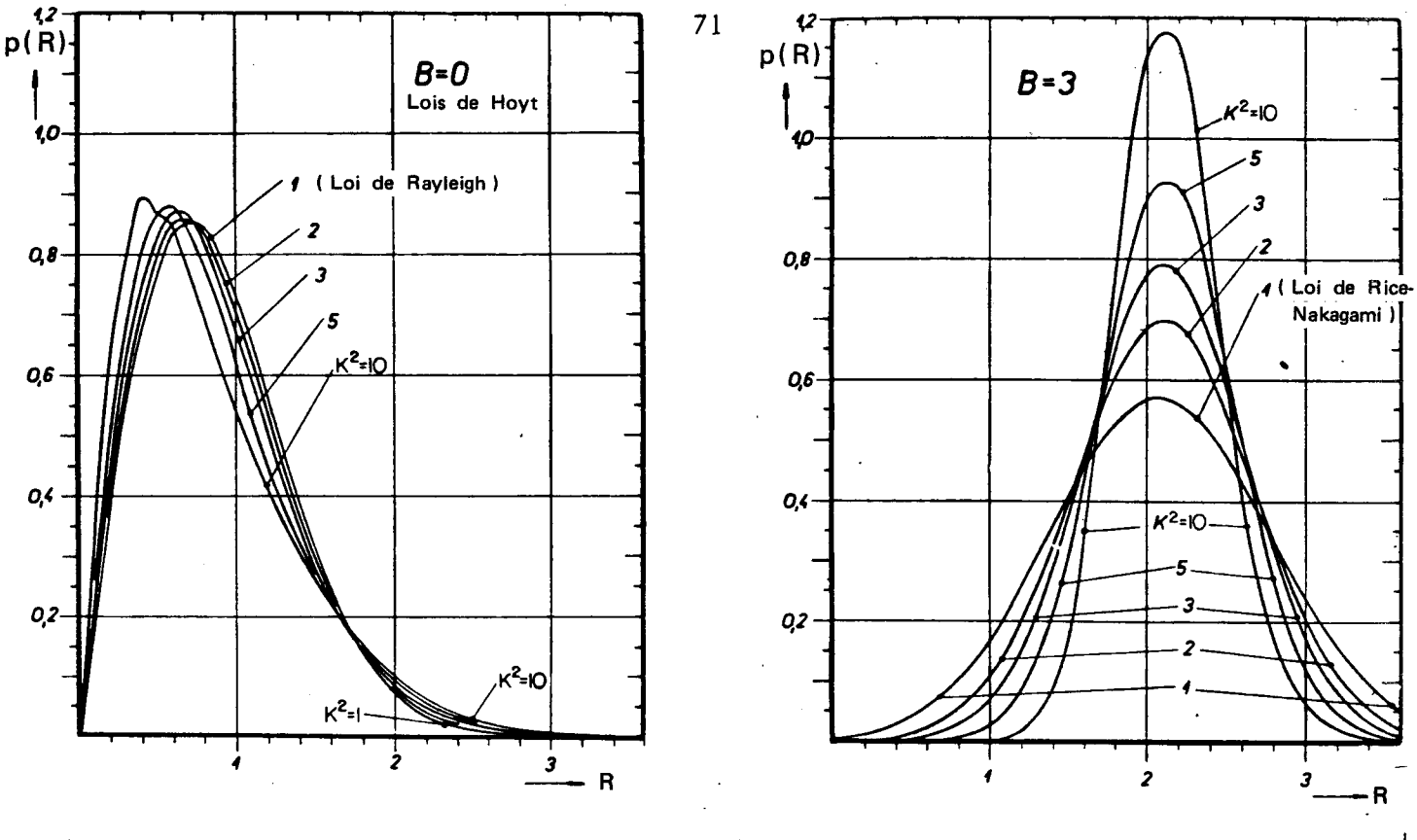
$$p(r) = \frac{1+K^2}{K} r \exp\left[-\left(r + \frac{K^2}{2}\right)\left(B^2 + \frac{1+K^2}{2K^2} r\right)\right] \sum_0^\infty (-1)^m \epsilon_m I_m\left(\frac{K^4-1}{4K^2} r^2\right) I_{2m}\left[B(1+K^2) r\right] \qquad (25)$$

La valeur quadratique moyenne de l'amplitude est :

$$E(R^2) = E(x^2) + E(y^2) = m_1^2 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2 \qquad (26)$$

d'où $E(r^2) = 1 + B^2$ (26 bis)

On a reporté figure 1 quelques exemples de courbes de distribution et de répartition de r pour différentes valeurs de B et K , prises chez BECKMANN (1962). Des courbes analogues, mais où le signal est donné en décibels par rapport à sa valeur quadratique moyenne, sont données par DOUGHERTY (1968).



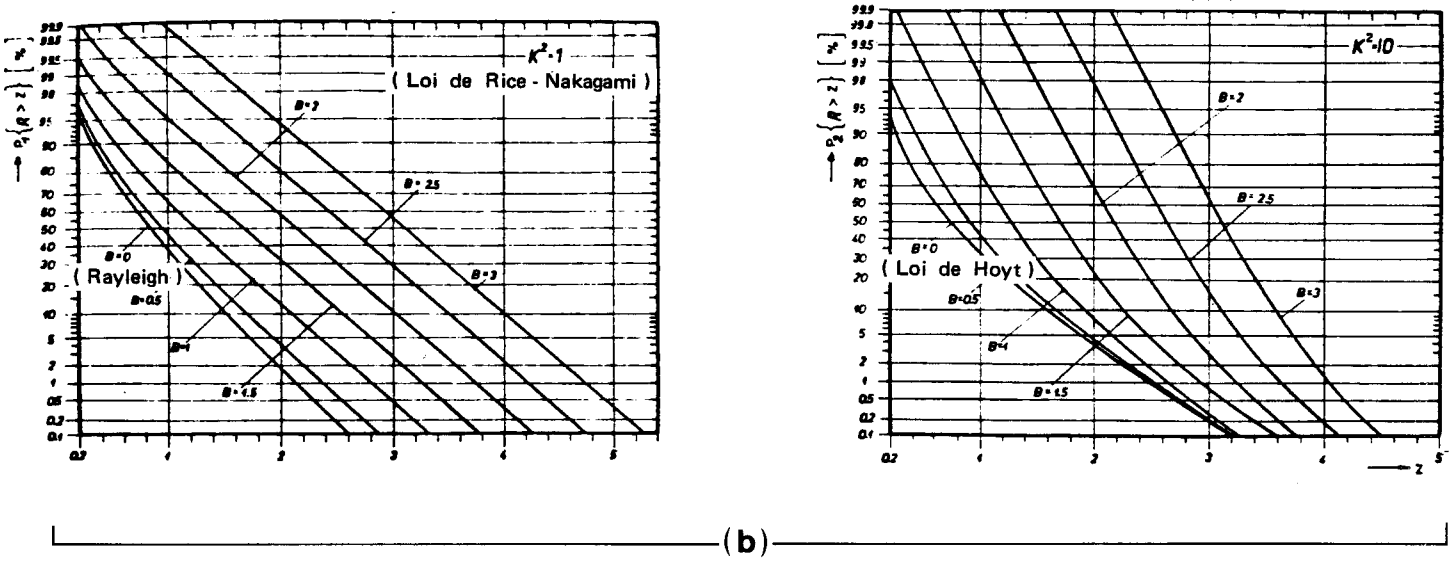


Figure 4.1. Lois de probabilité de l'amplitude de la somme de vecteurs aléatoires. Application du théorème central limite, phases des vecteurs élémentaires à distribution symétrique (BECKMANN, 1962).
a) Fonctions de distribution b) Fonctions de répartition

Sur les courbes, on retrouve comme cas particuliers* la loi de Rayleigh (B = 0 ; K = 1), les lois de Hoyt (B = 0 ; K ≠ 1), et les lois de Rice Nakagami (B ≠ 0 ; K = 1). Quand B croît et devient grand vis-à-vis de $(K^2-1) / K^2$, la loi de distribution tend vers une gaussienne de moyenne B et de variance $1 /(1 + K^2)$.

Notons pour en finir avec ce cas que la loi de distribution des phases est

$$p(\Theta) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \int_0^\infty R \exp\left[-\frac{(R\cos\Theta - m_1)^2}{2\sigma_1^2} - \frac{R^2\sin^2\Theta}{2\sigma_2^2} \right] dR$$

et peut s'exprimer analytiquement sous la forme :

$$p(\Theta) = \frac{K\, e^{-B^2(1+K^2)/2}}{2\,(K^2\cos^2\Theta+\sin^2\Theta)} \left[1 + G\,\pi\, e^{G^2}\,(1 + \mathrm{erf}\, G)\right] \qquad (27)$$

où erf est la fonction d'erreur

K et B les paramètres définis ci-dessus (formule 24)

et $G = B\,K\cos\Theta \left[\frac{1 + K^2}{2(K^2\cos^2\Theta + \sin^2\Theta)} \right]^{1/2}$ (**) (***)

4.2.5. Somme d'un vecteur constant et d'un vecteur aléatoire de Rayleigh. Loi de Rice-Nakagami .

Quand $\sigma_1 = \sigma_2$ (K = 1) le signal résultant peut s'interpréter comme l'addition d'un vecteur constant ($x=m_1$, $y=0$) et d'un vecteur aléatoire suivant une loi de Rayleigh. Ce modèle correspond à la situation où l'on a un signal direct non perturbé, de puissance m_1^2, et un signal diffusé composé de plusieurs trajets secondaires qui suit une loi de Rayleigh de puissance $\sigma^2 = 2\,\sigma_1^2$.

* *Un autre cas particulier (HOYT, 1947) est celui où B = 0 et K = 0 ou $+\infty$. La loi de distribution prend alors la forme d'une demi gaussienne.*

** *Cette formule donnée avec erreur dans BECKMANN (1962) est corrigée dans BECKMANN (1964).*

*** *Dans le cas de la loi de Hoyt B = 0 ⇒ G = 0 et il vient*

$$p(\theta) = \frac{K}{2\,(K^2\cos^2\Theta + \sin^2\Theta)} .$$

L'application à ce cas des formules générales (21) et (27) donne :

$$p(R) = \frac{2R}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{m_1^2 + R^2}{\sigma^2}\right) I_o\left(\frac{2m_1 R}{\sigma^2}\right) \qquad (23)$$

$$p(\Theta) = \frac{e^{-m_1^2/\sigma^2}}{2\pi} \left[1 + \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{m_1}{\sigma \cos\Theta} \exp\left(\frac{m_1^2 \cos^2\Theta}{2\sigma^2}\right) \left(1 + \mathrm{erf} \frac{m_1 \cos\Theta}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right] \qquad (28)$$

Ce modèle avait été étudié directement par RICE (1945)* et NAKAGAMI (qui l'appelle distribution n ; cf NAKAGAMI (1960), ses articles antérieurs étant en Japonais). La distribution des amplitudes (23) est étudiée en détail par NORTON et al (1955), celle des phases (28) par NORTON et al (1952). Enfin BURNS (1964), utilisant le niveau du signal déterministe comme référence (c'est-à-dire prenant $m_1 = 1$) a calculé la moyenne et l'écart type de $A = 20 \log R$, mais les formules qu'il obtient sont assez lourdes.

Une variante du modèle de RICE-NAKAGAMI a été introduite par BOITHIAS (1979 et 1981) qui lui ajoute deux hypothèses complémentaires.

La première est que la puissance totale reçue (somme des puissances portées par le vecteur déterministe et le vecteur aléatoire) est constante.

La seconde est que la puissance du vecteur déterministe décroit exponentiellement avec la distance parcourue D, soit :

$$W_t = W_d + W_r = 1$$

$$W_d = W_t e^{-D/\Delta} = e^{-D/\Delta}$$

Ce modèle tient donc compte explicitement de l'effet de la longueur du bond, les autres facteurs (fréquence, climat) intervenant par l'intermédiaire du paramètre Δ . La comparaison avec les résultats expérimentaux à 4 GHz

* *Comme distribution de l'amplitude de l'enveloppe de la somme d'un signal sinusoïdal et d'un bruit (op cité, formule 3.10.11).*

en climat tempéré, fournis sous forme de courbes dans le rapport 338 du CCIR, conduit (si on prend Δ = 265 km) à un bon accord pour D < 80km et des affaiblissements supérieurs à quelques dB. La plupart des résultats expérimentaux semblent d'ailleurs bien représentés par un choix convenable du paramètre Δ.

Ce modèle permet au surplus d'obtenir, pour chaque pourcentage de temps, une relation entre l'affaiblissement et la longueur du trajet qui permet de retrouver des lois approchées en D^{α} pour des domaines limités de distance (en particulier $\alpha \simeq 3,5$ pour D supérieur à environ 40 à 50 km).

4.2.6. Distribution des phases quelconque

Venons en au cas général où le théorème central limite s'applique mais où les signaux élémentaires ont des distributions quelconques. Les composantes x et y du signal résultant ont encore une loi de distribution normale à deux dimensions mais ne sont plus de moyennes nulles et leur coefficient de corrélation $k = \frac{cov\,(x,y)}{\sigma_1\,\sigma_2}$ est également non nul.

On a ainsi :

$$p(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-k^2}} \exp\left[-\frac{1}{2(1-k^2)}\left(\frac{(x-m_1)^2}{2\sigma_1^2} - 2k\frac{(x-m_1)(y-m_2)}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{(y-m_2)^2}{\sigma_2^2}\right)\right] \quad (29)$$

Une façon classique d'étudier une telle distribution est de commencer par effectuer une rotation des axes d'angle θ_o afin d'obtenir de nouvelles variables x' et y' non corrélées. La rotation à effectuer se trouve sans difficultés et est donnée par :

$$tg\ 2\theta_o = \frac{2k\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 - \sigma_2^2} \quad (30)$$

Le calcul est alors identique à celui décrit en 4.2.4. et donne pour la distribution des amplitudes $R = (x^2 + y^2)^{1/2} = (x'^2 + y'^2)^{1/2}$

$$p(R) = \frac{R}{2\,\sigma'_1\sigma'_2} \int_0^{2\pi} \exp\left[- \frac{(R\cos\Theta - m'_1)^2}{2\sigma'^2_1} - \frac{(R\sin\Theta - m'_2)^2}{2\sigma'^2_2} \right] d\Theta \qquad (31)$$

Utilisant une formule due à CHYTIL (non publiée), BECKMANN (1964) met (31) sous la forme :

$$p(R) = \frac{Re^{-Z}}{\sigma'_1\sigma'_2} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \varepsilon_m I_m\left[\frac{\sigma_2^2 - \sigma_1^2}{4\sigma_1^2\sigma_2^2} R^2\right] I_{2m}\left[\left(\frac{m'^2_1}{\sigma'^4_1} + \frac{m'^2_2}{\sigma'^4_2}\right)^{1/2} R\right] \cdot \cos\left(2m \operatorname{arctg} \frac{m'_2}{m'_1} \frac{\sigma'^2_1}{\sigma'^2_2}\right) \qquad (32)$$

$$\text{avec} \quad Z = \frac{\sigma'^2_1 + \sigma'^2_2}{4\sigma'^2_1\sigma'^2_2} R^2 + \frac{m'^2_1}{2\sigma'^2_1} + \frac{m'^2_2}{2\sigma'^2_2}$$

formule qui généralise (21) et à laquelle parvient également NAKAGAMI (1960).

Ce même auteur (NAKAGAMI, 1964) traite à part le cas particulier où $m_1 = m_2 = 0$ en conservant les coordonnées corrélées. Il aboutit alors pour la distribution des amplitudes à ce qu'il appelle la distribution q :

$$p(R) = \frac{2R}{\sqrt{\alpha\beta}} e^{-\frac{R^2}{2}\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right)} I_o\left[\frac{R^2}{2}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta}\right)\right] \qquad (33)$$

où $\alpha = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + ((\sigma_1^2 - \sigma_2^2)^2 + 4k^2\sigma_1^2\sigma_2^2)^{1/2}$

$\beta = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - ((\sigma_2^2 - \sigma_1^2)^2 + 4k^2\sigma_1^2\sigma_2^2)^{1/2}$

Remarquons que pour les affaiblissements profonds ($R \to 0$) la formule (32), réduite à son terme principal, s'écrit :

$$p(R) \simeq k_1 R e^{-k_2 R^2}$$

et est donc équivalente à une loi de Rayleigh.

4.2.7. Situations dans lesquelles le théorème central limite n'est pas applicable

Les situations dans lesquelles le théorème central limite n'est pas applicable sont beaucoup plus difficiles à traiter et n'ont fait l'objet que d'études fragmentaires.

Un premier cas à considérer est celui où le nombre n de composantes est petit et où l'on ne veut pas se contenter de propriétés asymptotiques. Le calcul de la loi de probabilité résultante à partir des lois individuelles est toujours en principe possible, soit directement par convolution, soit en passant par l'intermédiaire des fonctions caractéristiques, mais les calculs deviennent rapidement inextricables. Une autre façon d'aborder le problème est de rechercher comment la loi correspondant à n fini tend vers sa limite quand n augmente. Cela a été fait par GREENWOOD et DURAND (1955) pour la somme de n vecteurs unitaires à phase uniformément répartie.
BECKMANN (1964) donne un résultat plus général pour n composantes à phase uniforme et de même loi d'amplitude f(r). Il trouve :

$$\Pr\left(\frac{R}{\sqrt{\bar{R}^2}} > L\right) = e^{-L^2}\left(1 + \frac{1}{4n}\left(\frac{m_4}{m_2^2} - 2\right)L^4 + \ldots\right) \qquad (34)$$

où m_2 et m_4 sont les moments centrés d'ordre 2 et 4 de la distribution f. La formule (34) montre bien la convergence en loi vers la loi de Rayleigh quand n croît, convergence d'autant plus rapide pour des affaiblissements profonds (L petit).

Une seconde situation intéressante est celle où le nombre de rayons n est lui même aléatoire. Elle est envisagée par BECKMANN (1964) mais l'article comporte manifestement des erreurs. Le calcul classique de la somme d'un nombre aléatoire de variables aléatoires consiste à passer par la fonction caractéristique. Si les n variables x_i ont la même loi de fonction caractéristique $\varphi_1(t)$, sont indépendantes, et si la variable aléatoire n a pour fonction caractéristique $\psi(t)$, la fonction caractéristique de $x = \sum_1^n x_i$ est

$$\varphi(t) = \psi\left(\frac{\operatorname{Log}\ \varphi_1(t)}{j}\right) \qquad (j = \sqrt{-1}) \qquad (35)$$

Dans le cas particulier où n suit une loi de Poisson de paramètre $\bar{n}$

$$\varphi(t) = e^{\bar{n}\,[\,\varphi_1(t) - 1]} = e^{\bar{n}\,(\sum_{k=2}^{\infty} \frac{m_k}{k!}\,(jt)^k)} \qquad (36)$$

où m_k sont les moments de φ_1 (supposé de moyenne nulle).

La relation (36) permet d'exprimer les cumulants de $\varphi(t)$ en fonction des moments de $\varphi_1(t)$.

$$K_k(\varphi) = \bar{n}\ m_k$$

mais ne donne pas de règle générale pour que x tende vers une loi de Gauss, sinon la nullité des m_k pour $k \geqslant 3$.

Une troisième situation est celle où un ou plusieurs des signaux élémentaires ont une puissance quadratique moyenne importante par rapport à celle de la somme totale. On peut toujours regrouper ces signaux en un seul. Ce genre de problème n'a été étudié que pour des signaux à phase uniformément distribuée. On est alors ramené à la somme d'un vecteur aléatoire à phase uniforme et d'amplitude R_1 et d'un vecteur de Rayleigh (BECKMANN, 1964). Le résultat s'obtient à partir de la loi de Rice-Nakagami (23) en rendant aléatoire l'amplitude du vecteur fixe avec une densité de probabilité $w(R_1)$. On a ainsi :

$$p(R) = \frac{2R}{\sigma^2} \int_0^{\infty} w(R_1)\, \exp - \frac{R_1^2 + R^2}{\sigma^2}\ I_0\left(\frac{2\,R\,R_1}{\sigma^2}\right) dR_1 \qquad (37)$$

Un cas particulier de cette situation, qui correspond à l'existence d'un rayon réfléchi permanent a été étudié par DOUGHERTY (1968). Cet auteur considère le cas où s'ajoutent deux vecteurs à phases uniformément réparties d'amplitudes fixes 1 et α , et celui où se superpose un vecteur de Rayleigh de puissance S dB au dessous de $\sqrt{1 + \alpha^2}$. Les résultats qu'il obtient sont présentés figure 2, avec quelques unes des lois précédentes à titre de comparaison qualitative.

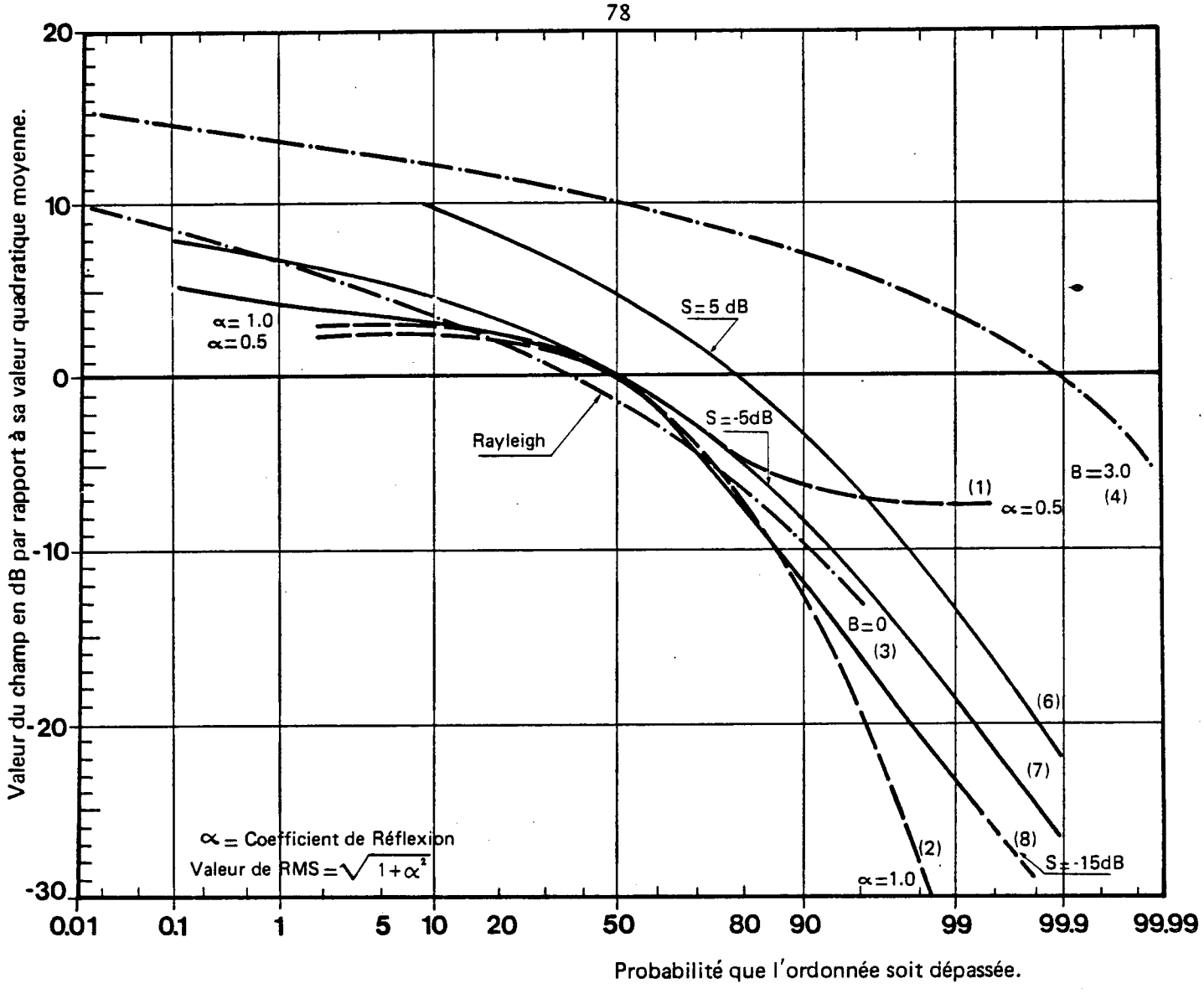


Figure 4.2. Quelques lois statistiques utilisées dans l'étude des trajets multiples
(1) et (2) 2 rayons d'amplitudes 1 et α
(3) Loi de Rayleigh
(4) Loi de Rice Nakagami (K^2=1, B =3)
(6),(7) et (8) 2 rayons égaux et un vecteur de Rayleigh de niveau relatif S dB

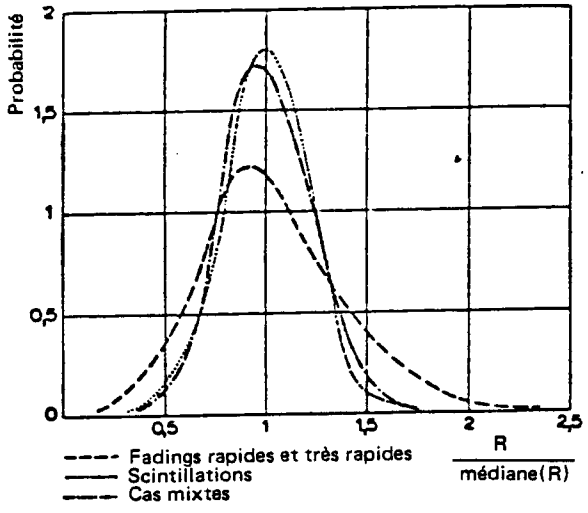
Une situation qui se rapproche de la précédente est celle où l'on considère un petit nombre de signaux dont chacun est la somme d'un nombre aléatoire de signaux élémentaires. On est ainsi amené à considérer la somme de variables aléatoires dont chacune suit une loi de Rayleigh ou de Rice Nakagami par exemple. Quelques résultats fragmentaires sur ces lois généralisées se trouvent dans les papiers de NAKAGAMI (1960 et 1964).

4.2.8. Discussion

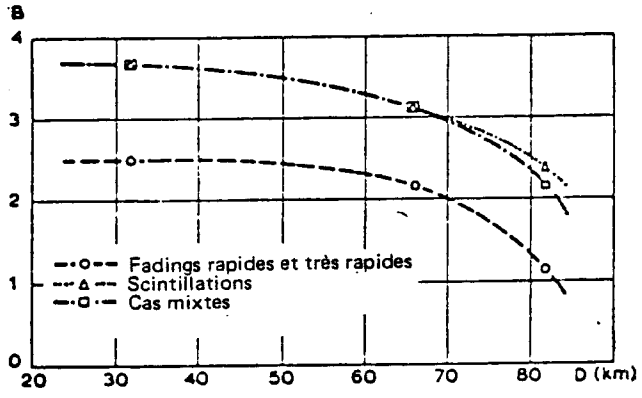
Au point où nous sommes parvenus, il convient de se demander dans quelle mesure les modèles théoriques que nous venons de décrire sont susceptibles de s'appliquer aux situations de trajets multiples. Selon les modèles de propagation les plus simples (cf chapitre 7), on s'attendrait à avoir un nombre de rayons aléatoire et relativement peu élevé, c'est-à-dire à être dans les conditions les plus difficiles.

Malgré tout, l'ajustement des lois théoriques aux données expérimentales peut être assez bon. On a déjà vu que la distribution des niveaux en période d'évanouissement profond était généralement représentable par une loi de Rayleigh. On observe également que les données peuvent souvent être représentées par des lois de Rice-Nakagami.* C'est ce que trouve par exemple COLAVITO (1970) pour des liaisons en Italie. Cet auteur sépare d'abord les événements en plusieurs classes suivant leurs vitesses de variation (fading rapide, très rapide, scintillation, mélange) et détermine pour chacune la loi de Rice-Nakagami qui s'ajuste le mieux en estimant le paramètre B (formule 24). Pour chaque classe d'événements, la statistique doit être effectuée sur une durée assez longue pour avoir une bonne estimation et suffisamment courte pour que le phénomène reste stationnaire (Tableau 1).La figure 3 montre les ajustements obtenus sur une des liaisons, et l'évolution du coefficient B en fonction de la longueur du trajet obtenu à partir de 3 liaisons. On constate une diminution de B avec la longueur du trajet, c'est-à-dire un rapprochement de la loi de Rayleigh (B = 0).

* *Au surplus, la loi de Rice-Nakagami représente l'ensemble de la loi de distribution des niveaux, depuis les affaiblissements profonds jusqu'aux situations de surchamp (FIMBEL et MISME, 1975).*



a/ Densités de probabilité expérimentales liaison Faito-Mt Lattani 81,6km.



b/ Relation entre le coefficient B de la loi de Rice-Nakagami ajustée et la longueur de la liaison.

Figure 4.3. Résultats d'ajustements de la loi de Rice-Nakagami sur des données expérimentales (COLAVITO, 1970).

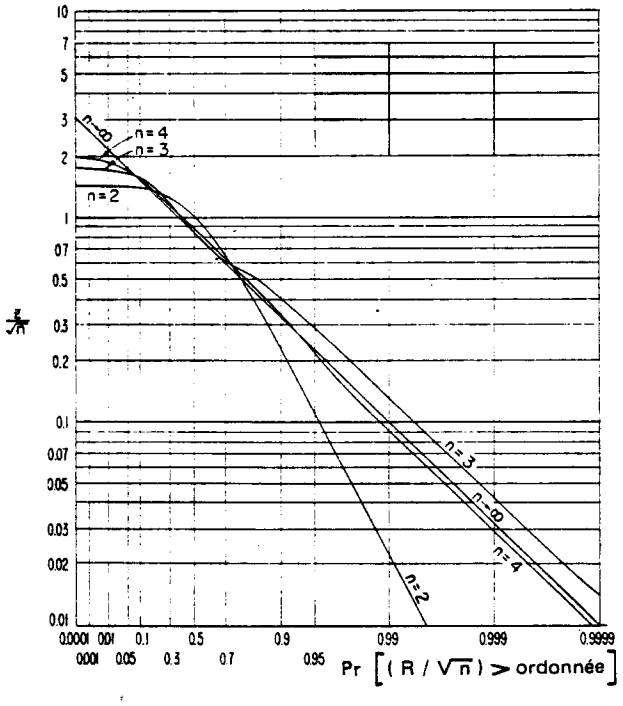


Figure 4.4. Convergence vers la loi de Rayleigh de la loi de probabilité de l'amplitude de la somme de n vecteurs unitaires de phases uniformément réparties (NORTON et al, 1955).

Type d'événements	Fadings rapides	Très rapides	Scintillations
Durée minimale de statistique	1 H - 1 H 30	20 mn - 1 H	1 à 5 mn
Durée de stationnarité	4 H à 8 H	3 à 7 H	2 à 6 H

Tableau 1 (Colavito, 1970)

On peut penser que pour des durées inférieures à la durée de stationnarité, le nombre de rayons ne bouge pas et n'a pas à être considéré comme aléatoire. Pour le reste, le bon accord entre loi théorique et données expérimentales peut s'expliquer par deux types d'arguments. Soit on considère que le modèle à nombre réduit de rayons est correct, mais on admet que la convergence vers la loi asymptotique est rapide : c'est ce que prouvent les résultats de GREENWOOD et DURAND (1955) pour plus de 6 rayons, et de NORTON et al (1955) pour deux à quatre rayons dans le cas particulier de la somme de vecteurs unitaires à phases réparties uniformément (figure 4). Soit on admet que le modèle de propagation simple ne peut rendre compte que des composantes principales du champ, auxquelles se superposeraient un grand nombre de composantes secondaires d'origines variées (hétérogénéités de l'atmosphère, turbulence, etc.), hypothèse proposée par exemple par VOGE (1954). Seule une étude de la physique du milieu de propagation peut permettre une discussion fondée de ces hypothèses.

4.3. Analyses du nombre et de la durée des événements

4.3.1. Nombre d'événements de profondeur donnée

Considérons un signal dont l'enveloppe est la fonction R(t) du temps. Le nombre d'événements de profondeur $A = -20 \log L/L_o$ sur une durée

T est donné par le nombre de passages (sur T) de R(t) par le niveau L avec un sens de variation donné*. Le calcul de cette quantité a été effectué par RICE (1944 et 1945) pour les passages par zéro de l'intensité d'un courant aléatoire, et se généralise sans difficultés au cas qui nous intéresse de l'enveloppe du signal reçu en situation de trajets multiples (VIGANTS, 1970 ; LIN, 1971).

Cherchons, sur une durée T, le nombre de passages par le niveau L dans le sens croissant. On divise la durée totale en intervalles Δt assez courts pour que R(t) y soit assimilable à un segment de droite, ce qui implique qu'il n'y a pendant Δt que 0 ou 1 traversée du niveau L. Les conditions cherchées sont alors :

$$R(t) < L \quad , \quad \frac{dR(t)}{dt} = \dot{R}(t) > 0 \quad , \quad R(t+\Delta t) = R(t) + \dot{R}(t)\,\Delta t > L \tag{38}$$

soit : $\quad 0 < L - R(t) < \dot{R}(t)\,\Delta t$

La probabilité qu'il y ait traversée du niveau L dans le sens croissant sur Δt est donc (Figure 5) :

$$P_{\Delta t} = \int_{\dot{R}=O}^{\infty} \int_{R=L-\dot{R}\,\Delta t}^{L} p(R,\dot{R})\, dR\, d\dot{R} \tag{39}$$

formule qui fait intervenir la densité de probabilité conjointe de l'enveloppe du signal et de sa dérivée. Dans tous les cas d'application, (39) peut être mis** sous la forme d'une intégrale simple :

$$P_{\Delta t} = \Delta t \int_{\dot{R}=0}^{\infty} p(L,\dot{R})\ \dot{R}\ d\dot{R} \tag{40}$$

* *On suppose bien entendu que R(t) a des propriétés de stationnarité telles que les passages par un niveau donné dans les sens croissant et décroissant sont égaux.*

** *Des éléments de validité du passage de (39) à (40) se trouvent en note dans l'article de RICE (1945).*

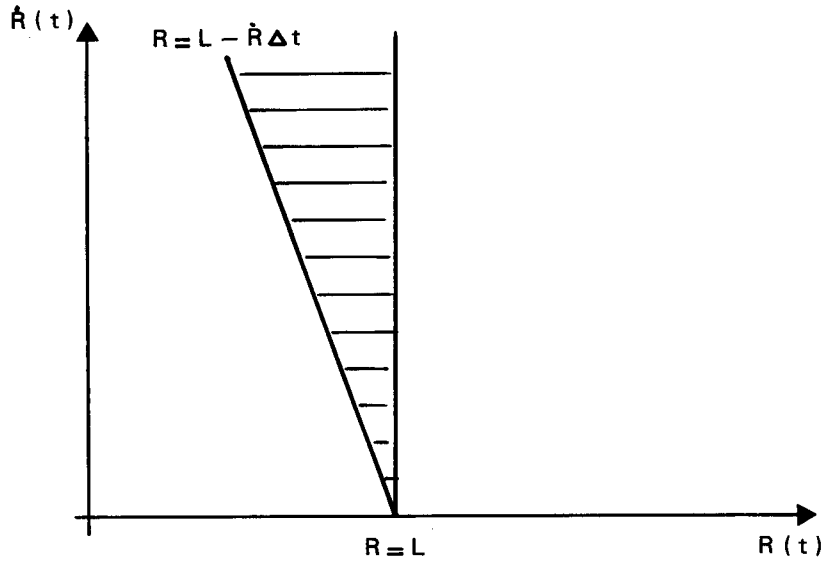


Figure 4.5. Domaine d'intégration pour le calcul de P_t.

Le nombre moyen des événements par unité de temps est ainsi :

$$N(L) = \frac{P_{\Delta t}}{\Delta t} = \int_{\dot{R}=0}^{\infty} p(L,\dot{R})\ \dot{R}\ d\dot{R} \qquad (41)$$

Utilisant la probabilité conditionnelle de la dérivée de l'enveloppe, on a la formulation équivalente :

$$N(L) = P(L) \int_{o}^{\infty} p(\dot{R}/L)\ \dot{R}\ d\dot{R} = 1/2\ p(L)\ \overline{\dot{V}_{+}(L)} \qquad (42)$$

où on a introduit $\overline{\dot{V}_{+}}(L) = 2 \int_{o}^{\infty} p(\dot{R}/L)\ \dot{R}\ d\dot{R}$,

moyenne conditionnelle de la dérivée du signal sous la condition R = L.

Les formules ainsi établies sont applicables aux différents modèles statistiques que nous avons présentés au § 4.2. si l'on sait calculer la densité de probabilité conjointe $p(R,\dot{R})$. On sait que le processus dérivé d'un processus gaussien est également un processus gaussien, statistiquement indépendant du processus initial. Aussi, lorsque le théorème central limite est applicable, la loi de distribution de x, y, $\dot{x}$ et $\dot{y}$ est une loi de Gauss à quatre dimensions dont on peut calculer les moments. Un changement de variables permet ensuite de calculer $p(R, \Theta, \dot{R}, \dot{\Theta})$ et une double intégration donne la fonction cherchée.

Donnons les résultats dans le cas le plus simple, celui qui nous avait conduit à une loi de Rayleigh pour la distribution des niveaux. La densité de probabilité à quatre dimensions en coordonnées polaires est alors (RICE, 1945 ; VIGANTS, 1970) :

$$p(R,\Theta,\dot{R},\dot{\Theta}) = \frac{R^2}{(2\pi)^2\ \sigma^2\ \sigma'^2} \exp\left[- \frac{R^2}{2\sigma^2} - \frac{\dot{R}^2 + R^2\dot{\Theta}^2}{2\sigma'^2} \right] \qquad (43)$$

avec $\sigma^2 = \overline{x^2} = \overline{y^2} = \frac{\overline{R^2}}{2}$ et $\sigma'^2 = \overline{\dot{x}^2} = \overline{\dot{y}^2} = \frac{\overline{\dot{R}^2}}{2}$

Après intégration sur Θ de 0 à 2π et $\dot{\Theta}$ de $-\infty$ à $+\infty$, on obtient :

$$p(R,\dot{R}) = \frac{R}{\sigma' \sigma^2 \sqrt{2\pi}} \exp\left(- \frac{R^2}{2\sigma^2} - \frac{\dot{R}^2}{2\sigma'^2} \right) \qquad (44)$$

D'où, d'après (41) :

$$N(L) = \int_0^{\infty} \frac{L\dot{R}}{\sigma' \sigma^2 \sqrt{2\pi}} \exp\left(- \frac{L^2}{2\sigma^2} - \frac{\dot{R}^2}{2\sigma'^2} \right) d\dot{R} = \frac{\sigma'}{\sigma^2 \sqrt{2\pi}} L \exp(-L^2/2\sigma^2) \qquad (45)$$

Pour les affaiblissements profonds, $\frac{L^2}{2\sigma^2} \ll 1$, on peut remplacer l'exponentielle par 1 et on a :

$$N(L) \simeq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sigma'}{\sigma^2} L \qquad (46)$$

qui redonne la proportionnalité à L observée expérimentalement (cf chapitre 3)

On trouve dans RICE (1948) l'extension de ces calculs aux situations dans lesquelles la loi de distribution des niveaux est celle de Rice-Nakagami.

4.3.2. Durée des événements

La durée moyenne des événements découle directement de la connaissance de la distribution des niveaux et du nombre d'événements puisque

$$\overline{t}(L) = \frac{Pr(R \leqslant L)}{N(L)} \qquad (47)$$

Par contre, le problème de la distribution des durées des événements individuels est beaucoup plus difficile. La seule analyse que nous ayons trouvée est celle de RICE (1958). Il ne semble pas qu'il soit possible d'effectuer un calcul rigoureux de la densité de probabilité $p(\tau, L)$ des durées (τ) des intervalles pendant lesquels le signal a une enveloppe $R \leqslant L$. Aussi calcule-t-on deux approximations de la quantité cherchée. La première, $p_1(\tau, L)$, valable pour les petites valeurs de τ, est la probabilité que R(t) devienne supérieur à L pendant l'intervalle $(t_2, t_2 + d\tau)$, sachant que le même niveau a été traversé dans le sens décroissant à l'instant t_1 et que $t_2 - t_1 = \tau$. On obtient ainsi une approximation par excès puisque :

$$P_1(\tau,L) = p(\tau,L) + \sum_{n=1}^{\infty} p_{2n}(\tau,L) \qquad (48)$$

où $p_{2n}(\tau,L)$ est la probabilité de 2n traversées du niveau L dans l'intervalle de durée τ . Toutefois, $p_{2n}(\tau,L) \longrightarrow 0$ quand $\tau \longrightarrow 0$ et ce quel que soit n ; il est raisonnable de penser que la somme du second membre de (48) tend également vers 0 quand $\tau \longrightarrow 0$.

La seconde approximation , $p_2(\tau,L)$, est valable pour les grandes valeurs de τ . On admet que lorsque τ est grand vis à vis de la durée effective de corrélation, le moment de retour au-dessus du niveau L ne dépend plus du moment où il avait été franchi dans l'autre sens. Dès lors, la probabilité de passage au-dessus du niveau L dans l'intervalle (t, t + Δ t) ne dépend plus que de Δ t et on trouve ainsi que $p_2(\tau,L)$ décroît exponentiellement avec τ , sans pouvoir préciser davantage la forme asymptotique. On peut chercher à raccorder les deux approximations en tenant compte de ce que la loi globale doit être normalisée (intégrale égale à 1) et en ajustant la valeur moyenne de τ pour la rendre égale à $\overline{t}(L)$.

Remarquons pour en terminer avec ce problème que le calcul de $p_1(\tau,L)$ suppose au surplus une connaissance de la fonction d'autocorrélation de R(t), ou de sa densité spectrale, mais que les modèles décrits en 4.2 ne donnent aucune information à ce sujet*.

4.4. Etude de l'enveloppe d'un signal fluctuant par la méthode de LIN

4.4.1. Généralités

Nous avons vu au § 4.2 que les calculs théoriques ne sont relativement aisés que lorsque le théorème central limite est applicable. Dans ce cas, les composantes du signal résultant sont gaussiennes, et il en résulte que pour les affaiblissements profonds, la fonction de répartition des niveaux varie comme L^2. Dans son étude de 1971, LIN établit que ce résultat asymptotique peut être établi sous des conditions très générales, qui ne font pas appel à l'hypothèse du modèle gaussien.

* *On peut toutefois noter que les résultats expérimentaux de VIGANTS (1971) que nous avons rapportés au chapitre 3 ne concordent pas avec les valeurs obtenues par RICE (1958) à partir de spectres théoriques.*

Le signal résultant (1) est mis sous la forme :

$$R\ e^{i\Theta} = 1 + v\ e^{i\Phi} = 1 + \alpha + i\beta \qquad (49)$$

décomposition qui se présente comme un modèle à deux rayons, mais est utilisable en toute généralité.

Il y a évanouissement total (affaiblissement infini) si v = 1 et $\Phi = \pi$ ou, de manière équivalente, si $\alpha = -1$ et $\beta = 0$.

Toutes les grandeurs statistiques instantanées se calculent si on connait la densité de probabilité conjointe $f(\alpha, \beta)$ ou $q(v, \Phi)$. La méthode utilisée par LIN consiste à développer cette densité de probabilité en série de Taylor. L'auteur admet qu'une singularité dans la densité de probabilité ne sera perceptible que si le point singulier est assez proche du point d'évanouissement total. Par souci de simplicité il se limite au cas où la singularité (pôle au zéro) s'y trouve exactement et considère donc une densité double de probabilité qui s'écrit :

$$f(\alpha,\beta) = ((1+\alpha)^2 + \beta^2)^{\mu-1}\ H(\alpha,\beta) \qquad (50)$$

où $H(\alpha, \beta)$ est une fonction développable à tout ordre en série de Taylor.

Pour que la densité de probabilité soit intégrable, on doit avoir $\mu > 0$. Nous verrons en 4.4.3 que le nombre d'événements n'a un sens que si on impose la condition plus restrictive $\mu \geqslant 1/2$.

Dès lors, les divers cas sont :

$\mu = 1$	fonction régulière en $\alpha = -1$, $\beta = 0$
$1/2 \leqslant \mu < 1$	pôle d'ordre $2(1-\mu)$ au point d'évanouissement total
$\mu > 1$	zéro d'ordre $2(\mu-1)$ au point d'évanouissement total

Quant à la partie régulière, on la développe autour de (- 1, 0), ce qui donne :

$$H(\alpha,\beta) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \sum_{k=0}^{n} C_n^k \; H_{n-k,k}(-1,0) \; (1+\alpha)^{n-k} \; \beta^k \qquad (51)$$

où $$H_{n-k,k}(-1,0) = \left. \frac{\partial^n H(\alpha,\beta)}{\partial\alpha^{n-k}\,\partial\beta^k} \right|_{\substack{\alpha=-1 \\ \beta=0}}$$

4.4.2. Loi de distribution des niveaux

On a $\Pr(R \leqslant L) = \Pr((1+\alpha)^2 + \beta^2 \leqslant L^2) = \int_{-L}^{+L} \int_{-1}^{-1+\sqrt{L^2-\beta^2}} f(\alpha,\beta)\, d\alpha\, d\beta \qquad (52)$

Reportant dans (52) les relations (50) et (51), il vient

$$\Pr(R \leqslant L) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \sum_{k=0}^{n} C_n^k \; H_{n-k,k}(-1,0) \; I_{n-k;k} \qquad (53)$$

où $$I_{n-k;k} = \int_{\beta=-L}^{L} \int_{\alpha=-1-\sqrt{L^2-\beta^2}}^{\alpha=-1+\sqrt{L^2-\beta^2}} [(1+\alpha)^2 + \beta^2]^{\mu-1} \; (1+\alpha)^{n-k} \; \beta^k \; d\alpha\, d\beta \qquad (54)$$

La forme de l'intégrale (54) montre qu'elle n'est différente de 0 que si k et n - k sont tous deux pairs (n = 2s, k = 2 ν). Elle se calcule alors facilement en passant en coordonnées polaires. Le résultat s'exprime, tous calculs faits, en terme de fonctions gammas :

$$I_{2s-2\nu\,;2\nu} = \frac{L^{2(\mu+s)}}{\mu+s} \cdot \frac{\Gamma(s-\nu+1/2)\;\Gamma(\nu+1/2)}{\Gamma(s+1)} \qquad (55)$$

Reportant dans (53)

$$Pr(R \leqslant L) = \sum_{s=0}^{\infty} d_{2s+2} \; L^{2(s+\mu)} \qquad (56)$$

avec

$$d_{2s+2} = \frac{1}{(2s)!} \sum_{\nu=0}^{s} C_{2s}^{2\nu} \frac{\Gamma(s-\nu+1/2)}{(\mu+s)} \frac{\Gamma(\nu+1/2)}{\Gamma(s+1)} H_{2s-2\nu,2\nu}^{(-1,0)}$$

$$= \frac{\pi}{s!(s+\mu)\,2^{2s}} \sum_{\nu=0}^{s} \frac{H_{2S-2\nu,2\nu}^{(-1,0)}}{\nu!\,(s-\nu)!} \qquad (57)$$

Pour des affaiblissements profonds, on peut limiter (56) à son premier terme (s=0) et

$$Pr(R \leqslant L) \simeq d_2 \; L^{2\mu} = \frac{\pi}{\mu} H(-1,0) \; L^{2\mu} \qquad (58)$$

On retrouve la loi expérimentale en L^2 dans le cas général où $f(\alpha,\beta)$ n'est ni singulière, ni nulle, au point de fading infini. On a en effet alors $\mu = 1$, $f(\alpha,\beta) = H(\alpha,\beta)$ et $Pr(R \leqslant L) = \pi\, f(-1,0)L^2$.

L'expérience montre (chapitre 3) que sur les liaisons à rayon réfléchi permanent, toutes les situations entre une variation en L^2 et une variation en L peuvent se présenter. Dans le modèle de Lin, on est amené à admettre que dans ce cas, le point d'évanouissement total est un pôle de la fonction densité de probabilité avec selon les cas μ variant entre 1/2 et 1.

4.4.3. Nombre et durée moyenne des événements

Le nombre d'événements de profondeur L par unité de temps a été établie au § 4.3.1. (formule 42)

$$N(L) = 1/2 \;\; p(L) \; \overline{\dot{V}_+(L)} = 1/2 \;\; \frac{\partial Pr(R \leqslant L)}{\partial L} \;\; \overline{\dot{V}_+(L)} \qquad (42)$$

Compte tenu de (56), on a :

$$p(L) = \sum_{s=0}^{\infty} 2(s+\mu)\, d_{2s+2} \; L^{2(s+\mu)-1}$$

Pour calculer le nombre d'événements, il suffit donc de connaître $\overline{\dot{V}_+(L)}$.

Dans le cas du modèle de Rayleigh (formule 44), ou de Rice-Nakagami (RICE, 1948), on trouve que R et $\dot{R}$ sont statistiquement indépendants et donc $\overline{\dot{V}_+(L)}$ ne dépend pas du niveau L. LIN considère la situation plus générale où $\overline{\dot{V}_+(L)}$ dépend du niveau mais peut être développé en série pour L petit sous la forme :

$$\overline{\dot{V}_+(L)} = a_o + a_1 L + a_2 L^2 + \ldots$$

On a alors la formule générale :

$$N(L) = \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} a_j \, (s+\mu) \, d_{2s+2} \quad L^{2s+2\mu+j-1} \tag{59}$$

Si $a_o \neq 0$, le premier terme du développement (S = j = 0) est :

$$a_o \, \mu \, d_2 \, L^{2\mu-1} = \pi \, a_o \, H(-1,0) \quad L^{2\mu-1}$$

Quand $L \longrightarrow 0$, ce terme reste fini si $\mu \geqslant 1/2$, condition que nous avions annoncée par avance en 4.4.1. On retouve ainsi $N(L) \sim L$ pour les trajets normaux pour lesquels $\mu = 1$.

Le deuxième terme du développement (60) (S = 0, j = 1) est :

$$a_1 \, \mu \, d_2 \, L^{2\mu} = \pi \, a_1 \, H(-1,0) \, L^{2\mu}$$

La durée moyenne des événements, donnée par (47) est :

$$\overline{t}(L) = \frac{\Pr(R \leqslant L)}{N(L)} = \frac{\sum d_{2s+2} \quad L^{2(s+\mu)}}{a_o \, \mu \, d_2 \, L^{2\mu-1} + a_1 \, \mu \, d_2 \, L^{2\mu} + \ldots}$$

Pour les fadings profonds, on peut se contenter de :

$$\overline{t}(L) \quad \frac{d_2 \, L^{2\mu}}{a_o \mu \, d_2 L^{2\mu-1}} = \frac{1}{\mu a_o} \, L \tag{60}$$

On obtient ainsi une dépendance en L quelle que soit la valeur de μ.

4.4.4. remarques sur le modèle à deux rayons

Dans son étude, LIN considère le cas du modèle à deux rayons. Il le caractérise par V constant dans la formule (49). De ce fait, la densité de probabilité conjointe devient singulière, et s'écrit en coordonnées polaires :

$$q(V,\Phi) = \delta(V_o)\ W(\Phi) \qquad (61)$$

A partir de là, un calcul analogue au précédent, en supposant $W(\Phi)$ développable en série de Taylor autour de π, conduit aux résultats :

$$\begin{cases} \Pr(R \leqslant L) \sim L \\ N(L) \sim L^{o} \\ \overline{t}\ (L) \sim L \end{cases}$$

Ces résultats, contraires à l'expérience, conduisent l'auteur à rejeter le modèle à deux rayons.

En fait, le raisonnement présenté est très discutable. En effet, les statistiques expérimentales sont toujours le résultat de mesures sur une longue période. A supposer qu'il n'y ait que deux rayons, il y a tout lieu de penser que l'amplitude relative V du second varie au cours de cette période (même si elle doit rester voisine de 1 pour produire des fadings profonds) et que par conséquent la formule (61), d'où découlent les contradictions avec l'expérience, n'est pas justifiée. Cela dit, les résultats de mesures en bande large présentés au chapitre 2, comme ceux, plus récents, que nous décrirons au chapitre 6, conduisent de façon plus fondée au même rejet du modèle à deux rayons.

4.5. Discussion et conclusions

Les développements précédents montrent que l'on peut calculer les statistiques relatives aux trajets multiples sous diverses hypothèses. Toutefois, dès que l'on s'éloigne des hypothèses les plus simples, on aboutit à des formules qui sont d'un emploi peu commode.

Pour les affaiblissements profonds, tous les modèles redonnent les relations fonctionnelles vis à vis du niveau, observées expérimentalement. Sur des domaines de variation plus étendus du niveau du signal, ils donnent des lois qui, après estimation des paramètres, permettent certains calculs de prévision. Toutefois, la qualité de l'ajustement obtenu à partir de lois théoriques n'est pas nécessairement meilleure que celle donnée par des ajustements purement empiriques. L'avantage principal de ces modèles réside en fait dans la connaissance des hypothèses nécessaires à leur validité, d'où on peut induire, selon que les données s'y adaptent ou non, quelque information sur les phénomènes étudiés.

5. STATISTIQUES A FREQUENCE FIXE SUR CANAL EN DIVERSITE

5.1. Généralités

Le moyen le plus utilisé pour combattre l'effet des trajets multiples est le recours à la diversité. Le principe en est toujours le même : transmettre le signal par plusieurs canaux dont on espère qu'ils ne seront pas affectés simultanément de fadings profonds. Les deux techniques employées en pratique sont la diversité de fréquence, dans laquelle on utilise la sélectivité en fréquence en transmettant sur deux fréquences différentes, et la diversité d'espace dans laquelle on utilise des antennes séparées verticalement d'un grand nombre de longueurs d'ondes, mettant ainsi à profit la structure de champ d'interférences à la réception.

Nous nous intéresserons essentiellement à la diversité d'ordre deux (deux signaux reçus) qui, pour des raisons d'économie est la plus utilisée*.

Nombre de questions posées par la mise en oeuvre d'une liaison avec diversité relèvent de la conception des systèmes : espacement de fréquence ou entre antennes ; manière de combiner les signaux ; réalisation du signal de diversité en haute fréquence, en fréquence intermédiaire, ou en bande de base ; ... Nous laisserons pour l'instant ces problèmes de côté. Dans ce chapitre, nous considèrerons que le signal en diversité est à tout moment le meilleur des signaux reçus (diversité par commutation idéale). Pour de la diversité d'ordre deux, nous noterons (figure 1) R_1 et R_2 les enveloppes des deux signaux et $R_{12} = \text{Max}\ (R_1, R_2)$ l'enveloppe du signal en diversité. Nous noterons de même τ_1, τ_2 et τ_{12} les durées, pour les trois signaux, d'un évanouissement de profondeur donnée.

* *Sur certaines liaisons difficiles, on peut installer une diversité d'ordre supérieur, par exemple en combinant diversité d'espace et diversité de fréquence.*

La loi de probabilité des niveaux du signal en diversité est :

$$Pr(R_{12} < L) = Pr(R_1 < L \text{ et } R_2 < L) = \int_0^L \int_0^L p(R_1,R_2)\, dR_1\, dR_2 \qquad (1)$$

Si les deux signaux peuvent être considérés comme indépendants,

$$Pr(R_{12} < L) = Pr(R_1 < L) \cdot Pr(R_2 < L)$$

et pour les fadings profonds, on attend donc une loi en L^4.

En fait, les signaux reçus ne sont généralement pas indépendants et c'est un point important de déterminer leur coefficient de corrélation en fonction de l'écartement en fréquence (diversité de fréquence) ou de l'espacement des antennes (diversité d'espace). Si des calculs théoriques sont possibles pour le modèle très simple à deux rayons*, cela n'est plus vrai dans les situations plus complexes et un recours à l'expérience s'avère indispensable, sans pour autant dispenser du choix d'un modèle statistique malgré ce qu'il a d'arbitraire.

Avant de quitter les généralités, il convient de se donner un moyen de chiffrer l'amélioration apportée par l'emploi de la diversité. Deux modes de calcul sont possibles a priori (MAKINO et MORITA, 1967) : se donner un pourcentage de temps ρ et comparer (par leur différence en dB) les niveaux du signal simple et du signal en diversité non dépassés pendant ρ % du temps ; pour un signal de niveau L donné, calculer le rapport des probabilités (ou des pourcentages de temps) :

$$I(L) = \frac{Pr(R_1 < L)}{Pr(R_{12} < L)} \qquad (2)$$

Le paramètre rendant compte de l'amélioration apportée est généralement appelé gain de diversité.** La première définition est plus parlante lorsqu'on s'intéresse au rapport signal sur bruit, la seconde aux probabilités d'interruption.

* *C'est le cas par exemple des calculs effectués pour se protéger d'une réflexion permanente sur le sol (LEWIN, 1962 ; BOITHIAS et BATTESTI, 1967).*

** *Nous appelons dans tous les cas "gain de diversité" la mesure de l'amélioration, sans distinguer entre les termes anglais "diversity gain" et "diversity improvement".*

5.2. Diversité de fréquence : résultats expérimentaux

Pour étudier la diversité de fréquence en s'affranchissant de tout effet simultané de diversité d'espace, il est indispensable que les différents signaux soient émis et reçus sur les mêmes antennes. On peut soit transmettre en permanence plusieurs fréquences discrètes, soit utiliser les données d'une expérience à balayage en fréquence.

5.2.1. Distribution des niveaux

Les premiers résultats rapportés sont dus à KAYLOR (1953) à partir de l'expérience de mesure de la fonction de transfert sur la liaison Lowden - Princeton (cf chapitre 2). Les résultats sont présentés figure 2.

Tableau 1 : paramètres des courbes de la figure 2

Affaiblissement A_1 (dB) sur la fréquence f_1	Séparation en fréquence $\Delta f = (b_2 - b_1)$ (MHz)	Courbe
10	$\geqslant 40$	A
20	40	C
20	$\geqslant 80$	B
30	40	E
30	80	C
30	$\geqslant 160$	B
40	40	F
40	80	D
40	$\geqslant 160$	B

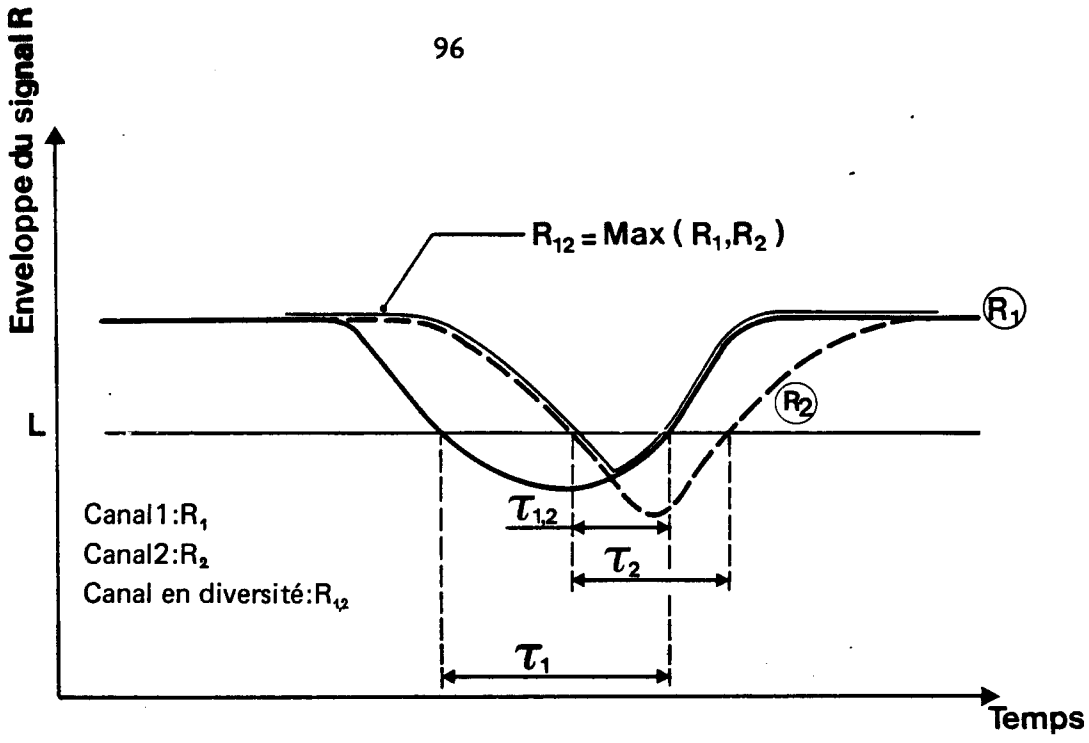


Figure 5.1. Définition des symboles utilisés dans l'analyse de la diversité

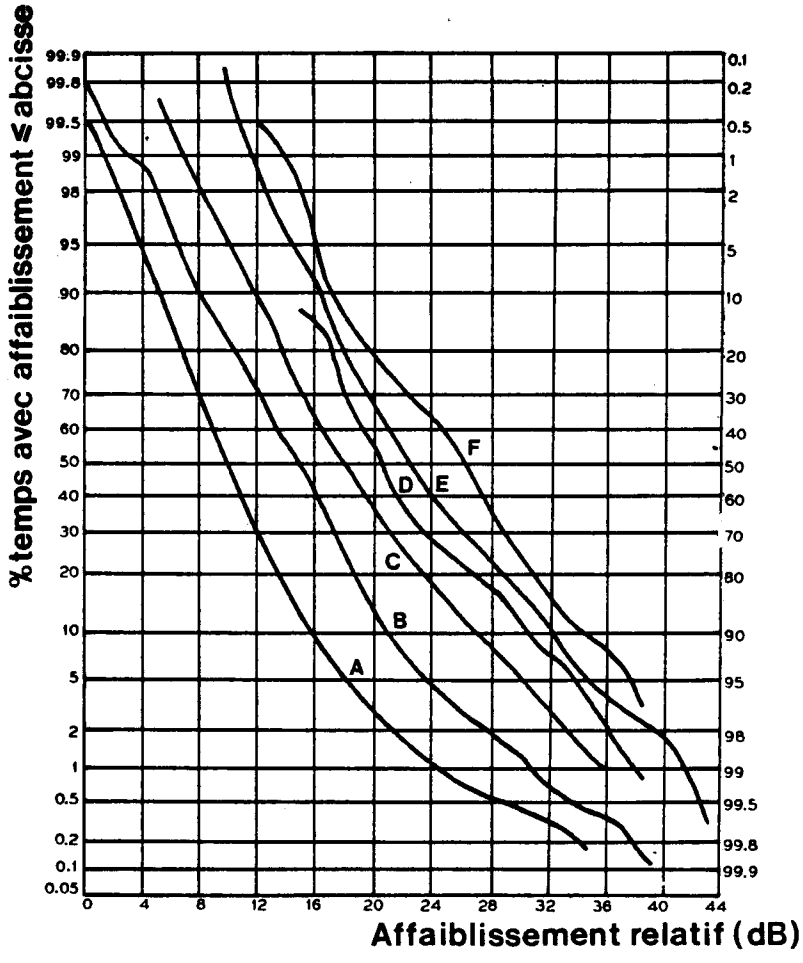


Figure 5.2. Courbes de répartition des affaiblissements à la fréquence f_1 conditionnés par l'affaiblissement à une fréquence f_2 (KAYLOR, 1953).
Les paramètres relatifs aux diverses courbes sont donnés dans le tableau 1.

Les courbes A à F représentent $Pr(R_2 < L_2 / R_1 < L_1)$ probabilités conditionnelles pour diverses valeurs de L_1 (de 10 à 40 dB) et de l'écart en fréquence $\Delta f = (f_2 - f_1)$ entre les canaux R_1 et R_2 précisés Tableau 1. A partir de ces courbes, et de la loi de probabilité des niveaux à la fréquence f_1 ($Pr(R_1 < L_1)$), on peut obtenir celle des niveaux du signal en diversité :

$$Pr(R_{12} < L) = P_r(R_1 < L) \cdot Pr(R_2 < L / R_1 < L) \qquad (3)$$

D'autres données déduites d'une expérience à balayage en fréquence, pour un trajet maritime à 18 GHz se trouvent dans INOUE et AKIYAMA (1974).

Une expérience assez complète est celle réalisée par les Bell Laboratories sur la liaison Pleasant Lake - West Unity durant l'été 1966. Des antennes cornets large bande servaient à la transmission simultanée de 7 canaux de la bande des 4 GHz et de 6 canaux de la bande des 6 GHz, les différents signaux étant échantillonnés et numérisés à la réception (en fréquence intermédiaire) à la cadence de cinq mesures par seconde.

En groupant les canaux par paires, on obtient dans la bande des 4 GHz 21 paires dont la séparation en fréquence va de 20 à 420 MHz et dans celle des 6 GHz 15 paires dont la séparation en fréquence va de 30 à 210 MHz. La figure 3 donne quelques exemples des résultats obtenus (BARNETT, 1970). Chaque courbe montre les données des différentes paires de canaux ayant le même écartement en fréquence Δf. La courbe en trait plein et les courbes en tiretés représentent un ajustement statistique qui est discuté en 5.3. Les courbes marquées "sans diversité" représentent l'ajustement par une loi de Rayleigh* des données relatives aux canaux simples. On voit que pour une fréquence donnée (4 ou 6 GHz), les résultats ne dépendent que de l'écart en fréquence Δf, les pourcentages de temps d'affaiblissement profond (par exemple 40 dB) diminuant lorsque Δf augmente.

* *Ajustement licite puisque les résultats présentés ne concernent que des affaiblissements supérieurs à 20 dB.*

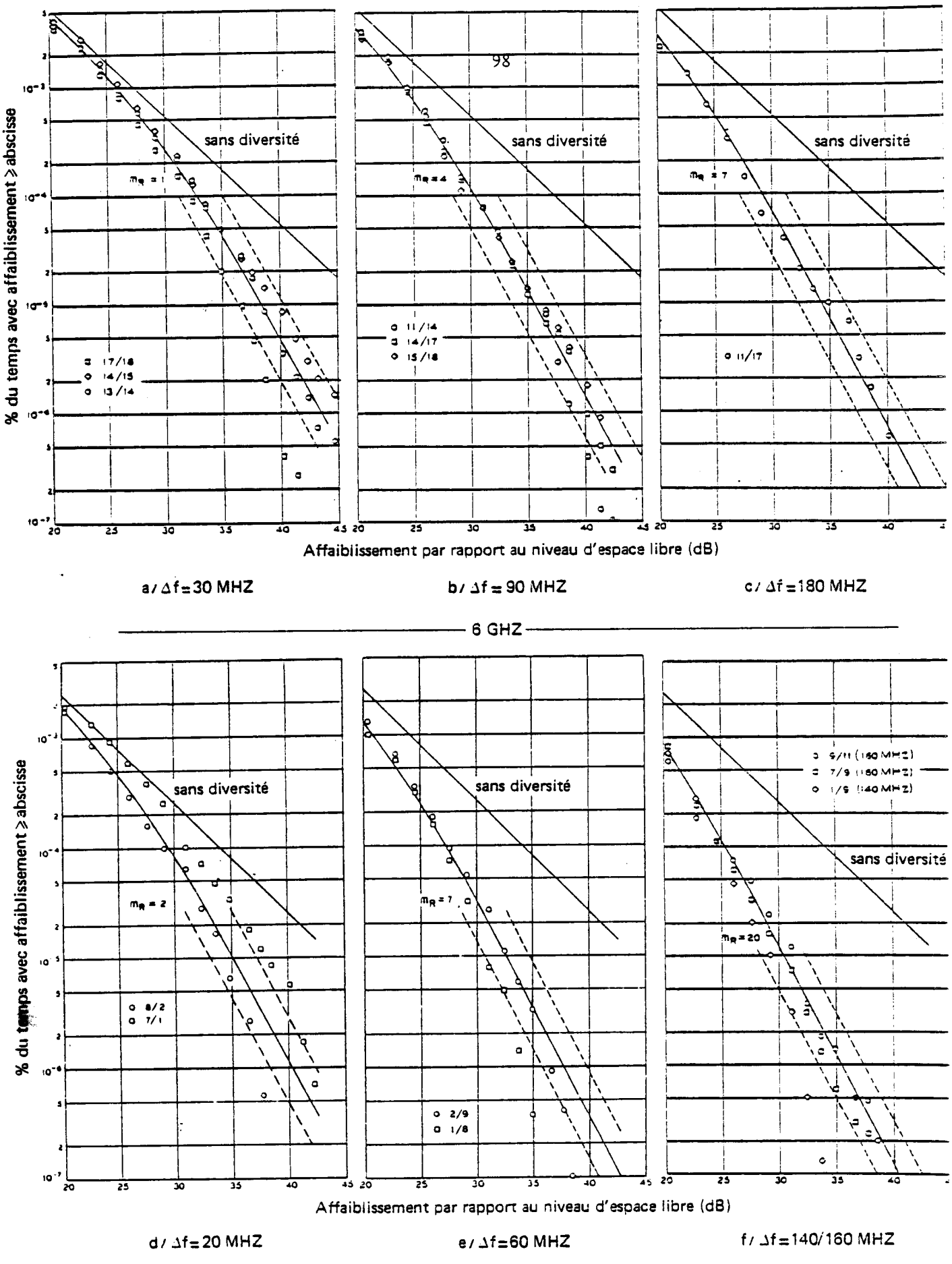


Figure 5.3. Répartition des affaiblissements sur des canaux simples, et en diversité de fréquence (BARNETT, 1970).

5.2.2. Nombre et durée moyenne des événements

L'expérience Pleasant Lake - West Unity a également permis d'étudier le nombre et la durée moyenne des événements (VIGANTS, 1971). La figure 4 montre les résultats pour quelques paires de canaux. La figure 5 est le seul exemple fourni de distribution des durées moyennes des événements. Il concerne deux canaux de la bande des 6 GHz séparés de 30 MHz. Pour les autres, l'auteur indique que la taille trop faible des échantillons ne permet pas d'obtenir des moyennes significatives. Les courbes en trait plein des figures 4 et 5 sont des ajustements décrits en 5.3.

5.3. Analyse théorique de la réception en diversité

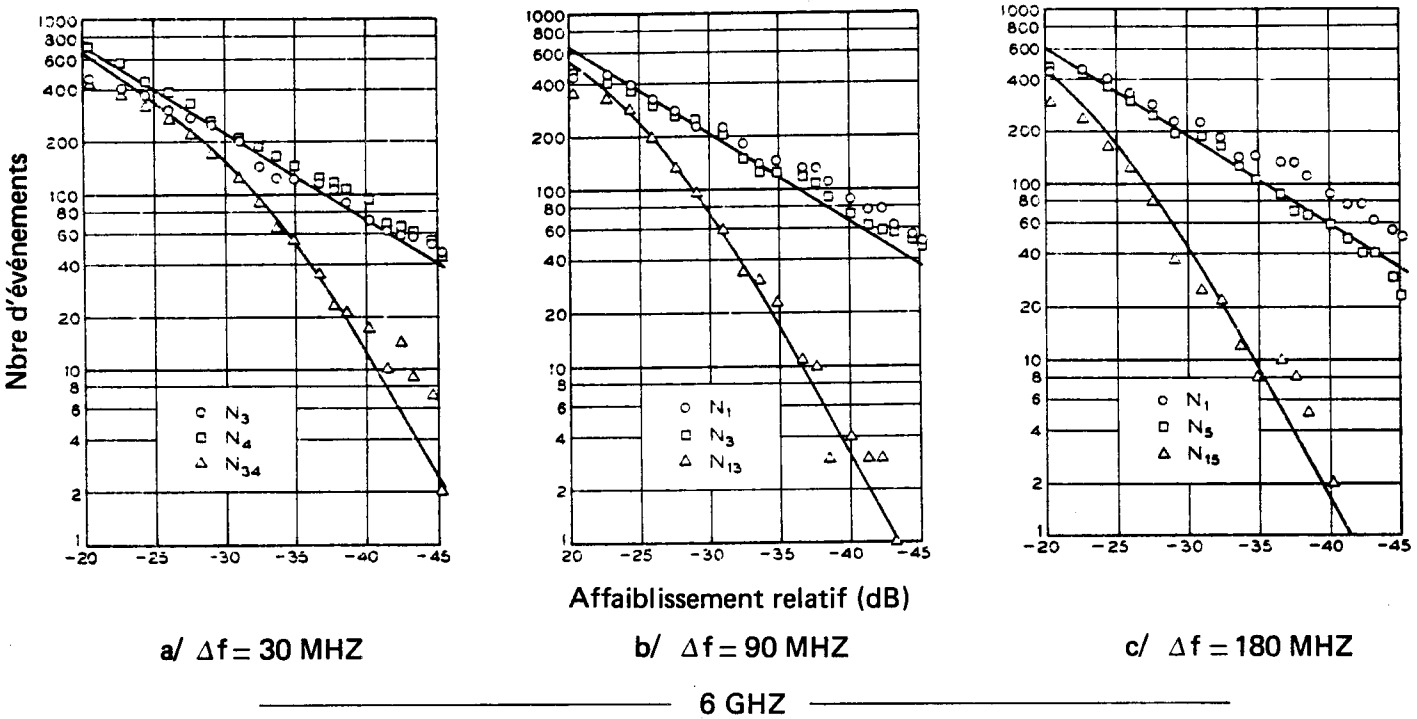
5.3.1. Généralités

Les courbes expérimentales, dont on a présenté des exemples au paragraphe précédent, permettent de calculer le gain de diversité. Il est toutefois désirable de pouvoir représenter la distribution des niveaux du signal en diversité par une formule mathématique. Cela revient à obtenir la loi de probabilité conjointe des deux signaux. Comme dans le cas d'un signal unique, on peut chercher à l'obtenir soit empiriquement, soit en étendant les considérations théoriques présentées au chapitre 4. La liberté n'est d'ailleurs pas totale puisque la distribution conjointe doit par intégration redonner les lois admises pour un signal unique.

Remarquons que seuls comptent les signaux en présence et leurs propriétés statistiques ; les résultats obtenus s'appliquent donc indifféremment à la diversité de fréquence ou à la diversité d'espace.

Lorsqu'on se limite à des affaiblissements profonds (A > 20 dB), on a vu que la distribution des niveaux de chacun des signaux pouvait être représentée par une loi de Rayleigh :

$$\Pr(R < L) = aL^2 \simeq 1 - e^{-aL^2}$$



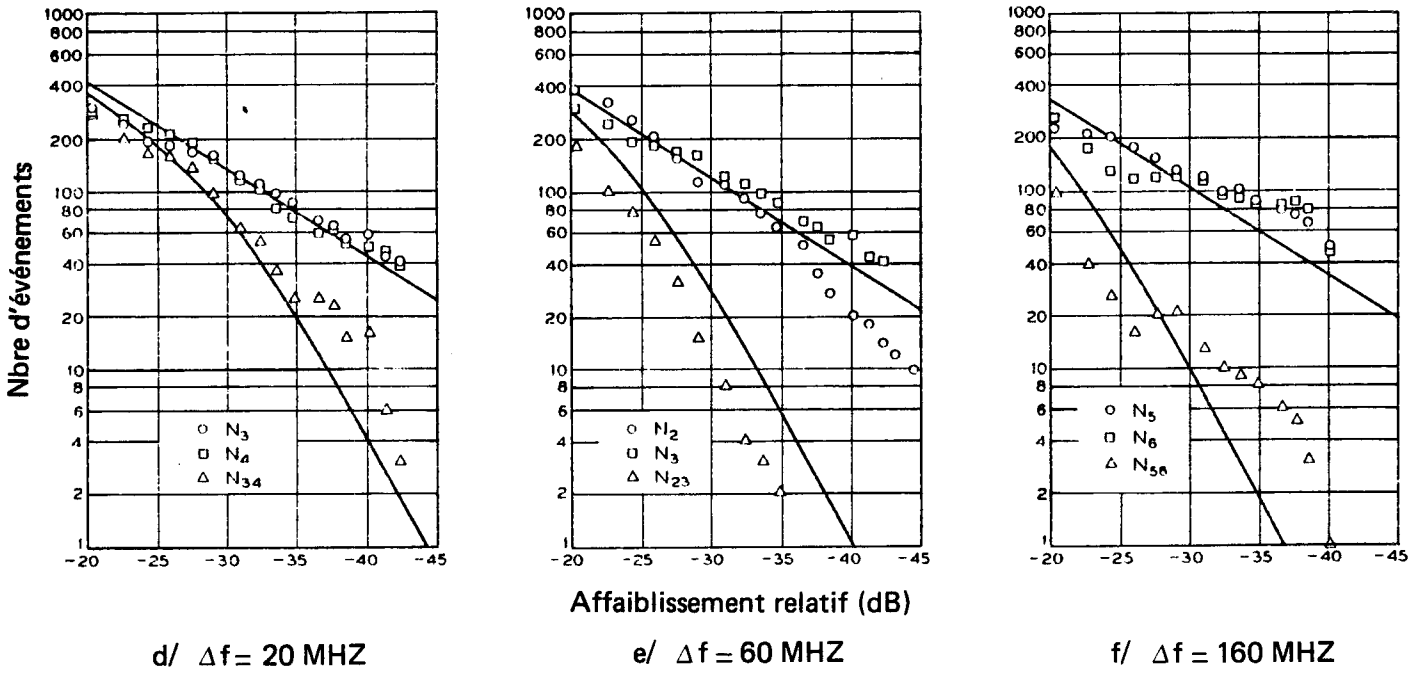


Figure 5.4. Nombre des événements pour deux canaux simples et le canal en diversité de fréquence (VIGANTS, 1971).

Le modèle le plus simple, et le plus couramment utilisé, consiste en une extension du modèle de Rayleigh à deux dimensions. Il a été décrit par STARAS (1956), et appliqué à la diversité de fréquence (BARNETT, 1970 ; VIGANTS, 1970 et 1971), comme à la diversité d'espace (VIGANTS, 1967 et 1968). Il est naturellement aussi envisageable d'étendre à deux dimensions un modèle moins simple que celui de Rayleigh, au prix de calculs plus lourds ; c'est ainsi que NAKAGAMI (1960) puis HIGUTI et MORITA (1982) ont développé un modèle basé sur la loi gamma à deux dimensions.

5.3.2. Distribution des niveaux (modèle à loi de Rayleigh)

Nous savons que la loi de Rayleigh est obtenue lorsque le théorème central limite est applicable et que les composantes des signaux sont des gaussiennes centrées et non corrélées, de même variance.

Soient $x_1 = R_1 \cos \Theta_1$ et $y_1 = R_1 \sin \Theta_1$

et $x_2 = R_2 \cos \Theta_2$ $y_2 = R_2 \sin \Theta_2$

les composantes des deux signaux. On a $\overline{x_i^2} = \overline{y_i^2} = \sigma_i^2$ $i=1,2$

$\overline{x_1 x_2} = \overline{y_1 y_2} = \sigma_{12}$

La loi de probabilité conjointe de x_1, x_2, y_1 et y_2 est alors une loi de Gauss à quatre dimensions. Passant en coordonnées polaires, et intégrant sur les angles, on ontient :

$$p_{12}(R_1,R_2) = \frac{R_1 R_2}{(1-k^2)\,\sigma_1^2\sigma_2^2}\; I_o\left(k\,\frac{R_1 R_2}{\sigma_1\sigma_2(1-k^2)}\right) \exp\left[-\frac{1}{2(1-k^2)}\left(\frac{R_1^2}{\sigma_1^2}+\frac{R_2^2}{\sigma_2^2}\right)\right]$$

$$\text{où} \quad k^2 = \frac{\sigma_{12}^2}{\sigma_1\sigma_2} \quad * \qquad (4)$$

* *Tous les développements supposent bien entendu que le second signal apporte de l'information, c'est-à-dire que les deux signaux ne sont pas parfaitement corrélés, et donc que* $k^2 \neq 1$.

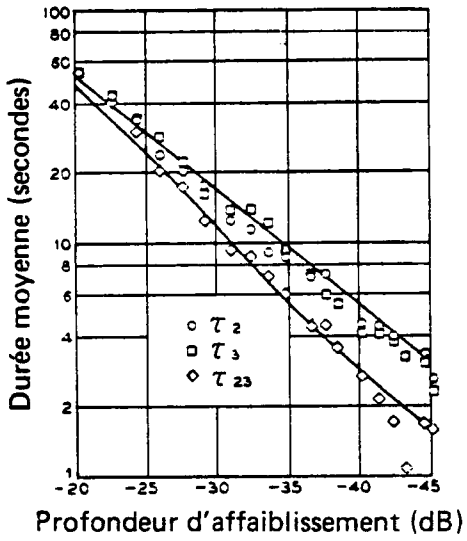
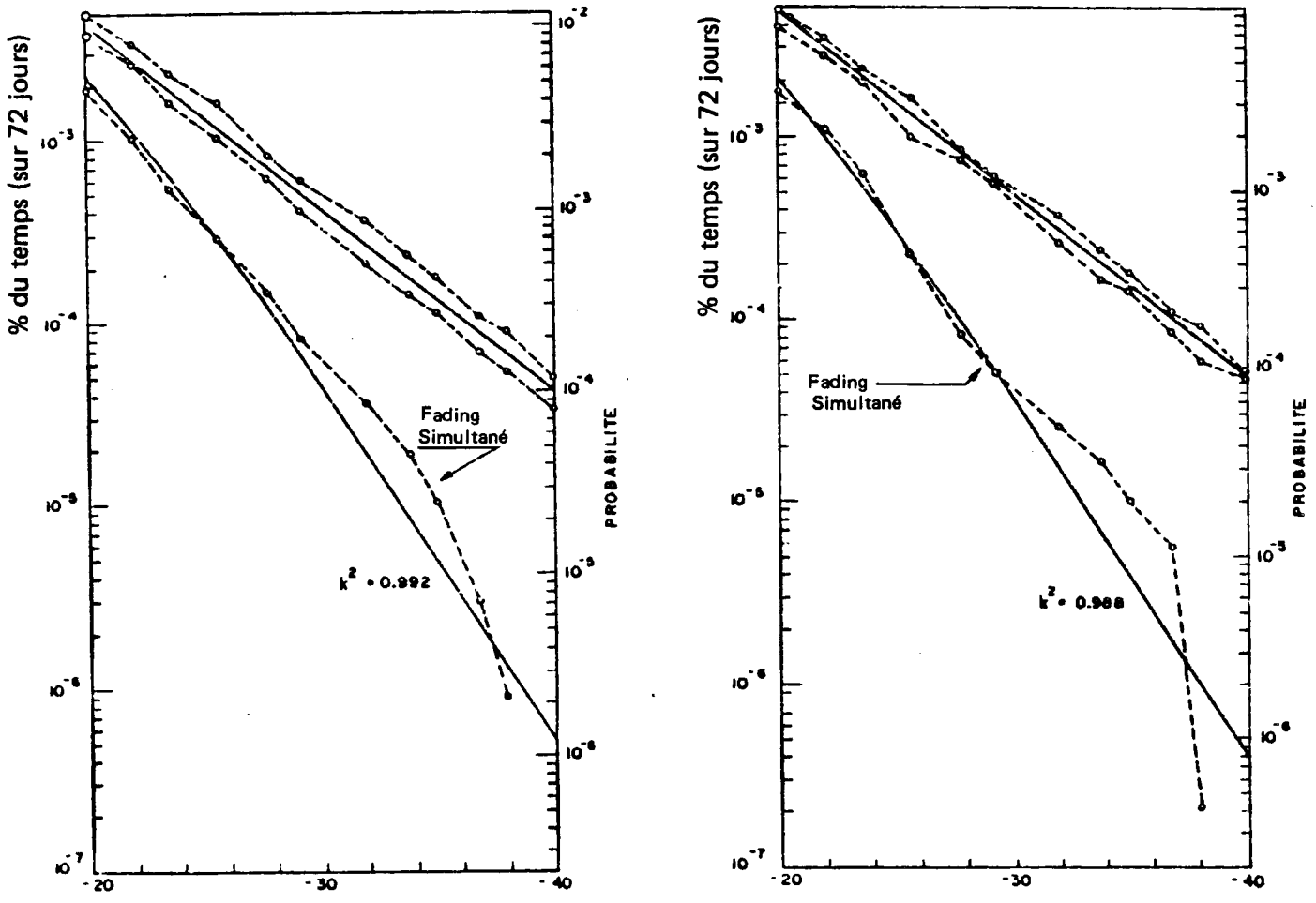


Figure 5.5. Durée moyenne des événements en fonction de la profondeur d'affaiblissement (VIGANTS, 1971).
Canaux simples et en diversité de fréquence. Les deux canaux, de la bande des 6 GHz sont espacés de 30 MHz.



a/ OHIO 1966

Antenne parabolique de 2,4m et antenne cornet de 3m distantes de 3m.

b/ OHIO 1966

Antennes paraboliques de 2,4m distantes de 8,25m.

Figure 5.6. Répartition des niveaux pour deux canaux simples et le canal en diversité d'espace (VIGANTS, 1968).

Une intégration supplémentaire sur une des variables d'enveloppe redonne bien la loi de Rayleigh à une dimension :

$$p(R_i) = \frac{R_i}{\sigma_i^2} \quad \exp - \frac{R_i^2}{2\sigma_i^2} \qquad i = 1 \text{ ou } 2 \qquad (5)$$

La valeur quadratique moyenne est $\overline{R_i^2} = \overline{v_i^2} = 2\sigma_i^2$. STARAS considère que les deux signaux ont même valeur quadratique moyenne ; VIGANTS se place dans le cas plus général où elles peuvent être différentes. On peut alléger un peu les notations en prenant le signal R_1 comme référence (ce qui est implicite dans la définition (2)) et en normalisant les signaux par rapport à R_1^2 . Cela revient à faire $v_1 = 1$, $v_2 = v$. On a alors :

$$Pr(R_1 < L) = 1 - \exp(-L^2) \qquad (6\ a)$$

$$Pr(R_2 < L) = 1 - \exp\left(-\frac{L^2}{v^2}\right) \qquad (6\ b)$$

$$pr(R_1 < L \text{ et } R_2 < L) = \int_o^L \int_o^L p_{12}(R_1,R_2)\ dR_1\ dR_2 \qquad (6\ c)$$

Cette dernière intégrale ne possède pas de primitive connue, mais en développant la fonction de Bessel en série de Taylor, on peut l'exprimer sous la forme du développement en série (STARAS, 1956) :

$$Pr(R_1 < L, R_2 < L) = (1-k^2) \sum_{n=o}^{\infty} k^{2n}\ \gamma_n(X_1)\ \gamma_n(X_2) \qquad (7)$$

où $X_1 = L^2 / (1 - k^2)$ $\qquad X_2 = \frac{L^2}{v^2} \quad \frac{1}{1-k^2}$

et $\gamma_n(x)$ est la fonction gamma incomplète $\gamma_n(x) = \frac{1}{n!} \int_o^x t^n e^{-t}\ dt$

Pour avoir la forme asymptotique de (7) dans les situations de fading profond (X_1 et $X_2 \to 0$), on utilise le développement en série de Taylor de la fonction gamma incomplète* :

* *cf par exemple Higher Transcendental functions Tome 2 § 9-2 p. 135. Erdelyi ed. Mc GRAW HILL (1953).*

$$\gamma_n(x) = \sum_{i=o}^{\infty} \frac{(-1)^i \, x^{n+1+i}}{(i)!\ (n+1+i)} \qquad (8)$$

On peut limiter le développement (7) à son premier terme, et chacune des fonctions γ_o au premier terme de (8). Tous calculs faits, on obtient ainsi :

$$Pr(R_{12} < L) \simeq \frac{L^4}{v^2(1-k^2)} \qquad (9)$$

D'après (2) et (6 a), le gain de diversité pour les fadings profonds est :

$$I(L) = \frac{Pr(R_1 < L)}{Pr(R_{12} < L)} = \frac{v^2(1-k^2)}{L^2} \qquad (10)$$

5.3.3. Nombre des événements

Le calcul du nombre d'événements de profondeur L pour le signal en diversité R_{12} (VIGANTS, 1970) est une extension de celui décrit en 4.3.1. pour un signal simple.

Pour un signal stationnaire, nous pouvons à nouveau calculer le nombre d'événements à partir du nombre de passages de l'enveloppe du signal par le niveau considéré dans un sens donné.

Cherchons le nombre de passages par L à dérivée positive sur une durée T. On divise T en intervalles Δt assez petits pour qu'il n'y ait au plus qu'un passage durant Δt. Celui-ci peut être dû à une traversée par R_1 ou par R_2. La probabilité de traversée est donc :

$$P_{\Delta t} = P_1 + P_2 \quad *$$

La probabilité P_1 d'une traversée par $R_1(t)$ est obtenue en assimilant $R_1(t)$ sur la durée Δt à un segment de droite. Il faut vérifier les inégalités :

* *Il faudrait retrancher la probabilité de traversée par R_1 et R_2, négligeable par hypothèse.*

$$\begin{cases} R_1(t) < L \\ R_2(t) < L \\ \dot{R}_1(t) > 0 \end{cases} \qquad R_1(t) + \dot{R}_1(t)\ \Delta t > L$$

On a donc :

$$P_1 = \int_0^L dR_2 \int_0^\infty d\dot{R}_1 \int_{L-\dot{R}_1 \Delta t}^L p(R_1, R_2, \dot{R}_1)\, dR_1 \qquad (11)$$

L'intégrale interne sur R_1 est transformée comme au § 4.3.1.

$$\int_{L-\dot{R}_1 \Delta t}^L p(R_1, R_2, \dot{R}_1)\, dR_1 \simeq p(L, R_2, \dot{R}_1)\, \dot{R}_1\, \Delta t$$

et donc :

$$P_1 = \Delta t \int_0^L \int_0^\infty \dot{R}_1\, p(L, R_2, \dot{R}_1)\, d\dot{R}_1\, dR_2 \qquad (12)$$

On a de même :

$$P_2 = \Delta t \int_0^L \int_0^\infty \dot{R}_2\, p(R_1, L, \dot{R}_2)\, d\dot{R}_2\, dR_1$$

Le calcul suppose donc de connaître la distribution de probabilité conjointe du signal et de sa dérivée. Cela est possible dans le cas conduisant à un modèle de Rayleigh.

x et y étant des gaussiennes centrées, les dérivées $\dot{x}$ et $\dot{y}$ sont également des gaussiennes centrées. On sait par ailleurs qu'un signal aléatoire et sa dérivée temporelle considérés au même instant sont non corrélés*. Comme il s'agit de gaussiennes, on a donc indépendance de x_i et $\dot{x}_i$. On peut sans doute faire l'hypothèse supplémentaire de l'indépendance des composantes d'un signal avec les dérivées des composantes de l'autre.

* *Cf par exemple LEVINE, Fondements théoriques de la radiotechnique statistique Tome 1 chapitre IV. Editions MIR- Moscou (1973).*

Sous ces hypothèses, on a :

$$p(x_1, y_1, x_2, y_2, \dot{x}_1, \dot{y}_1) = p(x_1, x_2)\ p(y_1, y_2)\ p(\dot{x}_1)\ p(\dot{y}_1)$$

Après passage en coordonnées polaires :

$$p(R_1, \theta_1, R_2, \theta_2, \dot{R}_1, \dot{\theta}_1) = \frac{R_1^2\ R_2}{(2\pi)^3 \sigma_1^2 \sigma_2^2 \sigma'^2_1 (1-k^2)}\ \exp\left[- \frac{1}{2(1-k^2)} \left(\frac{R_1^2}{\sigma_1^2} - \frac{2k\ R_1 R_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)}{\sigma_1\ \sigma_2} + \frac{R_2^2}{\sigma_2^2} \right) \right.$$

$$\left. - \frac{\dot{R}_1^2 + R_1^2\ \dot{\theta}_1^2}{2\sigma'^2_1} \right] \quad (13)$$

L'intégration sur $\dot{\Theta}_1$ est immédiate. On voit alors que $\dot{R}_1$ est indépendant des autres variables, et on a donc, après intégration sur Θ_1 et Θ_2 :

$$p(R_1, R_2, \dot{R}_1) = p(R_1, R_2)\ \ p(\dot{R}_1) \qquad (14\ a)$$

On a de même :

$$p(R_1, R_2, \dot{R}_2) = p(R_1, R_2)\ \ p(\dot{R}_2) \qquad (14\ b)$$

avec $$p(\dot{R}_i) = \frac{1}{\sigma'_i \sqrt{2\pi}}\ \exp\ (- \dot{R}_i^2 / 2\ \sigma'^2_i) \qquad (15)$$

Le nombre moyen de traversées du niveau L (avec dérivée de signe donné) par unité de temps est alors :

$$N_{12} = \frac{P_1 + P_2}{\Delta t} = \int_0^\infty \dot{R}_1\ p(\dot{R}_1)\ d\dot{R}_1 \int_0^L p(L, R_2)\ dR_2 + \int_0^\infty \dot{R}_2\ p(\dot{R}_2)\ d\dot{R}_2 \int_0^L p(R_1, L)\ dR_1 \quad (16)$$

Notant N_1 et N_2 les passages par L (avec dérivée positive) de R_1 et R_2, et utilisant la formule (42) du chapitre 4, (16) peut se mettre sous la forme équivalente :

$$N_{12} = N_1\ pr(R_2 < L / R_1 = L) + N_2\ Pr\ (R_1 < L / R_2 = L) \qquad (17)$$

On a :

$$Pr(R_2<L/R_1=L) = \int_o^L \frac{P_{12}(L,R_2)}{P_1(L)} dR_2 = \frac{\int_o^L \frac{LR_2}{(1-k^2)\sigma_1^2\sigma_2^2} I_o\left(\frac{kLR_2}{(1-k^2)\sigma_1\sigma_2}\right) \exp\left[-\frac{1}{2(1-k^2)}\left(\frac{L^2}{\sigma_1^2}+\frac{R_2^2}{\sigma_2^2}\right)\right] dR_2}{\frac{L}{\sigma_1^2} \exp\left[-L^2/2\sigma_1^2\right]}$$

(17 bis)

$$= \exp\left[\frac{L^2}{2\sigma_1^2}\left(1-\frac{1}{q}\right)\right] \int_o^L \frac{R^2}{q\sigma_2^2} \exp\left(-\frac{R_2^2}{2q\sigma_2^2}\right) I_o\left(\frac{kLR_2}{q\sigma_1\sigma_2}\right) dR_2$$

(dans la dernière égalité, on a posé $q = 1 - k^2$)

Le changement de variables :

$$X = \frac{1}{q} \frac{L^2}{2\sigma_2^2} \qquad Y = \frac{1}{q} k^2 \frac{L^2}{2\sigma_1^2} \qquad t = \frac{R_2^2}{2q\sigma_2^2}$$

permet de passer à la forme :

$$pr(R_2 < L/R_1=L) = e^{-Y} \int_o^X e^{-t} I_o(2\sqrt{Yt})\, dt$$

Un calcul analogue, avec $X' = \frac{1}{q} \frac{L^2}{2\sigma_1^2}$ $Y' = \frac{1}{q} k^2 \frac{L^2}{2\sigma_2^2}$ $t' = \frac{R_1^2}{2q\sigma_1^2}$

conduit à :

$$Pr(R_1 < L / R_2 = L) = e^{-Y'} \int_o^{X'} e^{-t'} I_o(2\sqrt{Y' t'})\, dt'$$

Pour les fadings profonds, on peut établir la formule approchée :

$$N_{12} \simeq N_1 X + N_2 X' \qquad (18)$$

D'après la formule (46) du chapitre 4

$$N_1 \simeq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sigma'_1}{\sigma_1^2} L \qquad N_2 \simeq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sigma'_2}{\sigma_2^2} L$$

d'où $N_{12} \simeq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{L^3}{2q\sigma_1^2\sigma_2^2} (\sigma'_1 + \sigma'_2)$ (19)

Posons :

$$\frac{\overline{R_2^2}}{\overline{R_1^2}} = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} = v^2$$

Les deux signaux étant statistiquement équivalents, nous supposerons de plus que :

$$\frac{\overline{\dot{R}_1^2}}{\overline{R_1^2}} = \frac{\overline{\dot{R}_2^2}}{\overline{R_2^2}} \quad \text{soit} \quad \frac{\sigma'_2}{\sigma'_1} = v \qquad \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sigma'_1}{\sigma_1^2} = c$$

On a alors, pour L petit :

$$N_{12} \simeq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{L^3 \sigma'_1}{2qv^2 \sigma_1^4} (1+v) = c \frac{L^3}{2qv^2 \sigma_1^2} (1+v) \qquad (20)$$

De (9) et (20), on déduit que la durée moyenne des événements de profondeur L (L petit) varie comme L.

En résumé, on a pour les affaiblissements profonds :

$$\Pr(R_{12} < L) \simeq \frac{L4}{v^2 q (2\sigma_1^2)^2} \qquad (21\ a)$$

$$N_{12}(L) \simeq \frac{cL^3}{qv^2 (2\sigma_1^2)} (1+v) \qquad (21\ b)$$

où $q = 1 - k^2$, $v^2 = \frac{\overline{R_2^2}}{\overline{R_1^2}} = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$, $2\sigma_1^2 = \overline{R_1^2}$

$$\overline{\tau_{12}(L)} \simeq \frac{L}{c(1+v)\, 2\sigma_1^2} \qquad (21\ c)$$

Tandis que pour un seul signal, on avait :

$$\begin{cases} \Pr(R_1 < L) \simeq \dfrac{L^2}{2\sigma_1^2} \\ N_1(L) \simeq c\,L \\ \overline{\tau_1(L)} \simeq \dfrac{L}{c\,2\sigma_1^2} \end{cases} \qquad (*)$$

5.3.4. Modèle à loi gamma bidimensionnelle

Les calculs décrits aux paragraphes précédents sous les hypothèses conduisant à des lois de Rayleigh peuvent, du moins en principe, s'étendre à des cas plus généraux. Mais les calculs deviennent alors vite inextricables. NAKAGAMI (1960), et plus récemment HIGUTI et MORITA (1982) ont cependant développé un modèle plus général à loi gamma double.

Nous avons vu (§ 3.3. et annexe 3-A) que la distribution des niveaux (exprimés en puissance) pouvait être représentée empiriquement par la loi gamma. On a alors pour les deux signaux simples :

$$p_1(w_1) = \frac{\beta_1^{\lambda}}{\Gamma(\lambda)}\, w_1^{\lambda-1}\, e^{-\beta_1 w_1} \qquad (22\ a)$$

$$p_2(w_2) = \frac{\beta_2^{\lambda}}{\Gamma(\lambda)}\, w_2^{\lambda-1}\, e^{-\beta_2 w_2} \qquad (22\ b)$$

La densité double correspondante est :

$$p_{12}(w_1,w_2) = \frac{(\beta_1\beta_2)^{(\lambda+1)/2}\,(w_1w_2)^{(\lambda-1)/2}}{\Gamma(\lambda)\,(1-\rho)\,\rho^{(\lambda-1)/2}}\, \exp\left(-\frac{\beta_1w_1+\beta_2w_2}{1-\rho}\right)\, I_{\lambda-1}\left(\frac{2\sqrt{\beta_1\beta_2w_1w_2}}{1-\rho}\right) \qquad (23)$$

où ρ est le coefficient de corrélation de w_1 et w_2.

* *La méthode d'analyse de LIN (§ 4.4) peut également s'étendre aux signaux en diversité, et généralise les résultats du modèle double de Rayleigh si on suppose que l'action de la diversité est l'introduction d'un zéro dans la fonction de densité $f(\alpha,\beta)$ (formule 4.50).*

La probabilité conjointe d'avoir les deux signaux simultanément en dessous d'un niveau s'exprime par une série de produits de fonctions gamma incomplètes généralisant (7) :

$$\Pr(R_1<L \text{ et } R_2<L) = \frac{(1-\rho)^{\lambda}}{\Gamma(\lambda)} \sum_{n=0}^{\infty} \rho^n \frac{\Gamma(\lambda-n)}{n!} \frac{\gamma_{\lambda+n}(X_1)}{\Gamma(\lambda+n)} \frac{\gamma_{\lambda+n}(X_2)}{\Gamma(\lambda+n)} \qquad (24)$$

où $X_1 = \dfrac{\beta_1 L^2}{1-\rho}$ $\qquad X_2 = \dfrac{\beta_2 L^2}{1-\rho}$

et $\gamma_{\lambda+m}(X) = \displaystyle\int_0^X t^{\lambda+m-1} e^{-t} dt$

Remarquons que dans le modèle présenté, les deux signaux simples suivent une loi gamma de même paramètre λ . Les moyennes et les écarts types des deux niveaux sont de ce fait liés par une relation.

Il serait peut être intéressant, compte tenu de sa justification théorique mieux établie, de tenter d'étendre à deux dimensions le modèle à loi de Rice - Nakagami, mais à notre connaissance il n'y a eu aucun essai en ce sens .

5.4. Comparaison de la théorie avec l'expérience : diversité de fréquence

BARNETT (1970) a ajusté sur les données de l'expérience Pleasant Lake - West Unity (cf § 5-2), le modèle de Rayleigh à deux dimensions décrit ci-dessus. Dans ce cas, les deux canaux sont identiques et v = 1. Le seul paramètre du modèle est le coefficient de corrélation k^2, que l'auteur a remplacé par $m_R = 10^3 (1-k^2)$. Les courbes théoriques obtenues figurent sur les exemples présentés (fig. 3) avec la valeur de m_R.

L'accord obtenu est généralement bon à $\pm$ 2 dB (courbes en pointillés) pour les affaiblissements entre 20 et 30 dB. L'auteur attribue les écarts pour les affaiblissements plus profonds à la petitesse des échantillons. De façon générale, l'accord est meilleur à 6 GHz qu'à 4 GHz.

Nous rapportons dans le tableau 2 les résultats obtenus par BARNETT en ce qui concerne la variation du coefficient de corrélation avec l'écart en fréquence :

6 GHz			4 GHz		
Δf	m_R	k^2	Δf	m_R	k_2
30 MHz (3 paires)	1	0,999	20 MHz (2 paires)	2	0,998
60 MHz (3 paires)	2	0,998	60 MHz (2 paires)	7	0,993
90 MHz (3 paires)	4	0,996	80 MHz (3 paires)	10	0,990
120 MHz (3 paires)	5	0,995	100 MHz (2 paires)	13	0,987
150 MHz (1 paire)	7	0,993	140-160 MHz (3 paires)	20	0,980
180 MHz (1 paire)	7	0,993	220-260 MHz (3 paires)	30	0,970
210 MHz (1 paire)	10	0,990	300-340 MHz (4 paires)	35	0,965
			400-420 MHz (2 paires)	50	0,950

TABLEAU 2

On a une relation à peu près linéaire entre m_R et Δf pour chacune des bandes considérées. Les ajustements par les moindres carrés, en pondérant chaque valeur par le nombre de paires correspondant donnent :

$$m_R(6\ \text{GHz}) = -0{,}428 + 0{,}0464\ \Delta f \qquad r = 0{,}989$$
$$m_R(4\ \text{GHz}) = 0{,}783 + 0{,}11544\ \Delta f \qquad r = 0{,}993 \qquad (25)$$

(Δf en MHz ; r : coefficient de corrélation linéaire).

Négligeant le terme constant de l'ajustement, on déduit du modèle (équation (10) avec v = 1) et de la relation linéaire (25) que le gain de diversité peut se mettre sous la forme :

$$I(L) = \frac{m/10^3}{P(R_1 < L)} \qquad m = k\frac{\Delta f}{f} \qquad (26)$$

BARNETT a procédé à un ajustement suivant les formules (26) à partir des valeurs expérimentales de I(40 dB). L'ajustement est bon mais le coefficient m trouvé (et sa relation avec Δf) n'est pas égal au coefficient de corrélation m_R obtenu à partir de l'ajustement de la distribution des affaiblissements conjoints.

Les résultats obtenus par l'auteur sont :

à 4 GHz $\quad I = 1/2 \frac{\Delta f}{f} L^{-2} \quad I \geqslant 10 \quad m_4 = 125 \frac{\Delta f}{f}$

à 6 GHz $\quad I = 1/4 \frac{\Delta f}{f} L^{-2} \quad 10 \leqslant I \leqslant 100 \quad m_6 = 132 \frac{\Delta f}{f}$

Il conclut en particulier que le coefficient d'ajustement m ne dépend en première approximation que de l'écart relatif en fréquence.

VIGANTS (1971) a également utilisé ce modèle pour ajuster les données relatives aux nombres d'événements (figure 4). Il peut ainsi obtenir une bonne représentation simultanée des données relatives aux signaux simples et au signal en diversité.

5.5. Diversité de fréquence interbande

Les résultats du paragraphe précédent concernent les affaiblissements affectant deux canaux de la même bande. Comme le gain de diversité croit avec l'écart en fréquence, il est naturel de penser à faire de la diversité à l'aide de canaux de bandes différentes. L'expérience des Bell Labs a permis à BARNETT (1970) d'effectuer cette étude à l'aide de canaux des bandes 4 et 6 GHz (4 des canaux de la bande 4 GHz et 3 de ceux à 6 GHz servant pour cette étude).

La distribution des affaiblissements conjoints est à nouveau représentable par une loi double de Rayleigh, conduisant à un gain de diversité représenté par la formule (10).

Le coefficient de corrélation m_R varie suivant la paire de canaux considérée entre 20 et 50, et ne montre cette fois pas de relation avec l'écart en fréquence. Cela montre que la décorrélation des affaiblissements ne reste linéaire avec Δf que pour des écarts relatifs de fréquence petits. D'un point de vue pratique, le gain de diversité obtenu en relayant un canal de la bande des 6 GHz par un de celle des 4 GHz (ou inversement) n'est pas supérieur à celui obtenu par l'emploi de deux canaux suffisamment espacés de la même gamme.

5.6. Etude de la diversité d'espace

5.6.1. Résultats expérimentaux

La diversité d'espace a d'abord été utilisée pour combattre les réflexions permanentes sur le sol. Mais il est vite apparu que ce dispositif permettait également de combattre efficacement les trajets multiples (WHITE, 1968).

Le paramètre important est cette fois ci la distance entre les antennes. L'expérience montre que seul un espacement vertical est efficace, et que la corrélation entre les signaux diminue lorsque la séparation entre les antennes augmente.

Des mesures sur des durées courtes (de quelques heures à une journée) avec des séparations d'antennes de plus de cent longueurs d'onde donnent l'impression que les niveaux des signaux reçus ne sont plus corrélés (GUDMANSEN et LARSEN, 1957 ; BATTESTI et BOITHIAS, 1964).

Une étude plus longue (donc statistiquement plus significative) a été conduite par VIGANTS (1968) pendant environ deux mois sur deux liaisons. La première, à 6,15 GHz et d'une longueur de 45 km (Pleasant Lake - West Unity) comportait trois antennes de réception donnant des espacements

de 3, 8,2 et 11,2 m. La seconde, à 4,19 GHz et d'une longueur de 51 km comportait deux antennes distantes de 19,5 m. Quelques exemples des distributions de niveaux obtenues sont présentés figure 6. La figure 7 donne l'histogramme du nombre d'événements pour la paire d'antennes séparées de 8,2 m (VIGANTS, 1970).

5.6.2. Comparaison avec la théorie

On peut naturellement appliquer à la diversité d'espace les mêmes modèles théoriques qu'à la diversité de fréquence. VIGANTS a ajusté à ses données les courbes du modèle de Rayleigh à deux dimensions (figures 6 et 7) : on constate qu'il rend compte correctement des résultats expérimentaux.

Pour ce qui est de la dépendance vis à vis de la distance entre antennes, l'auteur trouve que le paramètre pertinent est l'écartement des antennes normalisé par la hauteur de la zone de Fresnel $s/\sqrt{\lambda D}$ avec :

- s : écartement entre antennes
- D : longueur du trajet
- λ : longueur d'onde

Pour les quatre écartements dont il dispose, une relation linéaire entre le carré du coefficient k^2 et $s^2/\lambda D$ représente bien les données (figure 8) :

$$k^2 = 1 - 0{,}364 \quad s^2/\lambda D \qquad (27)$$

Le point le plus éloigné de la droite de régression correspond aux antennes séparées de 3 m. VIGANTS pense que dans ce cas, la séparation entre antennes, du même ordre de grandeur que la taille des antennes, n'est plus définie avec précision. Il est intéressant de noter que le point expérimental relatif à la liaison à 4 GHz s'intègre bien à ceux de la liaison à 6 GHz, ce qui indique que l'effet de la fréquence (au moins dans ce domaine de variation) est très peu marqué.

Une autre expérience a été réalisée sur la liaison Atlanta - Palmetto, longue de 39 km, à 4,19 GHz pendant une période de 72 jours. Cinq antennes

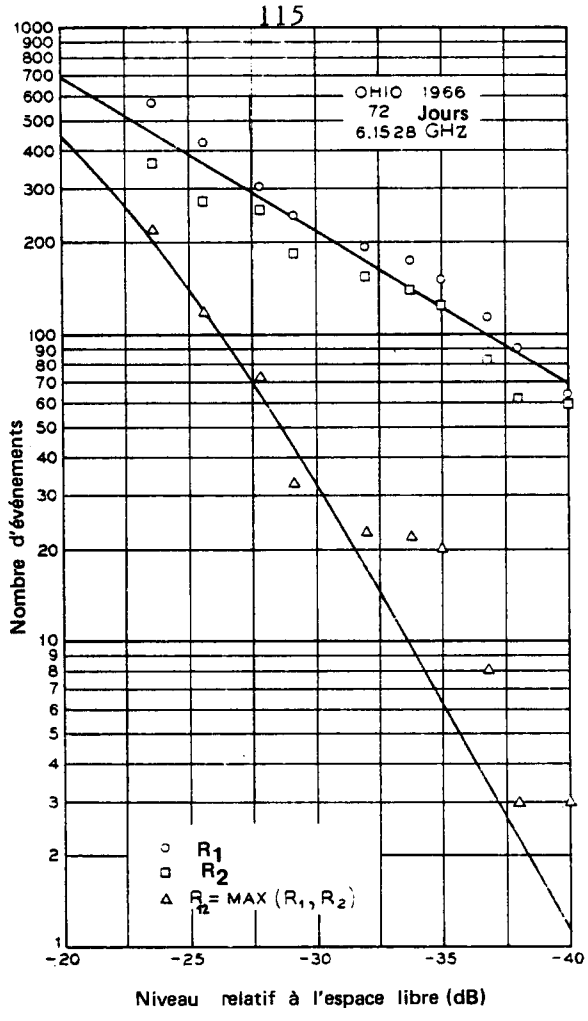


Figure 5.7. Nombre des événements pour deux canaux simples et le canal en diversité d'espace (VIGANTS, 1970). Antennes séparées de 8,2 m.

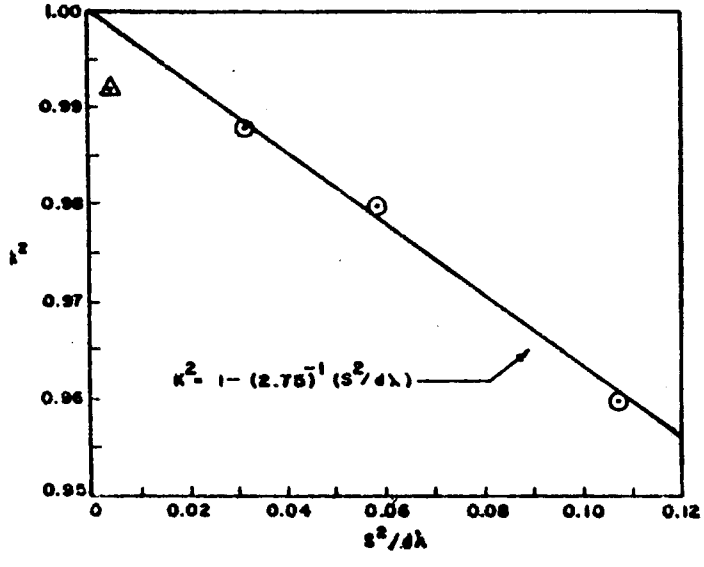


Figure 5.8. Coefficient de corrélation du modèle de Rayleigh à deux dimensions en fonction de l'écartement normalisé des antennes (VIGANTS, 1968).

donnaient des écartements allant de 1,2 à 20 m. Les résultats obtenus (VIGANTS, 1975) sont conformes à la formule (27) pour les antennes séparées de moins de 10 m, l'amélioration apportée diminuant pour des espacements plus grands.

A partir de données japonaises, MAKINO et MORITA (1967) aboutissent à une autre formule empirique. En l'absence de réflexion sur le sol, leur formule s'écrit :

$$k^2 = \exp (- 0{,}00013\ s\ f \sqrt{D}) \qquad (28)$$

où s est en m
f est en GHz
D est en km

L'article cité ne permet pas de savoir comment la formule (28) a été établie. On peut toutefois noter, à partir des comparaisons données au Tableau 3 que la formule de MAKINO et MORITA conduit à une corrélation entre signaux moins prononcée que celle de VIGANTS.

s	8,2 m	11,2 m	19,5 m
f	6,15 GHz	6,15 GHz	4,19 GHz
D	45 km	45 km	51 km
k^2 (formule 27)	0,988	0,980	0,962
k^2 (formule 28)	0,957	0,941	0,927

Tableau 3

5.7. Comparaison de la diversité de fréquence et de la diversité d'espace

Le choix entre diversité de fréquence et diversité d'espace peut dépendre de diverses considérations. Ainsi, la diversité de fréquence est sans doute plus économique (une seule chaîne de réception), mais utilise davantage un spectre de fréquence limité. Les résultats présentés dans ce chapitre permettent de les comparer du point de vue de l'efficacité. En effet, le gain de diversité est proportionnel à $(1-k^2)$. Pour la même liaison Pleasant Lake - West Unity, les résultats présentés donnent donc :

$$\frac{I_F(L)}{I_S(L)} = (0{,}13\ \Delta f/f) \,/\, 0{,}364\ (s^2/\lambda D)$$

On peut ainsi, pour une liaison donnée, comparer l'écartement entre antennes et l'espacement en fréquence apportant une même amélioration, ce qui peut aider à choisir l'un ou l'autre système.

5.8. Discussion et conclusions

Les études réalisées montrent que la diversité est un moyen de lutte efficace contre les trajets multiples. En particulier, une excellente amélioration est apportée même par des signaux fortement corrélés (k^2 de l'ordre de 0,99). On remarque d'ailleurs que l'amélioration sur le pourcentage de temps d'un affaiblissement de profondeur donnée est d'autant plus grande que l'affaiblissement est profond.

Des modèles statistiques relativement simples, comme le modèle de Rayleigh à deux dimensions rendent bien compte de l'expérience. Cependant, les formules empiriques (26), (27) et (28), qui s'appuient sur des données fragmentaires, sans compréhension physique du phénomène, doivent être utilisées avec prudence.

Il apparait que la grande lacune dans les études publiées concerne l'influence des divers paramètres caractérisant la liaison. Cette situation est évidemment dûe au manque de données. Toutefois, compte tenu de l'influence de ces paramètres sur les résultats statistiques d'un canal simple, rien ne permet de penser qu'ils sont sans importance pour les signaux en diversité.

6. SELECTIVITE EN FREQUENCE DES PHENOMENES DE TRAJETS MULTIPLES

I. GENERALITES

6.1. Introduction

Tant qu'on se limite à des fréquences pures, l'effet des trajets multiples est de provoquer un affaiblissement du niveau du signal reçu ; la connaissance de la distribution des niveaux permet alors de caractériser une liaison. Il ne s'agit toutefois là que d'une étude préliminaire ou d'une schématisation théorique trop éloignée du réel dans la mesure où toute transmission d'information suppose un signal ayant une certaine largeur de bande et que, de ce fait, le caractère de sélectivité en fréquence des phénomènes de trajets multiples devient la cause principale de perturbation des liaisons.

Comme nous l'avons déjà remarqué au § 1.1., les situations de trajets multiples peuvent en général être étudiées en utilisant l'approximation des rayons, et en considérant l'effet de l'atmosphère comme celui d'un filtre. Fondamentalement, connaître le canal de propagation par trajets multiples, c'est savoir combien il y a de rayons et, pour chacun d'entre eux, le temps de propagation, le déphasage et le gain introduits en cours de route. Cette connaissance est équivalente à celle de la fonction de transfert à toute fréquence. Inversement, la mesure de la fonction de transfert est un moyen d'identifier les différents trajets de propagation. Mais cette identification demande théoriquement la connaissance de la fonction de transfert à toute fréquence, à tout le moins dans une bande très large. Aussi nécessite-t-elle des expériences particulières pour lesquelles il n'existe actuellement pas sur le marché de matériel adapté. Les expériences de ce type qui ont été réalisées et les problèmes que pose leur interprétation sont présentés dans la troisième partie du chapitre.

Si par contre, on se contente de caractériser une liaison réelle de largeur de bande Δf, il suffit de connaître la fonction de transfert dans la bande utile. A des fins de prévision, il convient alors de modéliser la fonction de transfert en utilisant un nombre aussi réduit que possible de paramètres, et d'établir la statistique conjointe de ces paramètres. Même s'ils peuvent utilement s'appuyer sur une connaissance physique du phénomène, ces modèles doivent être considérés comme des modèles mathématiques. Nous décrivons les principaux aux § 6.4 à 6.8.

6.2. Modélisation radioélectrique d'un canal à trajets multiples

6.2.1. Réponse impulsionnelle et fonction de transfert*

Le canal de transmission étant considéré comme un filtre, c'est-à-dire un système faisant subir à tout signal qui s'y propage une transformation linéaire et invariante dans le temps, peut être caractérisé par trois fonctions. Dans le domaine temporel, il est représenté par sa réponse impulsionnelle h(t), signal obtenu lorsque le signal d'entrée est une impulsion de Dirac. La réponse impulsionnelle est une fonction réelle.

Dans le domaine fréquentiel, le canal est défini par sa fonction de transfert $H(\omega)$. Réponse impulsionnelle et fonction de transfert sont liées par une transformation de Fourier.

La fonction de transfert est une fonction complexe qu'on représentera suivant les cas par ses parties réelle et imaginaire, ou par son module et sa phase à l'aide des relations :

$$H(\omega) = R(\omega) + j\, X(\omega) = |H(\omega)|\, e^{-j\Phi(\omega)} \qquad (1)$$

$R(\omega)$ et $|H(\omega)|$ sont des fonctions paires, $X(\omega)$ et $\Phi(\omega)$ des fonctions impaires. De plus, pour un système causal, $h(t) = 0$ pour $t < 0$, et il en résulte une relation entre $R(\omega)$ et $X(\omega)$ qui se déduisent l'une de l'autre par transformation de Hilbert.

* *Des rappels sur la représentation des filtres peuvent être trouvés par exemple dans : E. ROUBINE, Introduction à la théorie de la communication, Tome 1, Masson et Cie (1970).*

La troisième fonction permettant de caractériser le canal est sa fonction de transfert complexe H(p), transformée de Laplace de la réponse impulsionnelle avec $p = \sigma + j\omega$. La fonction de transfert $H(\omega)$ qu'on peut par souci d'homogénéité de notation écrire $H(j\omega)$ est la restriction de H(p) à l'axe imaginaire.*

Le canal de transmission étant passif, H(p) est une fonction holomorphe (continue et dérivable) dans le demi plan $\sigma > 0$ où elle n'a pas de pôle. Par contre la distribution des zéros est a priori quelconque. Cependant, pour un système physique, donc à coefficients réels, ces zéros doivent être complexes et conjugués. Dans le cas particulier où H(p) n'a pas de zéro dans le demi plan de droite ($\sigma > 0$), le filtre est à déphasage minimum et il existe une relation entre $|H(\omega)|$ et $\Phi(\omega)$ (relation de Bayard-Bode).

Dans une situation de trajets multiples, on considère qu'il y a plusieurs chemins de propagation, ou rayons, entre l'émetteur et le récepteur ; ces divers rayons sont supposés identifiables et fixes pendant la période d'analyse. Dans ces conditions, le signal reçu est la somme des signaux ayant suivi les différents trajets. Chacun est caractérisé par un gain g_k, un temps de propagation $t_p + \tau_k$ et un déphasage φ_k.

La plupart des auteurs considèrent qu'il n'y a pas de déphasage. Pour une situation à N rayons, la fonction de transfert est alors :

$$H(\omega) = \sum_{k=1}^{N} g_k \, e^{-j\omega(t_p + \tau_k)} \qquad (2)$$

En situation d'espace libre, il n'y a qu'un seul trajet d'affaiblissement g_o et de temps de propagation t_p. On a alors :

$$H_o(\omega) = g_o \, e^{-j\omega t_p} \qquad (3)$$

On s'intéresse le plus souvent à la fonction de transfert réduite :

$$H_r(\omega) = \frac{H(\omega)}{H_o(\omega)} = \sum a_k \, e^{-j\omega\tau_k} \qquad (4)$$

* *Cette dernière propriété est vraie pour un signal causal, ce que nous avons supposé être le cas.*

La réponse impulsionnelle correspondant à (2) est :

$$h(t) = \sum_{k=1}^{N} g_k \; \delta (t-t_p- \tau_k) \qquad (5)$$

qui traduit la réception de N échos du signal émis. Les différences de temps de propagation, ou retards, τ_k sont dues à la différence des longueurs de trajets. Les affaiblissements g_k peuvent être dus soit à des phénomènes de propagation (focalisation ou défocalisation des ondes), soit à des effets d'antenne (gain d'antenne variant avec l'angle de départ ou d'arrivée du rayon).

Négliger les déphasages φ_k est toutefois physiquement génant. En effet, les antennes introduisent des déphasages en fonction des directions des rayons et les réflexions soit sur le sol, soit sur des feuillets atmosphériques (formules de Fresnel), créent également des déphasages en cours de route.

On doit donc étendre les formules (2) et (5) en introduisant un déphaseur pur d'angle φ_k sur chaque trajet. Pour garder un filtre réalisable ($\Phi(\omega)$ impair), le déphasage introduit est φ_k pour $\omega>0$ et $-\varphi_k$ pour $\omega<0$. La fonction de transfert devient ainsi :

$$H(\omega) = \sum_{k=1}^{N} g_k \; e^{j \varphi_k \, \text{signe}(\omega)} \; e^{-j \omega (t_p+ \tau_k)} \qquad (6)$$

La réponse impulsionnelle correspondante, obtenue par transformée de Fourier, est :

$$h(t) = \sum_{k=1}^{N} g_k \left[\cos \varphi_k \; \delta (t-t_p- \tau_k) - \sin \varphi_k \; \frac{1}{\pi} \; P_f \left(\frac{1}{t_p+ \tau_k} \right) \right] \qquad (7)$$

Le problème se présente donc mathématiquement sous une forme beaucoup plus compliquée nécessitant l'introduction des distributions.

6.2.2. Enveloppe complexe et filtre passe-bas équivalent*

L'analyse des performances d'un système de transmission nécessite de suivre le signal de la source (message à transmettre) à la démodulation. Les changements de fréquence effectués en cours de route rendent l'analyse compliquée. La représentation par enveloppes complexes simplifie beaucoup les calculs en permettant de se maintenir fictivement en bande de base.

On s'intéresse à un signal réel s(t) dont le spectre est limité à une bande de fréquences de largeur 2B autour d'une fréquence centrale f_c (il suffit en pratique que l'énergie du signal soit négligeable à l'extérieur de cette bande). On admettra également que le signal est à bande étroite, c'est-à-dire, sans préciser davantage, que B est assez petit par rapport à f_c. On peut mettre le signal sous la forme :

$$s(t) = s_i(t) \cos \omega_c t + s_o(t) \sin \omega_c t \qquad (8)$$

les composantes en phase et en quadrature étant données par :

$$s_i(t) = 2\,[s(t) \cos \omega_c t]_{PB}$$

$$s_o(t) = 2\,[s(t) \sin \omega_c t]_{PB}$$

$[\ \ ]_{PB}$ indiquant le résultat du passage dans un filtre passe-bas idéal de gain unité.

L'enveloppe complexe de s(t) est alors par définition le signal complexe

$$\tilde{s}(t) = s_i(t) - j\, s_o(t) = |\tilde{s}(t)|\, e^{j\Psi(t)} = 2[s(t)\, e^{-j\omega_c t}]_{PB} \qquad (9)$$

On a inversement :

$$s(t) = \mathrm{Re}\,[\tilde{s}(t)\, e^{j\omega_c t}] = \mathrm{Re}\,[\,|\tilde{s}(t)|\, e^{j(\omega_c t + \Psi(t)}\,] \qquad (10)$$

$|\tilde{s}(t)|$ est l'enveloppe du signal et $\omega_c t + \Psi(t)$ la phase instantanée.

Les définitions précédentes s'appliquent à s(t) qu'il s'agisse d'un signal déterministe ou d'un processus aléatoire stationnaire.

* *Cf par exemple VAN TREES Detection, Estimation and Modulation Theory. Tome III Annexe A, J. WILEY et Sons (1971).*

Le spectre de $\tilde{s}(t)$ est de même forme que le spectre des fréquences positives de s(t), mais translaté autour de la fréquence nulle.

Le grand intérêt de la notation par enveloppe complexe apparait lorsque le signal s(t) passe à-travers un filtre de réponse impulsionnelle h(t) et de fonction de transfert $H(j\omega)$. Le filtre est supposé à bande limitée autour de ω_c. La réponse impulsionnelle du filtre est un signal déterministe auquel on peut alors faire correspondre une enveloppe complexe $\tilde{h}(t)$.

On montre qu'on a alors entre les enveloppes complexes $\tilde{s}(t)$ du signal d'entrée, $\tilde{h}(t)$ du filtre et $\tilde{y}(t)$ du signal en sortie, la relation classique de convolution :

$$\tilde{y}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{h}(t-\tau)\, \tilde{s}(\tau)\, d\tau \qquad (11)$$

Tous les calculs peuvent donc s'effectuer en bande de base sur les enveloppes complexes. Toutefois $\tilde{h}(t)$ est une fonction complexe. Sa transformée de Fourier $\tilde{H}(\omega)$, fonction de transfert du filtre passe-bas équivalent obtenue en amenant autour de 0 la partie de $H(\omega)$ correspondant aux fréquences positives, n'a plus les propriétés de symétrie des fonctions de transfert des systèmes réels.

Appliquons ce qui précède à une situation de trajets multiples. Soit $s_o(t)$ le signal transmis, de fréquence porteuse $f_o = \omega_o/2\pi$, et d'enveloppe complexe $u_o(t)$, et s(t) le signal reçu, d'enveloppe complexe u(t). On a les relations :

$$s_o(t) = \mathrm{Re}\,(u_o(t)\, e^{j\omega_o t}) \qquad (12)$$

$$s(t) = \mathrm{Re}\,(u(t)\, e^{j\omega_o t}) \qquad (13)$$

La fonction de transfert du canal de transmision est donnée par (6)

$$H(\omega) = \sum_{k=1}^{N} g_k\, e^{j\varphi_k \,\mathrm{signe}\,(\omega)}\, e^{-j\omega(t_p+\tau_k)} \qquad (6)$$

Le filtre passe bas équivalent est obtenu en translatant de ω_o la partie de $H(\omega)$ correspondant aux fréquences positives et a donc comme fonction de transfert :

$$\tilde{H}(\omega) = 2\sum_{k=1}^{N} g_k \, e^{j\varphi_k} \, e^{-j(\omega+\omega_o)(t_p+\tau_k)} \qquad (14)$$

ou encore :

$$\tilde{H}(f) = 2\sum_{k=1}^{N} \alpha_k \, e^{-2\pi j(f+f_o)(t_p+\tau_k)} \qquad (14 \text{ bis})$$

avec

$$\alpha_k = g_k \, e^{j\varphi_k}$$

La réponse impulsionnelle équivalente est :

$$\tilde{h}(t) = 2\sum_{k-1}^{N} \alpha_k \, \delta(t-t_p-\tau_k) \, e^{-j\omega_o(t_p+\tau_k)} \qquad (15)$$

d'où, d'après (11), la relation entre enveloppes complexes :

$$u(t) = 2\sum_{k=1}^{N} \alpha_k \, u_o(t-t_p-\tau_k) \, e^{-j\omega_o(t_p+\tau_k)} \qquad (16)$$

Si $U_o(f)$ et $U(f)$ sont les spectres de $u_o(t)$ et $u(t)$, on a bien sûr aussi :

$$U(f) = U_o(f) \, \tilde{H}(f) \qquad (16 \text{ bis})$$

En situation d'espace libre, avec un seul trajet de temps de propagation t_p et d'affaiblissement α, on a :

$$\tilde{H}_o(f) = 2\alpha \exp\left[-2\pi j(f+f_o) \, t_p\right] \qquad (17)$$

On peut à nouveau définir une fonction de transfert (du filtre passe-bas équivalent) réduite :

$$\tilde{H}_r(f) = \frac{\tilde{H}(f)}{\tilde{H}_o(f)} = \sum_{k=1}^{N} \beta_k \exp\left[-2\pi j \, (f+f_o)\tau_k\right] \qquad (18)$$

que l'on peut mettre sous la forme plus simple :

$$\tilde{H}_r(f) = \sum_{k=1}^{N} a_k \exp\left(-2\pi j f \tau_k\right) \qquad (19)$$

On retrouve la forme (4) avec cette fois des coefficients a_k complexes.

Il arrive souvent, dans la fonction de transfert réduite, que l'on prenne le premier rayon comme référence, ce qui revient à faire $a_1 = 1$ et $\tau_1 = 0$ dans (19) ou (4). Cela n'aurait un réel intérêt que si le premier rayon n'était autre que le trajet d'espace libre non modifié, ce qui n'est généralement pas le cas.

Rappelons enfin que les antennes, tant à l'émission qu'à la réception, interviennent à la fois sur les gains et les déphasages. Il est donc nécessaire de les inclure dans le canal de transmission.

6.3. Les moyens de mesure

La description détaillée des systèmes expérimentaux destinés à l'étude des trajets multiples n'entre pas dans le cadre de cette note. Nous allons quand même décrire rapidement les principales méthodes afin d'en donner les principes, de montrer les difficultés et d'indiquer les limites, toutes choses utiles quand il s'agit d'évaluer l'apport des résultats expérimentaux.

6.3.1. Mesure de la réponse impulsionnelle

Les différentes méthodes de mesure de la réponse impulsionnelle sont décrites dans le rapport de LINFIELD et al (1976).

La façon de procéder qui découle le plus directement de la définition de la réponse impulsionnelle est de transmettre une impulsion aussi brève que possible et de regarder le signal reçu. C'est la méthode utilisée par DE LANGE (1952) dans l'expérience décrite au chapitre 2. L'inconvénient de cette méthode est son mauvais rapport signal sur bruit ; on peut y remédier en remplaçant l'impulsion unique par une séquence équivalente (dont le spectre est très proche de celui d'une impulsion unique).

La grande difficulté reste que si l'on veut observer des échos ayant un retard τ, la durée de l'impulsion unique ou le rythme de changement du niveau de la séquence doit être inférieur à τ, et la largeur de bande du récepteur supérieure à $\simeq 2/\tau$. Comme on voudrait observer des retards inférieurs à 0,5 ns, on se heurte à de grandes difficultés techniques. C'est sans doute la principale raison de la rareté de ces mesures. Depuis l'expérience de DE LANGE, BERNARDINI et al (1978) sont à notre connaissance les seuls à y avoir recouru.

6.3.2. Mesure de la fonction de transfert

La fonction de transfert est $H(\omega) = | H(\omega) | e^{-j\Phi(\omega)}$.

On détermine en général la courbe de gain (ou d'amplitude) en dB, soit :

$$A(\omega) = - 20 \log | H(\omega) | \qquad (20)$$

La phase, quant à elle, n'est jamais connue qu'à une constante additive près. On cherche plutôt à mesurer le temps de propagation de groupe (TPG) :

$$D(\omega) = \frac{\partial \Phi(\omega)}{\partial \omega} \qquad (21)$$

Ces mesures peuvent être effectuées suivant deux principes : mesures continues en un certain nombre de fréquences discrètes, ou mesure par balayage dans une bande.

1° Mesure en des fréquences discrètes

La mesure de l'amplitude ne présente aucune difficulté. Les Bell Laboratories ont effectué toute une série d'expériences de ce type entre 1970 et 1977 sur la liaison Atlanta-Palmetto, longue de 42 km.

La mesure du déphasage entre deux fréquences est beaucoup plus délicate car elle demande la transmission de fréquences cohérentes. Le principe est décrit par SUBRAMANIAN et al (1973).

Les fréquences transmises sont créées à partir d'un seul oscillateur local de pulsation ω_o ($\omega_k = k\,\omega_o$). Si $\Delta\omega_o$ est la fluctuation de l'oscillateur, le signal à la $n^{ième}$ fréquence est :

$$A_o \cos [n (\omega_o + \Delta \omega_o) t]$$

On le convertit en haute fréquence à l'aide d'un second oscillateur local de pulsation ω_T, qui introduit un déphasage Φ_T. Le signal transmis est ainsi $A_t \cos [(n(\omega_o + \Delta\omega_o) + \omega_T)t + \Phi_T]$

La propagation dans l'atmosphère introduit un gain A_n et un déphasage Φ_n. Le signal reçu en haute fréquence est donc :

$$A_n A'_T \cos [(n(\omega_o + \omega_o) + \omega_T)t + \Phi_T + \Phi_n]$$

(A'_T s'obtient à partir de A_T en tenant compte de l'affaiblissement d'espace libre).

A la réception, on repasse en fréquence intermédiaire à l'aide d'un oscillateur de pulsation ω_R qui introduit un déphasage Φ_R et un gain A_R. On a à ce niveau :

$$A_R\ A'_T \cos\left[(n(\omega_o + \Delta\omega_o) + \omega_T - \omega_R)t + \Phi_T - \Phi_R + \Phi_n\right]$$

On utilise alors un oscillateur $\omega_s + \Delta\omega_s$ (où $\Delta\omega_s$ représente les fluctuations) avec $\omega_s = \frac{n-m}{2}\ \omega_o = \frac{\omega_n - \omega_m}{2}$ que l'on combine avec les signaux reçus aux fréquences ω_n et ω_m. On sélectionne par filtrage les composantes de la bande latérale inférieure S_{nl} et de la bande latérale supérieure s_{mu}.

On a :

$$S_{nl} = A_s\ A_R\ A'_T\ A_n \cos\left[\left[\omega_T - \omega_R + \left(\frac{n+m}{2}\right)\omega_o + n\Delta\omega_o - \Delta\omega_s\right]t + \Phi_T - \Phi_R + \Phi_n\right]$$

$$S_{mu} = A_s\ A_R\ A'_T\ A_m \cos\left[\left[\omega_T - \omega_R + \left(\frac{n+m}{2}\right)\omega_o + m\Delta\omega_o + \Delta\omega_s\right]t + \Phi_T - \Phi_n + \Phi_m\right]$$

La différence de phase entre ces deux signaux est :

$$\Delta\Phi = \left[(n-m)\Delta\omega_o - 2\Delta\omega_s\right]t + \Phi_n - \Phi_m$$

Elle fournit la quantité recherchée si le premier terme est assez petit, c'est-à-dire si les oscillateurs locaux à l'émission et à la réception sont assez stables.

2° Mesures par balayage

L'emploi de mesures en un grand nombre de fréquences discrètes n'est possible que sur des bandes moyennes. Pour une mesure en bande large, seule la méthode par balayage en fréquence est possible.

L'obtention de la courbe d'amplitude n'est pas trop difficile. On transmet une onde haute fréquence dont la fréquence balaie la bande à analyser soit sinusoïdalement, soit selon une dent de scie.

Dans les premières expériences des Bell Labs (décrites au chapitre 2), la bande à analyser est balayée plus rapidement à la réception qu'à l'émission et il n'y a réception d'un signal que lorsque fréquences émise et reçue coïncident (CRAWFORD et JAKES, 1952 ; KAYLOR, 1953). La même méthode a servi à TURNER et al (1966) sur trois trajets en Grande-Bretagne (analyse d'une bande de 500 MHz autour de 11 GHz).

Le premier progrès a consisté à synchroniser l'émetteur et le récepteur. Cela permet d'améliorer le rapport signal sur bruit et d'augmenter la vitesse d'analyse. Un tel appareil a été utilisé en Grande-Bretagne en 1963 pour étudier une bande de 500 MHz dans la gamme des 4 GHz (MEADOWS ET al, 1966). Un autre, balayant la gamme 18 - 22 GHz a été utilisé au Japon en 1970 et 71 (INOUE et AKIYAMA, 1974).

La vraie difficulté est à nouveau la mesure de phase. On a développé des appareils commerciaux, appelés des MLA (Microwave Link Analyzer), qui mesurent à la fois le gain et le TPG. Toutefois, ces appareils ont été conçus pour les transmissions sur câbles. Ils ne fonctionnent que dans une bande de largeur moyenne ($\simeq$ 100 MHz), insuffisante pour les études de caractérisation du milieu en présence de trajets multiples, et ils ont une dynamique insuffisante. On doit donc développer des équipements spécialisés, parfois autour d'un MLA du commerce. C'est ce qui a été fait, d'abord à l'Institut d'Electromagnétisme de l'Université de Lyngby au Danemark, permettant la mise en route d'un programme expérimental à partir de 1974 (MOGENSEN, 1972 et 1975 ; CHRISTENSEN, 1975), puis au CNET-Lannion (MARTIN et LEFORESTIER, 1980) et utilisé à partir de 1979. Ces expériences en bande large seront décrites dans la 3ème partie de ce chapitre.

Pour mesurer le TPG, on superpose à la fréquence f_c (qui balaye lentement la bande analysée) une modulation de fréquence par une sinusoïde de fréquence f_m avec une excursion de fréquence m (SANDBERG, 1978). Le signal transmis s'écrit en notation complexe, si on peut le limiter aux premières raies :

$$s(t) = A\, e^{j\omega_c t} \left[1 + \frac{m}{2}\, e^{j\omega_m t} - \frac{m}{2}\, e^{-j\omega_m t} \right]$$

Après traversée du filtre atmosphérique à trajets multiples, on reçoit :

$$s_r(t) = A\, e^{j\omega_c t}\, [|H(\omega_c)|\; e^{j\Phi(\omega_c)} + \frac{m}{2}\, |H(\omega_c+\omega_m)|\; e^{j\omega_m t + j\Phi(\omega_c+\omega_m)}$$

$$- \frac{m}{2}\, |H(\omega_c-\omega_m)|\; e^{-j\omega_m t + j\Phi(\omega_c-\omega_m)}\,]$$

Ce signal est ramené en bande de base, puis passé à travers un limiteur et un discriminateur. Le calcul, développé par SANDBERG, montre qu'on obtient en sortie du discriminateur :

$$u(t) \simeq 1/2\; m\; \omega_m\, [A_+ \cos(\omega_m t + \Phi_+) + A_- \cos(\omega_m t + \Phi_-)\,]$$

avec $A_+ = |H(\omega_c + \omega_m)| \,/\, |H(\omega_c)|$ $\qquad$ $A_- = |H(\omega_c - \omega_m)| \,/\, |H(\omega_c)|$

$$\Phi_+ = \Phi(\omega_c + \omega_m) - \Phi(\omega_c) \qquad \Phi_- = \Phi(\omega_c) - \Phi(\omega_c - \omega_m)$$

sous les hypothèses $\quad mA_+$ et $m A_- \ll 1$.

On peut encore écrire :

$$u(t) = (A_+ \cos\Phi_+ + A_- \cos\Phi_-) \cos\omega_m t - (A_+ \sin\Phi_+ + A_- \sin\Phi_-) \sin\omega_m t$$

$$= \mathcal{A} \cos(\omega_m t + \Xi)$$

avec $\quad \mathcal{A} = [A_+^2 + A_-^2 + 2\, A_+\, A_- \cos(\Phi_+ - \Phi_-)]^{1/2}$

$$\operatorname{tg} \Xi = - \frac{A_+ \sin\Phi_+ + A_- \sin\Phi_-}{A_+ \cos\Phi_+ + A_- \cos\Phi_-}$$

A partir de ces mesures, on peut déduire Φ_+ et Φ_- et donc la phase différentielle $\Phi_+ - \Phi_- = \Phi(\omega_c + \omega_m) - \Phi(\omega_c - \omega_m)$, qui donne une approximation du TPG si ω_m est suffisamment petit.

II. ANALYSE DE LA SELECTIVITE ET MODELISATION EN BANDE ETROITE ET MOYENNE

Pour effectuer une analyse statistique des fonctions de transfert, il faut les modéliser à l'aide d'un nombre réduit de paramètres. Cette modélisation s'accompagne nécessairement d'une perte d'information, et il faut donc s'assurer que le modèle retenu est adapté aux usages qu'on veut en faire. A partir de mesures en bande étroite, ou même moyenne (moins de 100 MHz), il est exclu d'identifier les modes de propagation. Les modèles doivent donc permettre d'effectuer des calculs de qualité de liaison. Faute de connaître les caractéristiques de la fonction de transfert à l'origine des perturbations*, la plupart des modèles tentent de représenter la forme de la fonction de transfert. Les premiers modèles utilisés ont été des développements polynomiaux ; on a ensuite recouru à des formes de fonctions inspirées du modèle à N rayons.

6.4. Développement de Taylor de la courbe de gain

6.4.1. Présentation de l'expérience

Dans l'expérience Atlanta-Palmetto (réalisée par les Bell Labs.), on transmettait 62 fréquences cohérentes espacées de 550 kHz dans une bande de 33,5 MHz autour de 6,0342 GHz. A l'émission, il y avait une antenne cornet à 78 m du sol ; à la réception, une antenne identique à 110 m et un paraboloïde 5,85 m plus bas. Une analyse des courbes de gain (en dB) a été effectuée par BABLER pour deux périodes ; l'une de 59 jours de septembre à novembre 1970 (BABLER, 1972), l'autre de 93 jours de juin à septembre 1971 (BABLER, 1973). Les mesures effectuées, toutes les 200 ms, ont une précision de $\pm$ 0,5 dB et une dynamique de 55 dB et concernent, pour la première période 18 fréquences reçues par l'antenne cornet et 11 par l'antenne parabolique, pour la seconde période 26 fréquences reçues par l'antenne cornet et 24 par l'antenne parabolique. La figure 1 montre

* *Caractéristiques qui ne sont sans doute pas indépendantes du système utilisé, en particulier du type de modulation.*

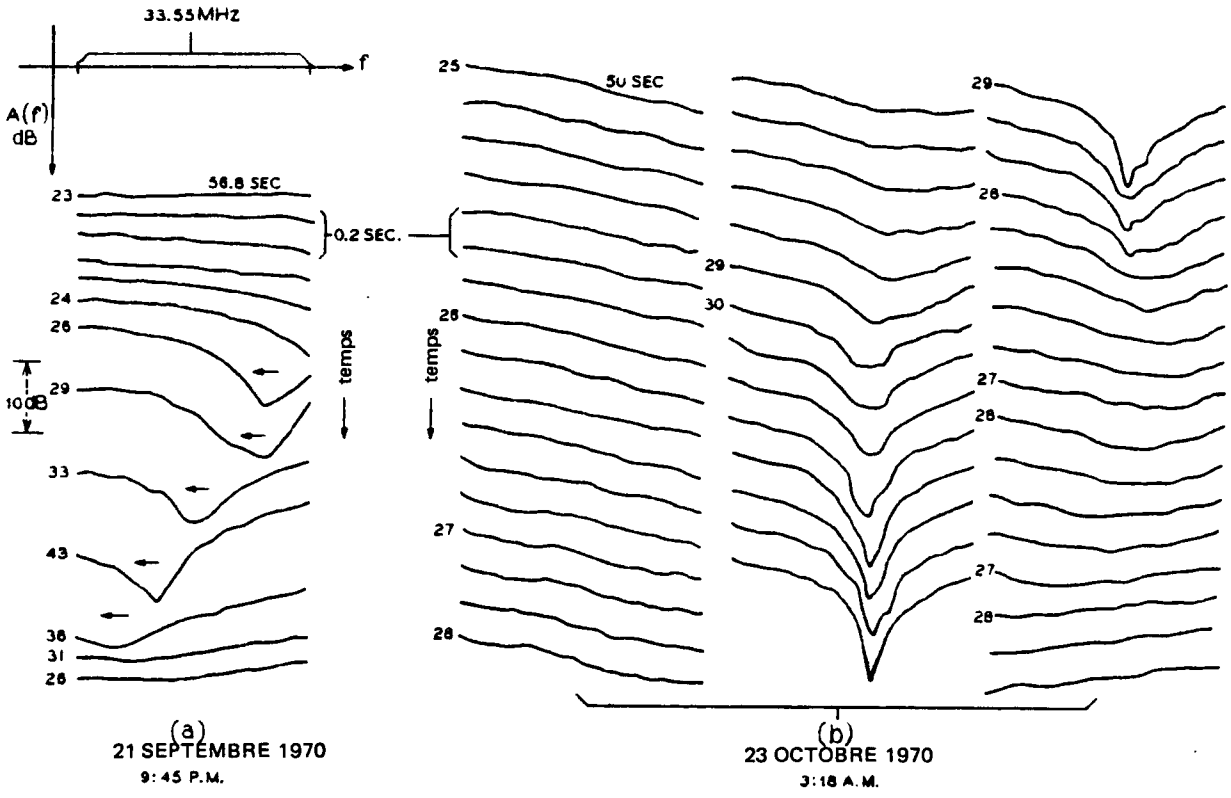


Figure 6.1. Exemples d'événements sélectifs sur une bande de 33,5 MHz. Expérience Atlanta - Palmetto (d'après BABLER, 1972).

a) Variation en fréquence du creux d'affaiblissement
b) Evénement stable en fréquence

Les nombres à gauche des courbes indiquent l'affaiblissement en début de bande. Les distorsions en sont données par l'échelle de 10 dB à gauche de la figure.

les types extrêmes d'événements sélectifs profonds. L'événement du 21 septembre montre un balayage rapide de la bande d'analyse par le pic d'affaiblissement. Au contraire, dans l'exemple du 23 octobre, on assiste à l'apparition puis à la disparition d'un pic d'affaiblissement à fréquence quasiment fixe. Dans les deux cas, on observe en plus un affaiblissement dans toute la bande de plus de 20 dB, caractérisé par le niveau de la première fréquence indiqué à l'extrémité gauche de chaque courbe.

6.4.2. Modèle de représentation de la courbe de gain

De l'observation des spectres BABLER conclut que, dans la majorité des cas, la courbe de gain pour une largeur de bande Δf allant jusqu'à 33,5 MHz, peut être représentée par son niveau moyen, sa pente et sa courbure. Il effectue donc un développement de Taylor au second ordre autour de la fréquence centrale f_2, les coefficients étant calculés à partir des mesures à la fréquence centrale et aux deux fréquences extrêmes f_1 et f_3. La courbe de gain modélisée peut alors s'écrire :

$$A_c(f) = A(f_2) + \frac{\Delta A}{2}\left(\frac{f-f_2}{f}\right) + \frac{\Delta^2 A}{2}\left(\frac{f-f_2}{f}\right)^2 \qquad (22)$$

Pour juger de la qualité du modèle, l'auteur compare, pour les fréquences n'ayant pas servi au calcul des paramètres, la valeur du gain donnée par (22) à la valeur mesurée, le critère choisi étant l'écart maximum. Il observe que la modélisation est d'autant moins bonne que :

1°) la bande de fréquence est plus large (fig. 2 a)

2°) à largeur de bande donnée, l'affaiblissement à la fréquence centrale $A(f_2)$ est plus profond (fig. 2b). En particulier, pour la bande de 20 MHz de la figure 2b, le modèle devient insuffisant lorsque l'affaiblissement est supérieur à 25 dB.

6.4.3. Statistiques des paramètres du modèle

Le modèle de Babler est une représentation mathématique à 3 paramètres. Le premier, $A(f_2)$, n'est autre que le niveau à une fréquence fixe ; sa loi de probabilité a été longuement discutée aux chapitres 3 et 4. Les

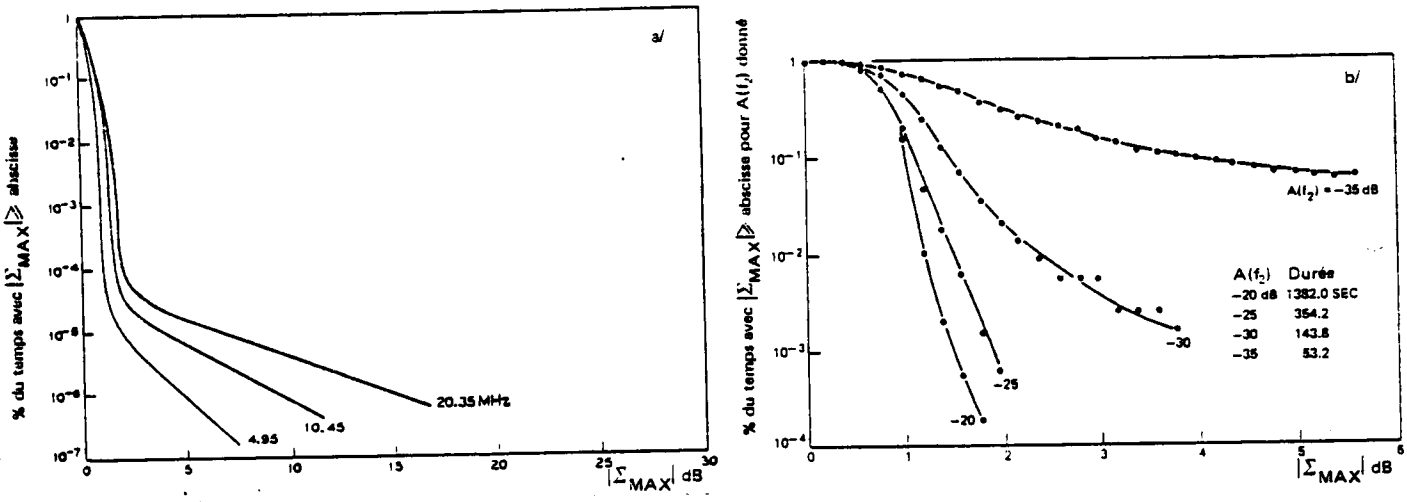


Figure 6.2. Erreur de modélisation de la courbe de gain pour un développement de Taylor.

a) Erreur maximum en fonction de la largeur de bande (BABLER, 1972)

b) Erreur maximum en fonction de l'affaiblissement $A(f_2)$ à la fréquence centrale pour une largeur de bande de 19,8 MHz (BABLER, 1973).

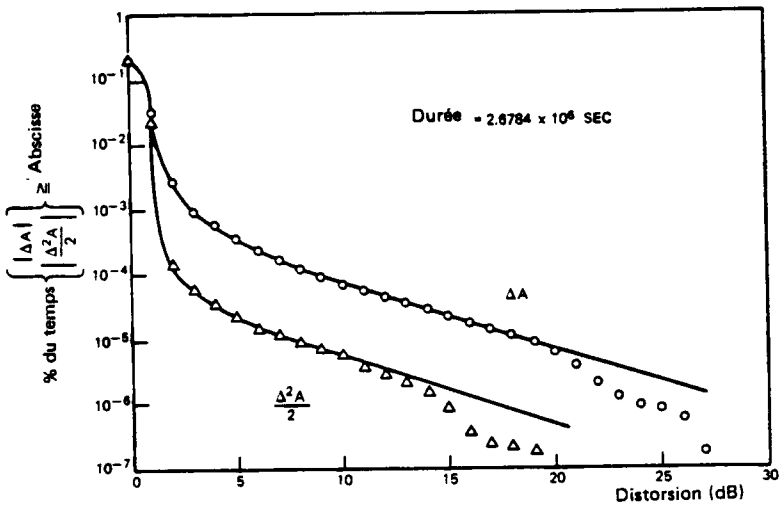


Figure 6.3. Courbes de répartition des coefficients de distorsion linéaire et quadratique pour une bande de 19,8 MHz (BABLER, 1973).

deux autres, ΔA et $\Delta^2 A/2$, constituent ce que l'auteur appelle la distorsion linéaire et la distorsion quadratique*.

Plusieurs types de statistiques sont possibles, dont les informations se complètent : distributions inconditionnelles ; distributions conditionnelles par rapport à l'affaiblissement à la fréquence centrale, ou par rapport à la largeur de bande.

Les résultats obtenus par l'auteur pour les deux périodes d'étude sont en bon accord et nous en donnons les principaux.

La figure 3 montre les lois de probabilité des deux paramètres pour une bande de largeur 19,8 MHz. on observe que pour des pourcentages de temps inférieurs à 10^{-3} (distorsion linéaire) ou 10^{-4} (distorsion quadratique), la pente devient d'une décade de probabilité pour 10 dB de distorsion.

Pour une même largeur de bande, la figure 4 présente les distributions conditionnelles relatives à l'affaiblissement $A(f_2)$. Les deux composantes de distorsion augmentent avec $A(f_2)$. Au-dessus de 30 dB d'affaiblissement à la fréquence centrale, la distorsion linéaire croit moins vite tandis que la distorsion quadratique se développe.

La figure 5 montre que la distorsion augmente également avec la largeur de bande.

6.4.4. Aspect dynamique

La figure 6 illustre l'aspect dynamique d'un événement d'affaiblissement profond. On voit bien que la partie la plus intense du phénomène s'accompagne de variations rapides et d'amplitudes fortes des coefficients de distorsion. Dans le même temps, l'évolution de l'erreur de représentation montre que le développement de Taylor au second ordre est alors insuffisant pour représenter correctement la sélectivité.

* *En réalité, on n'a affaire qu'à de la distorsion linéaire, puisque le canal de propagation est un filtre linéaire. Il serait plus correct, mais plus lourd, de parler de distorsion linéaire du premier ou du second ordre.*

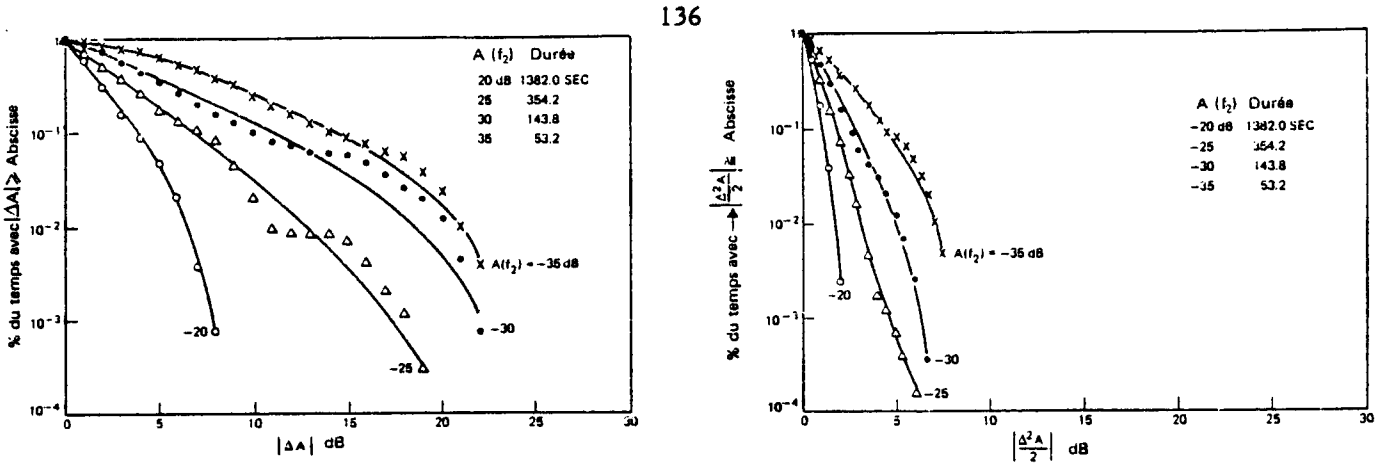


Figure 6.4. Répartitions de $|\Delta A|$ et $\left|\frac{\Delta^2 A}{2}\right|$ conditionnées par le niveau de l'affaiblissement $A(f_2)$ à la fréquence centrale pour une bande de 19,8 MHz (BABLER, 1973).

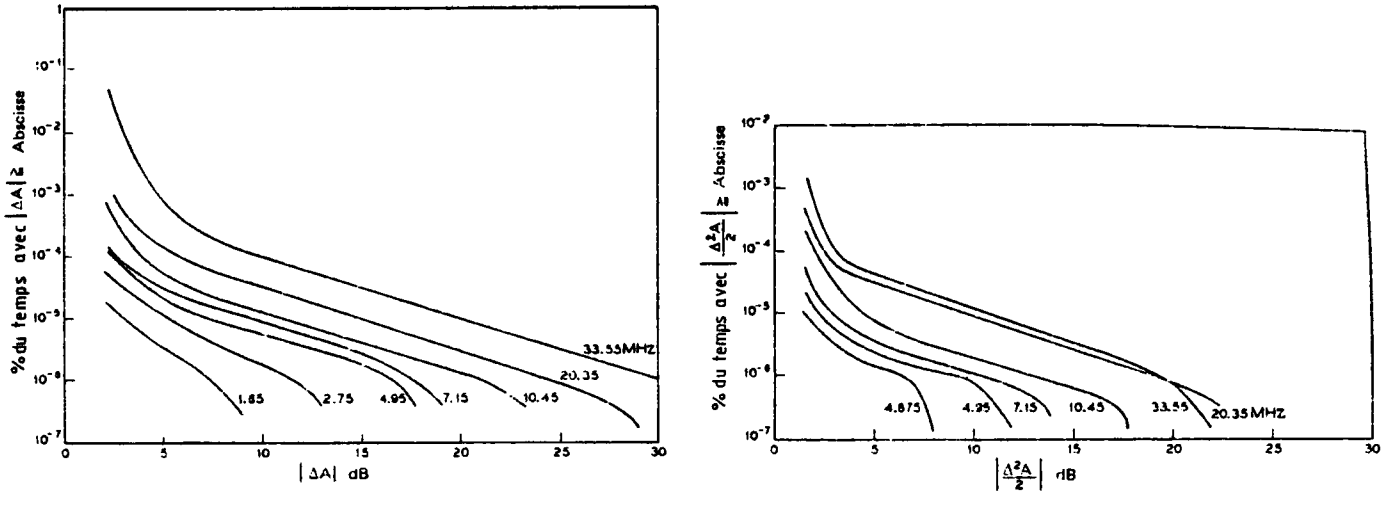


Figure 6.5. Répartitions de $|\Delta A|$ et $\left|\frac{\Delta^2 A}{2}\right|$ conditionnées par la largeur de la bande de fréquence étudiée (BABLER, 1972).

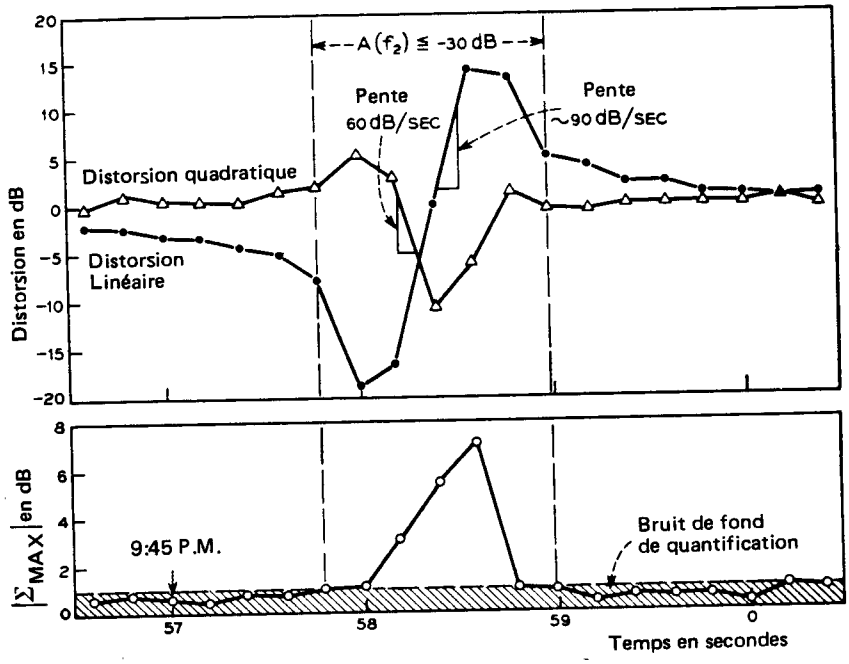


Figure 6.6. Variations temporelles des coefficients de distorsions linéaire et quadratique (courbes du haut) et de l'erreur maximum de représentation (courbe du bas) pour une bande de 20,35 MHz au cours d'un événement intense (BABLER, 1972).

6.5. Développement de Taylor de la courbe de phase

6.5.1. Analyse morphologique

Sur la même liaison que celle utilisée par Babler, SUBRAMANIAN et al (1973) ont mesuré simultanément le niveau et les différences de phases sur quatre fréquences séparées de 6,6 MHz. L'étude a porté sur la période septembre à décembre 1970 et seize événements ont permis une analyse de la distorsion de phase. Les enregistrements étaient déclenchés dès que l'affaiblissement sur l'une des fréquences dépassait 10 dB. En fait, sur les 19,8 MHz de bande, l'affaiblissement n'était vraiment sélectif que lorsqu'il dépassait 20 dB ; ce n'est que dans ces conditions qu'une distorsion de phase était manifeste.

Un exemple d'événement est présenté figure 7. La partie gauche (fig. 7a) montre l'évolution des gains (en dB) et des différences de phase (en degrés) au cours du temps (l'origine étant prise à l'instant du maximum d'affaiblissement). La variation régulière, égale sur les trois courbes de différences de phase, est due à l'écart de fréquence entre les oscillateurs locaux à l'émission et à la réception. Il s'y superpose des variations importantes lors du maximum d'affaiblissement, moindres lors du second creux d'affaiblissement. La partie droite (figure 7b) présente, pour la période d'affaiblissement extremum les spectres obtenus (avec seulement 4 points) pour l'amplitude et la phase.

Les auteurs ont développé la phase autour de la fréquence f_3 en prenant :

$$\Phi_c(f) = \Phi(f_3) + b_\Phi (f - f_3) + c_\Phi (f - f_3)^2 \qquad (23)$$

Le terme linéaire en f se traduit par un simple retard de transmission. Seul le terme quadratique a un effet perturbateur sur les communications ; c'est donc le coefficient c_Φ qui a été l'objet d'une étude statistique.

6.5.2. Résultats statistiques

La figure 8 donne la répartition des niveaux du coefficient c_Φ en valeur absolue et en fonction du signe. La figure 9 donne les valeurs de

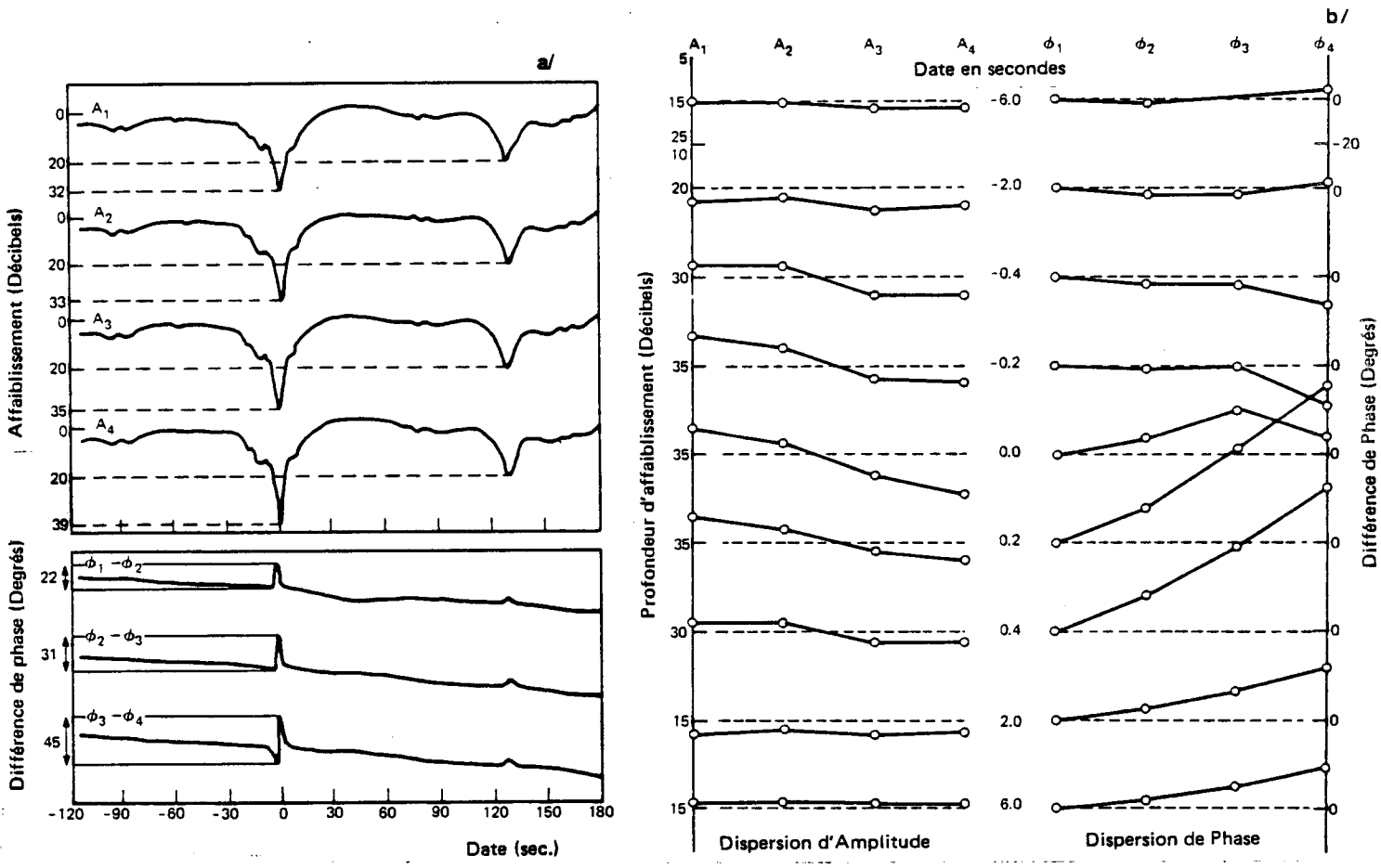


Figure 6.7. Variations temporelles de la dispersion d'amplitude et de phase durant un événement sélectif (SUBRAMANIAN et al, 1973).

a) Evolution des affaiblissements à 4 fréquences et des différences de phase au cours du temps.

b) Evolution de la fonction de transfert mesurée à 4 fréquences.

L'origine des temps est prise à l'instant du maximum d'affaiblissement, l'origine des phases à la première fréquence.

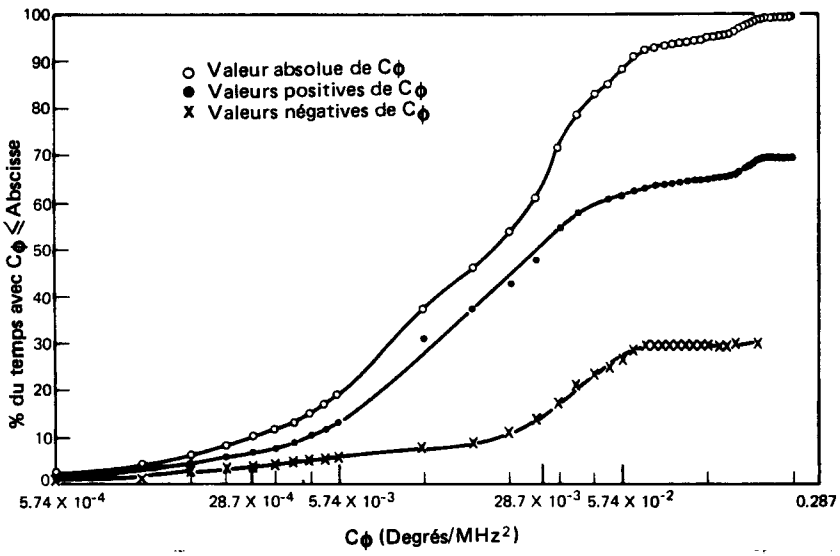


Figure 6.8. Fonction de répartition du coefficient quadratique de distorsion de phase c_Φ (SUBRAMANIAN et al, 1973).

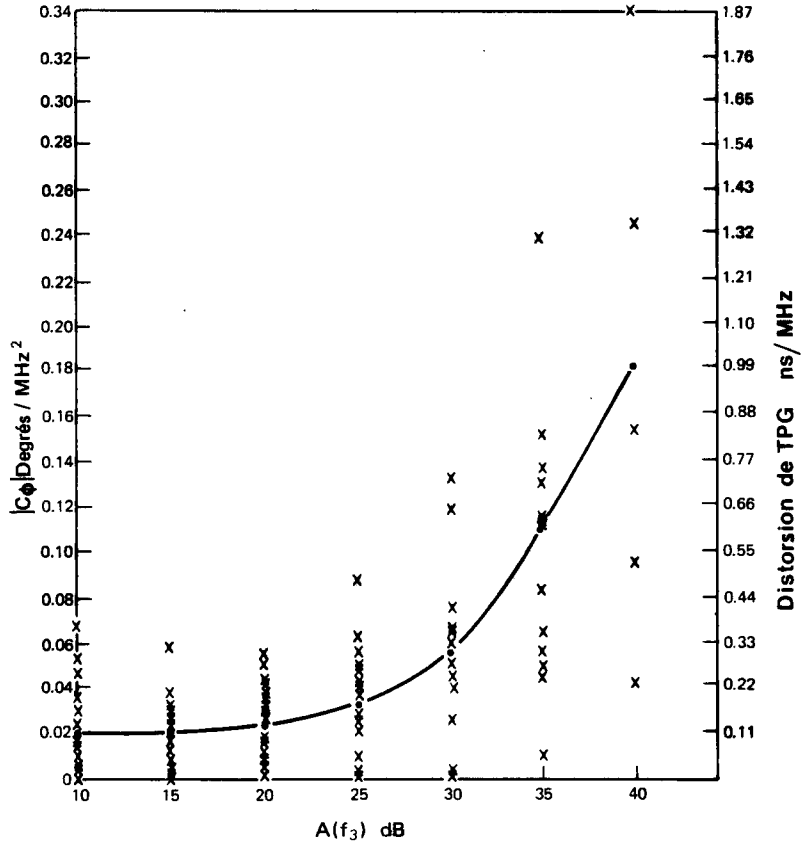


Figure 6.9. Dépendance du coefficient de distorsion de phase $|c_\Phi|$ avec l'affaiblissement à fréquence fixe $A(f_3)$ (SUBRAMANIAN et al, 1973). La courbe en trait plein est la courbe de régression (moyenne de $|c_\Phi|$ en fonction de $A(f_3)$).

$|\ c_\Phi\ |$ en fonction de $A(f_3)$. La valeur moyenne de c_Φ (courbe en trait plein) croit avec l'affaiblissement à la fréquence f_3. On constate toutefois que même des affaiblissements profonds à fréquence fixe peuvent s'accompagner de valeurs très faibles de $|\ c_\Phi\ |$. Cela est attribué aux changements de signe des déphasages qui se produisent parfois au moment du maximum de profondeur des événements.

Du fait du petit nombre de fréquences utilisées pour leur analyse, les auteurs n'ont malheureusement pu étudier ni la qualité de la représentation (23), ni l'effet de la largeur de bande.

6.6. Développement polynomial de la fonction de transfert

6.6.1. Généralités

Les analyses des paragraphes précédents montrent que les courbes de gain (en dB) et de phase d'un canal à trajets multiples peuvent être représentées par des développements polynomiaux. Les ajustements obtenus par Babler ne sont pas excellents dès que la bande de fréquence considérée n'est pas très étroite : cela est dû au développement employé par la formule de Taylor, qui fournit un ajustement au voisinage d'un point.

Une amélioration est possible en effectuant un ajustement non local, par exemple au sens des moindres carrés. Comme la qualité de la liaison est déterminée par la fonction de transfert (et non son module), on doit développer parallèlement les courbes de gain et de distorsion de temps de propagation de groupe. C'est ce que fait LINIGER (1982 et 1983) à partir de mesures effectuées sur 40 MHz de largeur de bande sur des liaisons du réseau suisse. Une bonne représentation nécessite des polynômes du second degré. L'auteur donne les lois de probabilité des coefficients du modèle pour des liaisons en réception simple, ou en diversité d'espace. L'avantage de cette modélisation est qu'on garde des paramètres dont l'interprétation est simple : distorsions apériodique, linéaire en fréquence, quadratique en fréquence. L'inconvénient est le nombre relativement élevé de paramètres du modèle.

Une extension du modèle polynomial permettant de réduire le nombre de paramètres est de représenter la fonction de transfert du canal de propagation dans la bande d'intérêt par un polynôme complexe. Ce modèle a été introduit par GREENSTEIN (1978) à partir de la réponse impulsionnelle du filtre passe bas équivalent*. Celle ci s'écrivant :

$$h_c(t) = h_A(t) + j\, h_B(t)$$

la fonction de transfert du filtre passe bas équivalent s'obtient par transformation de Fourier :

$$H_c(\omega) = \int_{-\frac{\Delta\tau}{2}}^{\frac{\Delta\tau}{2}} h_A(t)\, e^{-j\omega t}\, dt + j \int_{-\frac{\Delta\tau}{2}}^{\frac{\Delta\tau}{2}} h_B(t)\, e^{-j\omega t}\, dt = \sum_{n=o}^{\infty} C_n\, (j\omega)^n$$

où l'on suppose que les retards des divers rayons occupent un intervalle $\Delta\tau$ dont le centre a été pris comme origine des temps. Les coefficients C_n s'obtiennent en développant en série les exponentielles, d'où :

$$C_n = \frac{(-1)^n}{n!} \left[\int_{-\frac{\Delta\tau}{2}}^{\frac{\Delta\tau}{2}} t^n\, h_A(t)\, dt + j \int_{-\frac{\Delta\tau}{2}}^{+\frac{\Delta\tau}{2}} t^n\, h_B(t)\, dt \right] = A_n + j\, B_n$$

On peut arriver au même modèle à partir des résultats des paragraphes précédents. Il résulte en effet du § 6.4 que l'on peut écrire :

$$|\, H(f)\, | = \exp(a_o + a_1 f + a_2 f^2 + \ldots)$$

et du § 6.5 que :

$$\Phi(f) = \Phi_o + \Phi_1 f + \Phi_2 f^2 + \ldots$$

* *Le contexte étant clair, nous ne notons pas de manière particulière les fonctions des filtres passe-bas équivalents.*

d'où :

$$H(f) = \exp [a_o + a_1 f + a_2 f^2 + \ldots - j (\Phi_o + \Phi_1 f + \Phi_2 f^2 + \ldots)]$$

et en développant l'exponentielle en série, on retrouve un polynôme complexe.

En se limitant à un polynôme de degré N, le modèle s'écrit donc :

$$H_c (j \omega) = \sum_{k=o}^{N} (A_k + j B_k) (j \omega)^k \qquad (24)$$

En pratique, on s'intéresse à la fonction de transfert réduite. De plus, la phase n'étant connue qu'à une constante arbitraire près, on la rend nulle en $\omega = O$, ce qui entraine $B_o = O$.

Ce modèle est attrayant pour sa forme mathématique simple et par les perspectives qu'il offre de réaliser des filtres correcteurs ; $1/H_c(\omega)$ est une fonction rationnelle et on pourra réaliser simplement un filtre correcteur si les zéros de $H_c(p)$ sont à partie réelle négative. Encore faut-il qu'on ait une bonne représentation en se limitant à un polynôme de degré assez bas (N = 1 ou 2).

Les paramètres du modèle doivent être déduits de mesures. Cela est relativement aisé lorsqu'on dispose de la fonction de transfert complète (§ 6.6.2.). Les choses sont moins simples quand on ne dispose que de la courbe de gain, ce qui est malheureusement souvent le cas (§ 6.6.3).

6.6.2. Identification des paramètres du modèle (GREENSTEIN et CZEKAJ, 1981)

La mesure de la fonction de transfert peut se faire soit par l'emploi d'un MLA, soit par la détection cohérente simultanée de plusieurs fréquences pures. Dans le premier cas, les données sont numérisées avant traitement. On a donc dans tous les cas des mesures de la fonction de transfert en un nombre fini (n+1) de fréquences. Il est clair que le modèle ne peut être identifié que pour autant que le degré du polynôme retenu N vérifie

$$N \leqslant n.$$

Si N = n, on a une identification algébrique complète.

Si N < n, on procède plutôt par une approximation au sens des moindres carrés.

En fait, l'ajustement obtenu diffère de la véritable fonction de transfert, l'erreur ayant une double cause :

- le modèle n'est pas exact, puisqu'on représente la fonction de transfert par un polynôme tronqué,

- les mesures sont entachées d'erreur provenant des bruits thermique et de quantification.

Ces deux sources d'erreurs sont examinées dans l'article référencé, pour le cas où n = 8. Les auteurs concluent qu'avec une numérisation sur 14 bits, le bruit de quantification est négligeable devant le bruit thermique. L'influence du bruit thermique sur l'erreur commise augmente avec la largeur de bande, et avec le degré du polynôme d'approximation. L'erreur de modélisation augmente également avec la largeur de bande, mais diminue avec le degré du polynôme retenu.

Bien que les résultats soient très spécifiques à une liaison particulière, on peut considérer comme un ordre de grandeur le résultat donné par GREENSTEIN et CZEKAJ selon lequel on pourrait, avec des mesures à 9 fréquences, représenter une bande de 30 à 40 MHz par un polynôme du premier degré (3 paramètres) et une bande de 50 à 60 MHz par un polynôme du second degré (5 paramètres).

6.6.3. Identification du modèle à partir de la seule mesure du gain

Cette situation est traitée par GREENSTEIN et CZEKAJ (1980). Nous allons décrire la procédure à suivre avec quelques détails car l'absence de mesures de phase est une situation expérimentale fréquente.

A partir des (n+1) mesures de gain $\mathcal{A}_i$ en dB,* on peut calculer les rapports de puissance :

$$p_i = 10^{-\mathcal{A}_i/10} \qquad (25)$$

* *Nous utilisons dans ce § une notation particulière pour les mesures en dB afin d'éviter toute confusion avec les coefficients du polynôme complexe introduits à la formule (24).*

Un lissage permet d'ajuster les valeurs (p_i, ω_i) par un polynôme de degré M.

$$q(\omega) = D_o + D_1 \omega + \ldots + D_M \omega^M. \qquad (26)$$

Or, le rapport de puissance n'est théoriquement rien d'autre que le carré du module de la fonction de transfert $|H_c(\omega)|^2$. On peut donc, à partir des A_k et B_k obtenir le développement :

$$|H_c(\omega)|^2 = \tilde{D}_o + \tilde{D}_1 \omega + \ldots + \tilde{D}_n \omega^N + \ldots \tilde{D}_{2N} \omega^{2N} \qquad (27)$$

De manière générale, si $H_c(\omega)$ est modélisé par un polynôme de degré N, $|H_c(\omega)|^2$ aura un développement polynomial jusqu'à l'ordre 2N.

L'identification du modèle se fait donc en attribuant aux A_k et B_k les valeurs rendant les $\tilde{D}_i$ égaux aux coefficients expérimentaux D_i.

On pourrait penser qu'il suffit d'ajuster $q(\omega)$ par un polynôme de degré M=2N pour obtenir $H_c(\omega)$ sous forme d'un polynôme de degré N. Les choses ne sont en fait pas si simples, comme nous pouvons le voir en développant les calculs dans le cas N=2. Le développement de $|H_c(\omega)|^2$ donne alors :

$$\begin{aligned}
\tilde{D}_o &= A_o^2 \\
\tilde{D}_1 &= -2 A_o B_1 \\
\tilde{D}_2 &= A_1^2 + B_1^2 - 2 A_o A_2 \qquad (28) \\
\tilde{D}_3 &= 2 (A_2 B_1 - A_1 B_2) \\
\tilde{D}_4 &= A_2^2 + B_2^2
\end{aligned}$$

On voit que l'identification de A_o et B_1 est immédiate. A_1, A_2 et B_2 sont pour leur part donnés par un système de 3 équations non linéaires.

La difficulté provient de ce que $\tilde{D}_4$ ($\tilde{D}_{2N}$ de manière générale) est nécessairement positif, ce qui peut ne pas être le cas de D_4. GREENSTEIN propose de remédier à cette difficulté en faisant M=N, et en forçant les coefficients $\tilde{D}_i$ (pour i >N) à zéro.

Dans notre exemple à l'ordre 2 cela revient à résoudre le système

$$\begin{aligned} A_o^2 &= D_o \\ -2A_o B_1 &= D_1 \\ A_1^2 + B_1^2 - 2 A_o A_2 &= D_2 \\ 2(A_2 B_1 - A_1 B_2) &= 0 \\ A_2^2 + B_2^2 &= 0 \end{aligned} \qquad (29)$$

La dernière équation implique $A_2 = B_2 = 0$

Les deux premières conduisent à $A_o = \sqrt{D_o}$

$$B_1 = - D_1/2\sqrt{D_o}$$

La troisième s'écrit $A_1^2 = D_2 - B_1^2 = D_2 - D_1^2/4D_o$

et on n'a une solution que si $\Delta = D_2 - D_1^2/4D_o \geq 0$

Si $\Delta < 0$, l'auteur remplace la condition $A_2^2 + B_2^2 = 0$ par $A_2^2 + B_2^2$ minimum et tel que les A_i et B_i soient réels.

D'où la solution :

$$A_o = \sqrt{D_o} \qquad B_1 = - D_1/2A_o$$

$$A_1 = \begin{cases} \pm\sqrt{\Delta} & \text{si } \Delta \geq 0 \\ \pm\ 1/2 \sqrt{- B_1^2 + |B_1| \sqrt{B_1^2 - 8\Delta}} & \Delta < 0 \end{cases} \qquad (30)$$

$$A_2 = \begin{cases} 0 & \text{si } \Delta \geq 0 \\ \dfrac{A_1^2}{A_o}\left(1 + \dfrac{A_1^2}{B_1^2}\right) & \Delta < 0 \end{cases}$$

$$B_2 = A_2 B_1/A_1.$$

Le signe de A_1 et B_2 est indéterminé, ce qui traduit l'ignorance de la phase. C'est de manière générale le cas de tous les coefficients de la partie imaginaire de $H(\omega)$, qui peuvent être changés de signe dans leur ensemble.

6.6.4. Application à des données réelles

GREENSTEIN et CZEKAJ (1980) ont appliqué la méthode du § précédent à un jeu de 24920 fonctions de transfert mesurées sur la liaison Atlanta-Palmetto. La liaison d'essai comportait 24 fréquences fixes distantes de 1,1 MHz et couvrant une bande de 25,3 MHz autour de 6,034 GHz.

La méthode utilisée se trouve justifiée par le fait que la courbe $q(\omega)$ est bien représentée par un polynôme du second degré (erreurs gaussiennes d'écart type 0,23 dB).

En calculant les A_i et B_i*, Δ est positif dans 58% des cas. Dans les autres cas, la distorsion due au terme $D_4 \omega^4 = (A_2^2 + B_2^2) \omega^4$ a été évaluée par l'écart quadratique moyen en décibels entre $q(\omega)$ et $q(\omega)+D_4 \omega^4$. L'écart est inférieur à 0,23 dB dans 99,4% des cas et toujours inférieur à 0,52 dB.

Ignorant les coefficients A_2 et B_2 même dans les cas où ils ne sont pas nuls, les auteurs ont enfin établi la statistique conjointe de (A_o, A_1, B_1) qui permet d'avoir un modèle de prévision pour la liaison considérée.

Les résultats sont les suivants :

$\alpha = 20 \log A_o$ suit une loi presque normale de moyenne μ=-21,39 dB et d'écart type Σ = 6,562 dB.

En fait $a_o = \frac{\alpha - \mu}{\Sigma}$ a la loi de probabilité :

$$p(a_o) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[- 1/2 \, (a_o + z(a_o))^2 \right] \cdot \left(1 + \frac{dz(a_o)}{da_o} \right) \qquad (31)$$

où le terme correctif est $z(a_o) = 0{,}0742\, a_o^2 + 0{,}0125\, a_o^3$.

A_1 et B_1 peuvent être considérés comme statistiquement indépendants et :

$$p(A_1, B_1/a_o) = P_A(A_1/a_o)\; P_B(B_1/a_o) \qquad (32)$$

* *A_1 se voit attribuer l'un ou l'autre signe avec des probabilités égales.*

Les deux lois conditionnelles peuvent être représentées par des gaussiennes de moyenne nulle et d'écart type fonction de a_o

$$P_A(A_1/a_o) = \frac{1}{\sigma_A(a_o)\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{A_1^2}{2\,\sigma_A^2(a_o)} \right] \quad (33)$$

$$P_B(B_1/a_o) = \frac{1}{\sigma_B(a_o)\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{B_1^2}{2\,\sigma_B^2(a_o)} \right] \quad (34)$$

avec $\sigma_A(a_o) = \text{Max}\,[0{,}14\ ;\ 0{,}309 + 0{,}13\ a_o] \cdot 10^{-9}$ s (35)

$$\sigma_B(a_o) = \text{Min}\,[0{,}24\ ;\ \text{Max}\ \ 0{,}18 + 0{,}046\ a_o\ ;\ 0{,}18\ ] \cdot 10^{-9}\ \text{s} \quad (36)$$

Si on ajoute à l'ensemble des formules (24) et (31) à (36) la proportion du temps pendant laquelle le canal est perturbé, on dispose d'un modèle statistique complet.

6.7. Le modèle à deux rayons

Les modèles que nous avons présentés jusqu'ici sont purement mathématiques. D'autres modèles ont été développés en s'inspirant de la forme de la fonction de transfert d'un canal à trajets multiples, mais en limitant le nombre de rayons à 2 ou 3. C'est le cas du modèle à 2 rayons que nous voyons ici, et du modèle à 3 rayons simplifié que nous traitons en 6.8.

Il faut dès l'abord bien préciser que les mesures de fonction de transfert en bande large montrent à l'évidence qu'il y a généralement plus de deux rayons. Il est bien sûr toujours possible de modéliser la fonction de transfert dans une bande limitée par une fonction de même forme que celle d'une propagation à 2 rayons. Mais alors, les paramètres des "rayons" n'ont plus aucune réalité physique, et le modèle devient purement mathématique, au même titre que les développements polynomiaux.

Le grand avantage du modèle à deux rayons, qui est la cause de son succès, en particulier pour les études de qualité des liaisons, est qu'il permet de conduire analytiquement les calculs à leur terme.

La fonction de transfert dans le plan complexe H(p), et donc le canal de propagation, est entièrement caractérisée par la connaissance de ses zéros. Dans le cas du modèle à deux rayons, les zéros sont calculables analytiquement.

Si nous référençons le deuxième rayon par rapport au premier, la fonction de transfert dans le plan complexe du filtre passe-bas équivalent s'écrit :

$$H(P) = 1 + \alpha e^{-p\tau} \qquad (37)$$

avec $\alpha = r\, e^{j\varphi\, \mathrm{sign}(\omega)}$ et $p = \sigma + j\omega$

Les zéros sont obtenus à partir du système d'équations :

$$1 + r\, e^{-\sigma\tau} \cos(\varphi - \omega\tau) = 0$$

$$r\, e^{-\sigma\tau} \sin(\varphi - \omega\tau) = 0$$

dont les solutions sont

$$\omega\tau = \varphi + (2k+1)\pi \qquad (38)$$

$$\sigma = \frac{\mathrm{Log}\ r}{\tau}$$

Les zéros de la fonction de transfert sont les mêmes décalés de $\pm i\omega_o$ (ω_o fréquence porteuse).

Comme r est l'amplitude du second rayon par rapport au premier, et τ son temps de retard, on voit que les zéros sont à partie réelle négative si le rayon le plus intense est celui qui arrive en premier.

6.8. Le modèle à trois rayons simplifié

6.8.1. Présentation du modèle

Ce modèle a été présenté par RUMMLER (1978) et développé par le même auteur dans un article de 1979.

L'auteur part d'un modèle à 3 rayons* dont la fonction de transfert réduite est mise sous la forme :

$$H(\omega) = 1 + a_1\, e^{-j\omega\tau_1} + a_2\, e^{-j\omega\tau_2} \qquad \tau_2 > \tau_1 \qquad (39)$$

* *Sans tenir compte de déphasages. La formule (40) montre que le modèle est équivalent à un modèle à 2 rayons déphasés de* $\omega_o\tau$.

Il fait alors l'hypothèse que pour la bande étudiée (ω_1, ω_2), les deux premiers rayons sont indiscernables ($\tau_1 (\omega_2 - \omega_1) \ll 1$), produisant un affaiblissement apériodique, tandis que le troisième, plus retardé, provoque la sélectivité. Le modèle peut alors se mettre sous la forme :

$$H(\omega) = a(1 - b\, e^{-j(\omega - \omega_o)\tau}) \tag{40}$$

avec $\begin{cases} a = 1 + a_1^2 + 2\, a_1 \cos \omega_o \tau_1 \\ \omega_o : \text{fréquence du minimum de } |H(\omega)| \quad \omega_o \tau_2 = \text{arctg} \left[- \dfrac{a_1 \sin \omega \tau_1}{1 + a_1 \cos \omega \tau_1} \right] \\ \tau = \tau_2 \qquad b = a_2/a \end{cases}$

Le module et la phase de (40) sont donnés par :

$$|H(\omega)|^2 = a^2 [1 + b^2 - 2\, b \cos ((\omega - \omega_o) \tau] \tag{41}$$

$$\Phi(\omega) = \text{arc tg} \left[\frac{b \sin((\omega - \omega_o)\tau)}{1 - b \cos((\omega - \omega_o)\tau)} \right]$$

et le TPG vaut :

$$\frac{\partial \Phi(\omega)}{\partial \omega} = - \frac{a^2\, b\, \tau\, (b - \cos(\omega - \omega_o)\tau)}{|H(\omega)|^2} \tag{42}$$

La formule (42) montre que le TPG n'a des valeurs notables que quand $|H(\omega)|$ est petit (affaiblissement profond). En particulier, au maximum d'affaiblissement, $\cos [(\omega - \omega_o)\tau] = + 1 \quad |H(\omega)|^2 = a^2(1-b)^2$

et $\dfrac{\partial \Phi}{\partial \omega} = \dfrac{b\, \tau}{1-b}$. La pointe du TPG est donc du signe de (1-b), et renseigne sur l'amplitude relative du troisième rayon. En pratique, on peut toujours prendre $b < 1$ et jouer sur le signe de τ.

Rummler a constaté que lorsque $\tau \leqslant 1/6B$, où B est la largeur de la bande d'analyse, il y a dégénerescence du modèle, plusieurs ensembles de paramètres (a, b, ω_o, τ) conduisant à des courbes indiscernables. Il a

pour cela cherché à réduire le nombre de paramètres à 3. La seule possibilité en pratique lui paraît être de fixer arbitrairement le retard τ (fixer a conduit à un modèle trop pauvre ; fixer ω_o ou b conduit à des difficultés mathématiques inextricables). Le modèle conduit alors à une fonction de transfert périodique de période $1/\tau$ (figure 10).

6.8.2. Identification des paramètres du modèle

L'expérience montre que la courbe d'amplitude est davantage perturbée que celle de temps de propagation de groupe. On peut donc, en règle générale, effectuer l'ajustement sur la seule courbe de gain, en imposant $b < 1$, et utiliser la courbe de TPG pour lever l'indétermination de signe sur τ .

La première chose à faire dans le modèle à retard fixe est de choisir la valeur de τ. La courbe obtenue ayant une période de $1/\tau$, celle-ci doit être assez grande vis-à-vis de la bande modélisée. Rummler, pour une bande d'analyse de 25 MHz a pris arbitrairement $\tau = 6{,}31$ ns, ce qui donne une périodicité de 158,5 MHz. En fait, cette valeur n'est autre que $\tau = 1/N\,\Delta f$ où Δf est l'écart en fréquence (en Hz) entre deux points de mesure, et $N = 144$ pour 24 points de mesure.

τ étant fixé, l'ajustement se fait sur l'équation (41) mise sous la forme :

$$\tilde{P}_n = |H(\omega_n)|^2 = \alpha - \beta \cos[(\omega_n - \omega_o)\,\tau]$$

avec

$$\alpha = a^2(1+b^2) \quad \text{et} \quad \beta = 2\,a^2 b$$

On estime α, β et ω_o par la méthode des moindres carrés. De ces valeurs, on déduit les valeurs estimées de a et b par :

$$b = \frac{\alpha}{\beta} - \sqrt{\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2 - 1} \qquad a = \sqrt{\beta/2\,b}$$

Pour tenir compte de ce que l'échelle de quantification est en dB, il faut pondérer les valeurs mesurées P_n. Avec les coefficients de pondération pris par Rummler ($C_n = 1/P_n^2$) le problème de minimisation de :

$$\frac{\sum C_n \left\{P_n - \alpha + \beta \cos\left[(\varpi_n - \varpi_o)\,\tau\right]\right\}^2}{\sum C_n}$$

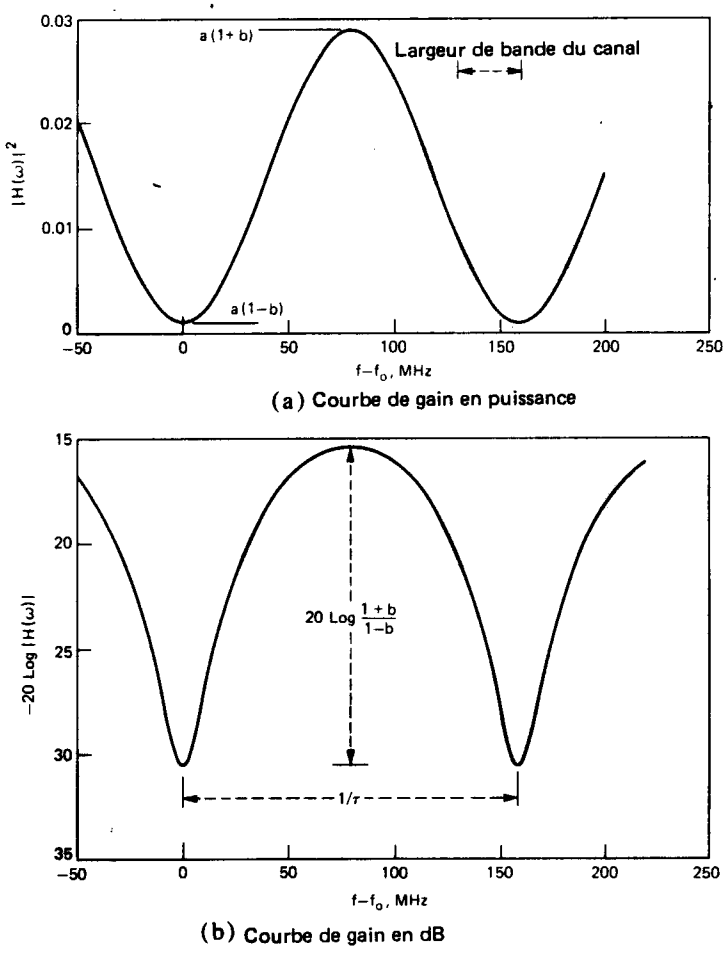


Figure 6.10. Fonction de transfert du modèle de Rummler

$H(f) = a\ [1 - b \exp[-2\pi j\ (f-f_o)\ \tau\ ]]$

avec $\tau = 6{,}3$ ns $a = 0{,}1$ $b = 0{,}7$ (RUMMLER, 1979).

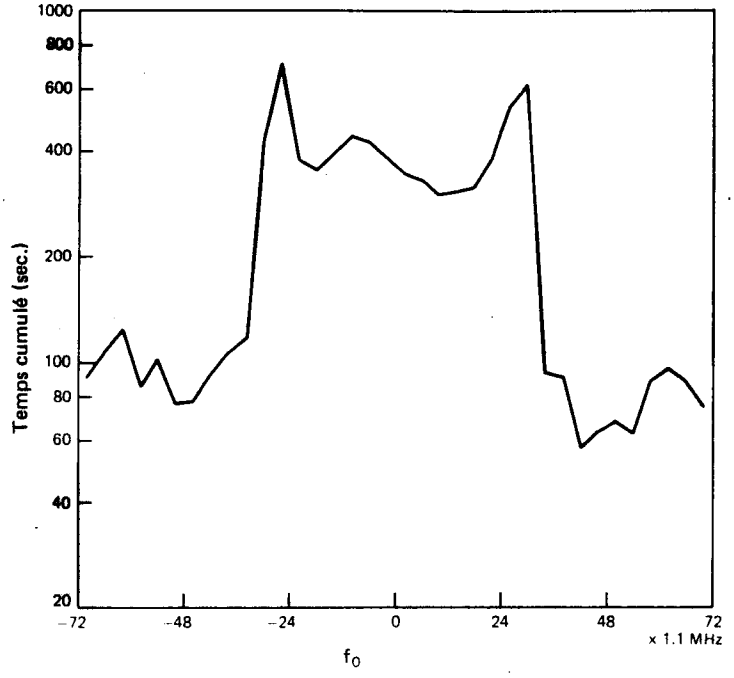


Figure 6.11. Histogramme des valeurs du paramètre f_o obtenu dans l'expérience Atlanta - Palmetto (RUMMLER, 1979).

est un problème non linéaire. On calcule d'abord α et β en fonction de ω_o avant de déterminer l'optimum de ω_o. L'identification de a et b n'est ensuite possible que si $\alpha \geqslant \beta$. Dans le cas contraire, l'auteur se contente d'une solution sous-optimale en modifiant ω_o jusqu'à ce que la condition soit remplie.

Nous ne nous étendrons pas davantage sur une méthode d'ajustement somme toute classique.

6.8.3. Application à des données réelles

Rummler (1979) a appliqué son modèle à la même base de donnée qui a servi à tester le modèle de Greenstein (§ 6.6.4). Il en a ensuite étendu l'emploi (RUMMLER, 1981a)aux données de deux autres expériences, toujours sur la liaison Atlanta-Palmetto, la première à 6 GHz, mais avec une antenne parabolique au lieu d'une antenne cornet*, la seconde à 4 GHz avec des mesures en 13 fréquences dans une bande de 15,4 MHz de large**.

Le calcul des coefficients du modèle pour l'ensemble des fonctions de transfert mesurées permet d'en établir la statistique conjointe. Celle-ci peut s'écrire :

$$P(A, B, f_o) = P(B) \quad P(A/B) \cdot P(f_o) \tag{43}$$

où $B = -20 \log (1-b)$ $A = -20 \log a$ et $f_o = \omega_o / 2\pi$.

La loi de B peut se représenter par une exponentielle :

$$Pr(B > X) = e^{-X/X_o} \qquad \begin{cases} X_o = 3{,}8 \text{ pour les expériences à 6 GHz} \\ X_o = 3{,}3 \text{ pour l'expérience à 4 GHz} \end{cases} \tag{44}$$

Le paramètre A a une distribution gaussienne dont l'écart type peut être pris égal à 5 dB et dont la moyenne est fonction de B.

$$P_r (A > Y/B) = 1 - \mathcal{N}\left[\frac{Y - A_o (B)}{5}\right] \tag{45}$$

où $\mathcal{N}$ est la fonction de répartition d'une loi normale.

* *41000 fonctions de transfert*

** *9900 fonctions de transfert*

$A_o(B)$ croit pour B < 8 dB et devient à peu près constant autour de 25 dB pour B $\geqslant$ 8 dB. On peut interpréter ce résultat en considérant que A_o (et donc la distribution de A) est indépendant de B pour les fadings profonds.

L'Histogramme de f_o pour l'une des expériences est présenté fig. 11. On obtient une courbe à deux niveaux alors qu'on s'attendrait à une distribution uniforme. C'est d'après l'auteur une preuve, s'il en était besoin, du caractère non physique et purement représentatif du modèle.

6.8.4. Extensions des modèles

Certaines extensions du modèle de Rummler sont possibles. On en trouve des exemples dans SAKAGAMI et HOSOYA (1982). Ces auteurs analysent les données d'une liaison au-dessus de la mer ; il existe donc des rayons réfléchis sur l'eau présentant des temps de retard importants. Cela leur permet dans la majorité des cas d'identifier les quatre paramètres a, b, ω_o et τ de (40). La détermination de τ est effectuée par balayage avec un pas de 0,1 ns de l'intervalle de variation possible (0_40 ns), ce qui demande donc un temps de calcul plus important.

Pour les quelques fonctions de transfert mal représentées par le modèle précédent, SAKAGAMI et HOSOYA ont utilisé un modèle à 3 rayons. Il y a alors cinq paramètres à identifier (3 amplitudes et deux différences de marche). Là encore, ils procèdent par essais exhaustifs sur deux des paramètres, ce qui rend la méthode difficile à employer sur une grande base de données.

6.9. Canal en diversité d'espace

6.9.1. Amélioration apportée par la diversité d'espace

La comparaison des signaux reçus sur deux antennes montre que les affaiblissements profonds arrivent rarement simultanément, ce qui rend efficace une diversité d'espace.

Une telle étude a été faite par BABLER (1973). La figure 12 montre trois événements : les deux premiers sont typiques des situations où le signal n'est affecté par un phénomène sélectif que sur une seule antenne ; le troi-

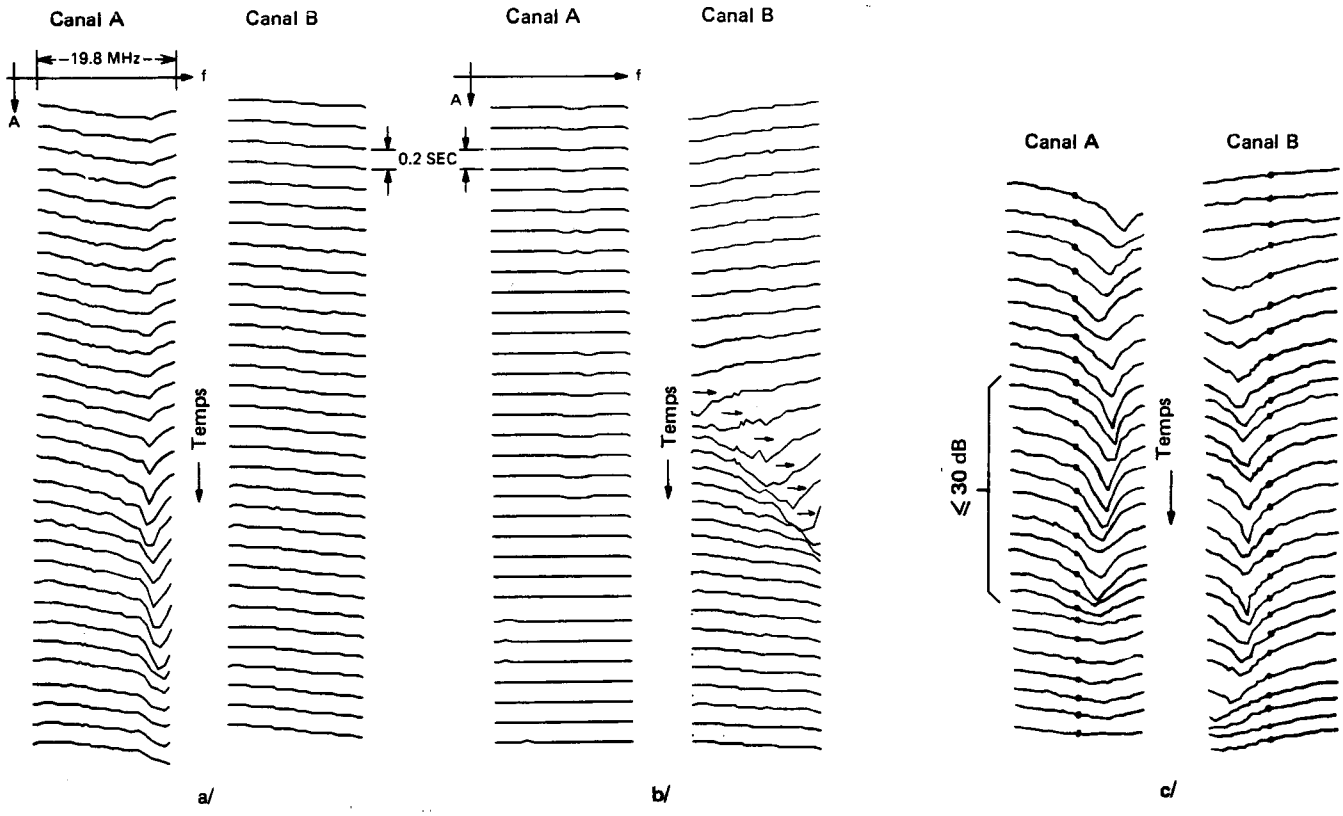


Figure 6.12. Signaux reçus sur deux antennes en diversité d'espace pendant des situations de trajets multiples (BABLER, 1973).

Canal A : antenne cornet Canal B : antenne parabolique.

Cas a et b : une seule voie est perturbée
Cas c : les deux voies sont affectées simultanément.

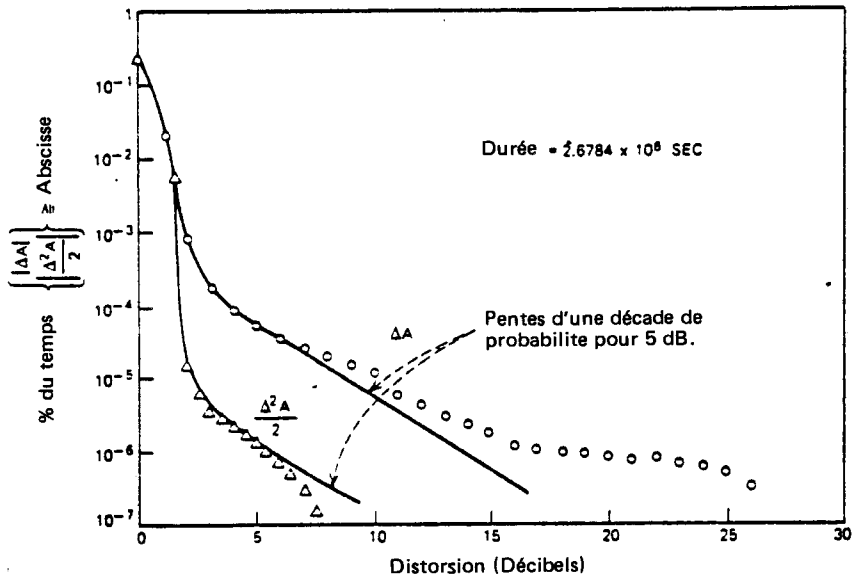


Figure 6.13. Courbes de répartition des coefficients de distorsion de l'amplitude pour un système de diversité d'espace à commutation idéale sur le meilleur canal (résultats simulés) (BABLER, 1973).

sième est un exemple de la situation plus génante mais rare où les deux voies sont affectées.

A partir de ces données, qui concernent une bande de 19,8 MHz, Babler a simulé l'effet d'une diversité d'espace dans laquelle on utiliserait en permanence le signal présentant le niveau le plus fort à la fréquence centrale. Les coefficients de distorsion qu'il obtient (figure 13) montrent, par comparaison avec ceux de la figure 3, l'amélioration apportée. On peut noter en particulier que la partie linéaire des courbes n'a plus qu'une pente d'une décade de probabilité par 5dB de distorsion.

6.9.2. Extension du modèle de Rummler à la réception en diversité d'espace

RUMMLER (1982a) a étendu son modèle à la diversité d'espace à partir d'un mois de mesures sur la liaison Atlanta-Palmetto, à 6 GHz, la réception ayant lieu sur une antenne cornet et une antenne parabolique de 3m séparées verticalement de 9m.

Les fonctions de transfert mesurées sur l'une et l'autre voie sont modélisées par le modèle à trois rayons simplifié . L'auteur étudie alors la distribution à 6 dimensions des paramètres A_1, B_1, f_{o1}, A_2, B_2 et f_{o2}. Par intégration sur les trois paramètres relatifs à une antenne, on doit naturellement retrouver le modèle d'un canal simple.

L'expérience montre que f_{o1} et f_{o2} sont indépendants des autres paramètres. Il y a également indépendance statistique entre B_1 et B_2.

Le seul couplage s'introduit par la loi conditionnelle :

$$P(A_1, A_2/B_1, B_2)$$

qui peut être représentée par une loi de Gauss à 2 dimensions, dont les écarts types σ_1 et σ_2 et, le coefficient de corrélation ρ sont des constantes tandis que les valeurs moyennes $\overline{A}_1$ et $\overline{A}_2$ dépendent respectivement de B_1 et B_2.

Par rapport au modèle en réception simple, la représentation pour les petites valeurs de b (affaiblissements peu profonds) doit être améliorée car le modèle doit être convenable sur les deux voies dès qu'il y a de l'affaiblissement sur l'une d'elles.

L'étape suivante serait d'étudier la variation du coefficient de corrélation en fonction de l'écartement des antennes. Pour la configuration expérimentale, l'auteur donne la valeur $\rho = 0,65$.

6.10 Effet de la longueur du trajet

Nous avons fait part au § 3.7.1. de la mise en route par les Bell Labs autour de Palmetto d'un programme d'étude expérimentale de l'effet de longueur du trajet, et présenté à cette occasion les résultats obtenus à fréquence fixe.

L'effet sur la sélectivité a été abordé modestement à partir de mesures sur deux fréquences pures séparées de 19,8 MHz, et les premiers résultats présentés par VIGANTS (1981 et 1982). La dispersion est caractérisée dans cette étude par le rapport des niveaux aux deux fréquences, mesuré en dB :

$$N = |20 \log (R_2/R_1)| \qquad (46)^*$$

appelé dispersion d'amplitude.

Pour une liaison déterminée, la loi de probabilité de ce paramètre, qui dépend de deux fréquences fixes, peut être modélisée théoriquement par exemple à partir du modèle de Rayleigh à deux dimensions. En vue d'étudier l'effet de la distance, on se fixe le niveau N_o(dB) et on compare les fractions de temps de dépassement pour les différents bonds. Les résultats obtenus sur la période juillet 80 - juillet 81 pour trois niveaux de la dispersion d'amplitude (5, 10 et 15 dB) sont reproduits figure 14. Ils peuvent être représentés par la formule : (D : longueur du trajet).

$$T(N > N_o) = C(N_o)\, D^{2,74} \qquad (47)$$

Les premiers résultats, portant sur deux mois (juillet-août 80), donnaient une variation en D^2. L'étude demande donc à être poursuivie pour vérifier

* *La dispersion d'amplitude entre deux fréquences prédéterminées peut être remplacée par celle mesurée entre le maximum et le minimum de gain dans la bande (mesure crête à crête). Une étude expérimentale du rapport entre ces deux quantités se trouve dans SAKAGAMI et HOSOYA (1982).*

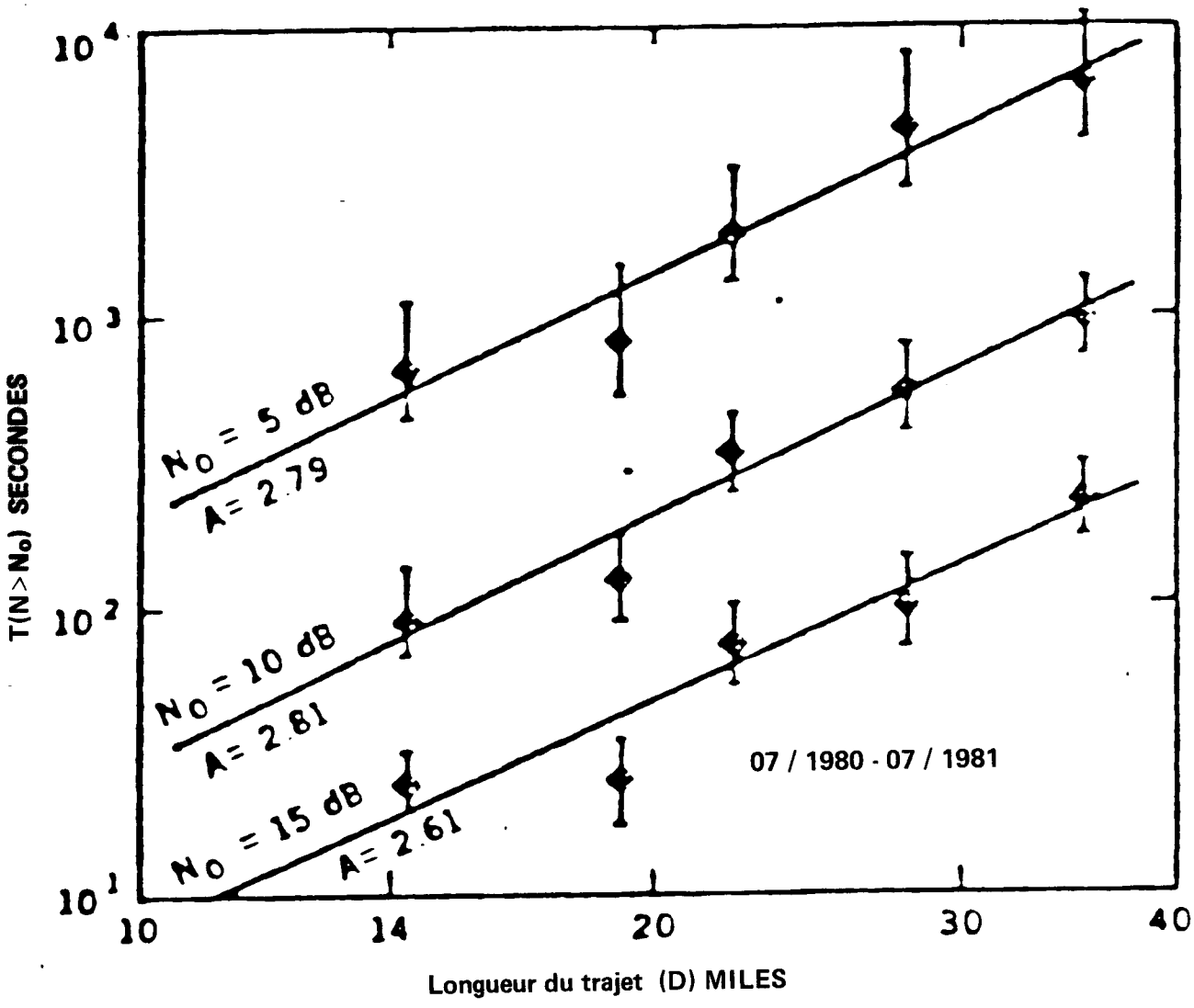


Figure 6.14. Relation entre la dispersion d'amplitude mesurée sur deux fréquences de la bande des 6 GHz séparées de 19,8 MHz, et la longueur du trajet (VIGANTS, 1982).

N_o : niveau de distorsion (dB)

Ajustements : $\text{Log}\,(T\,(N > N_o)) = A\,\text{Log}\,D + B$

en particulier si cette évolution de la dépendance est due à un effet d'échantillonnage ou traduit, par exemple, l'existence de variations saisonnières.

Si l'on reçoit sur deux antennes A et B pour lesquelles la dispersion est notée N_A et N_B, on peut caractériser l'amélioration apportée à la dispersion par la diversité d'espace à l'aide de :

$$I(N_o) = \frac{T(N > N_o)}{T(N_s > N_o)}$$

où $N_s = \min(N_A, N_b)$ et $T(N > N_o) = 1/2\ (T(N_A > N_o) + T(N_B > N_o))$.
Des résultats préliminaires (juillet - décembre 81) obtenus dans l'expérience des Bell Labs donnent pour $N_o = 5$ dB une amélioration d'un facteur 50, en première approximation indépendante de la longueur du trajet (VIGANTS, 1983).

6.11. Discussion et conclusions

Nous avons décrit dans les paragraphes précédents les principaux modèles de représentation d'un canal en bande moyenne et rapporté les statistiques correspondantes lorsqu'elles ont été établies. Ces études sont fondamentales, comme nous le verrons plus précisément au chapitre 8.

Malgré tout leur intérêt, les modèles établis manquent encore de la généralité qui serait souhaitable.

Une première limitation réside dans l'étroitesse relative des bandes de fréquence auxquelles ils sont applicables. Les modèles à trois paramètres (Greenstein, Rummler) ont été appliqués à des mesures sur 25 MHz de bande. Il n'est pas sûr qu'ils puissent donner une très bonne approximation au-delà de 30 MHz, alors que le 140 Mbits MDP 8 développé sur le réseau français a une bande passante de l'ordre de 55 MHz. Le modèle polynomial est par principe facile à étendre mais deviendrait peu utilisable avec plus de cinq paramètres. Le modèle de Rummler ne peut être étendu qu'en rendant ajustable le retard τ pour en faire un modèle à quatre paramètres.

Une seconde limitation provient de la relative pauvreté des statistiques établies. Celles-ci se rapportent pour l'essentiel à une seule liaison, sur des périodes relativement courtes. Mis à part les premiers résultats, modestes,

sur l'effet de longueur du trajet (§ 6.10), l'influence des paramètres d'environnement n'est pour l'instant pas connue, et il est évidemment impossible d'extrapoler les résultats de la liaison étudiée à une autre. Cela résulte pour partie de l'absence de toute base physique de ces modèles qui ont été établis de manière purement empirique. De ce fait, il n'est pas même sûr que les lois statistiques obtenues pour les divers paramètres seraient les mêmes ailleurs.

Les modèles ont été appliqués à des expériences dans lesquelles on ne disposait que de mesures de l'amplitude. On a vu que cela entrainait une indétermination de signe pour certains paramètres. Mais surtout il conviendra de vérifier, lorsque des mesures le permettront, que les modèles mathématiques utilisés rendent compte correctement de la courbe de TPG.

Un dernier point concerne également la forme mathématique des modèles. Elle aussi a été prise empiriquement. Une première étude théorique visant à relier le modèle de représentation au modèle physique à N rayons a toutefois été présentée par RUMMLER (1980). Celui-ci part de la fonction de transfert complexe H(p) qu'il caractérise par la position de ses zéros. Le principal résultat de l'analyse est que l'on retrouve le modèle à 3 rayons simplifié comme une bonne approximation pour une bande de fréquence au voisinage de laquelle il n'y a qu'un seul zéro de H(p). Malheureusement, on ne sait pas à partir de quelle largeur de bande la présence de plusieurs zéros possibles doit être prise en compte. Enfin, l'auteur considère la situation où il n'y a pas de déphasages entre les divers rayons : il faudrait vérifier que ses conclusions restent valides dans le cas général où on s'abstient de cette simplification.

III. EXPERIENCES EN BANDE LARGE

Inaugurées dès 1949 avec les expériences des Bell, les mesures en large bande ont été ensuite relativement rares à cause des difficultés expérimentales. Ces mesures présentent un triple intérêt :

- en donnant une connaissance de la fonction de transfert sur une grande bande de fréquences, elles peuvent permettre, dans certains cas, d'identifier les rayons,

- un enregistrement à bande large fournit simultanément un grand nombre de canaux à fréquence fixe qui sont statistiquement équivalents. En les regroupant, on obtient des statistiques à fréquence fixe portant sur des échantillons beaucoup plus importants, et qui sont donc beaucoup plus significatives.

- dans une bande large, on voit beaucoup plus fréquemment qu'en bande étroite le creux d'affaiblissement ; on a ainsi accès à certains paramètres qui sont difficiles à étudier autrement (par exemple affaiblissement maximum dans la bande ; vitesse de variation en dB/s ou en MHz/s).

Après une description des principales expériences (§ 6.12), nous considérons le problème de l'identification des rayons (§ 6.13) et terminons par un rapide aperçu des autres résultats des mesures en bande large (§ 6.14).

6.12. Description des expériences

Les caractéristiques des principales expériences de mesures en bande large ($\Delta f > 300$ MHz) sont résumées dans le Tableau 1.

On remarquera que seules les plus récentes, au Danemark et en France, comportent à la fois une mesure de l'amplitude, et une mesure de phase. Dans l'expérience danoise, la modulation de fréquence introduite pour la mesure de phase (cf § 6.3.2) a une excursion de 10 MHz ; on n'a ainsi accès qu'à la phase différentielle. Dans l'équipement développé au CNET Lannion l'excursion de fréquence a été réduite à 0,5 MHz, ce qui permet d'accéder au TPG. On notera également le délai assez long (de l'ordre de 3 ans) qui sépare généralement la réalisation des expériences et la publication des résultats, dû à la lourdeur des tâches de dépouillement et d'interprétation.

Liaison	Longueur	Bande de fréquence	Pas en fréquence (après numérisation)	Période d'analyse	Dynamique et Précision	Période d'étude	Remarques	Références
Crawford Hill-Murray Hill (USA)	36,5km	3,7 - 4,2 GHz	≃ 5MHz	1 sec		1949	Amplitude seule Emetteur et récepteur non synchrones	CRAWFORD et JAKES (1952)
Lowden - Princeton (USA)	49,3km	3,7 - 4,2 GHz	≃ 5MHz	1 sec		été 1950	id	KAYLOR (1953)
Alton - Greenmore Hill Greenmore Hill-Dollis Hill Kelvedon Hatch - Silleys	38,4km 57,6km 30,4km	11 - 11,5 GHz	≃ 5MHz	1 sec	dynamique : 26 dB	1964	id	TURNER et al (1966)
Widley - Green Hailey (Angleterre)	55 km	3,6 - 4,1 GHz		10 ms	Précision 0,5 dB	juin à nov 1963	Amplitude seule Récepteur synchronisé	MEADOWS et al (1966)
Shirahama - Oshima (Japon)	37 km	18 - 22 GHz		?		été 1970	Amplitude seule Trajet maritime	INOUE et AKIYAMA (1974)
Lerbjerg - Borups Allé (Danemark)	44,7km	13,5 - 15 GHz	2,5MHz	0,5 sec	Amplitude : + 12 à - 60 dB Précision 0,5 dB Phase différentielle : + 180 à - 180° à ± 0,1°	Depuis juin 1974	Mesure de l'amplitude et de la phase différentielle sur 10 MHz	CHRISTENSEN (1975) MOGENSEN (1975) CHRISTENSEN et MOGENSEN (1977) MOGENSEN et CHRISTENSEN (1977) SANDBERG (1977, 1978 et 1980)
Lannion - Roc Trédudon (France)	50 km	11,25 - 11,65GHz		27 ms	Amplitude : + 6 à - 52 dB Précision±0,5 dB Distorsion du TPG : - 30 à + 25 ns à ±0,5 ns	Depuis 1979	Mesure de l'amplitude et du TPG sur 0,5 MHz	MARTIN (1980, 1981 et 1982) MARTIN et LEFORESTIER (1980)
Marcheville - Viabon (France)	37 km	10,7 - 11,7 GHz	3,9 MHz	27 ms	Amplitude : + 6 à - 42 dB Précision 0,5dB Distorsion du TPG	Juin - Juillet 1982	Mesure de l'amplitude et du TPG sur 1 GHz	SYLVAIN et al (1983)

Les figures 15 et 16 donnent des exemples des résultats obtenus. La figure 15 présente l'évolution au cours du temps des enregistrements de la fonction de transfert. C'est un cas où la fréquence du maximum d'affaiblissement varie peu. On observe par contre des variations importantes de l'affaiblissement maximum et des inversions de la phase différentielle. Celle-ci ne varie significativement qu'autour de la fréquence du pic d'affaiblissement. Ce résultat avait également été trouvé par les modèles de représentation (eq. 42). Il est très général puisque de (1), on déduit en fonction des parties réelle et imaginaire de la fonction de transfert :

$$|H(\omega)|^2 = R^2(\omega) + X^2(\omega)$$

$$\Phi(\omega) = \text{arc tg} - \frac{X(\omega)}{R(\omega)}$$

$$TPG = \frac{\partial \Phi}{\partial \omega} = \frac{X(\omega)\, R'(\omega) - X'(\omega)\, R(\omega)}{|H(\omega)|^2} \qquad (48)$$

La présentation de la figure 16 permet de résumer (avec moins d'information) une durée plus longue d'événements. On y a en fonction du temps (abscisse) l'enveloppe de l'affaiblissement et de la distorsion de TPG. Sur cet enregistrement de la liaison Roc Trédudon - Lannion, de 400 MHz de largeur de bande, on constate en permanence la présence d'un affaiblissement dans toute la bande. Celui-ci n'est plus toujours présent sur une bande de 1 GHz ou plus (fig. 15).

6.13 Identification des paramètres des rayons

A partir d'une mesure de la fonction de transfert sur une bande de fréquence assez large, on peut espérer obtenir l'identification des rayons et avoir ainsi une fonction de transfert physique. Plusieurs méthodes ont été utilisées à cette fin. Suivant CRAWFORD, JAKES et KAYLOR puis TURNER et al ont procédé par comparaison avec les résultats d'un simulateur combinant plusieurs rayons. MEADOWS et al ont quant à eux procédé à une analyse de Fourier de la courbe d'amplitude : cette méthode, peu précise, ne leur indique jamais l'existence de plus de deux rayons, alors que l'allure des fonctions de transfert mesurées n'est visiblement pas celle d'un modèle à deux rayons.

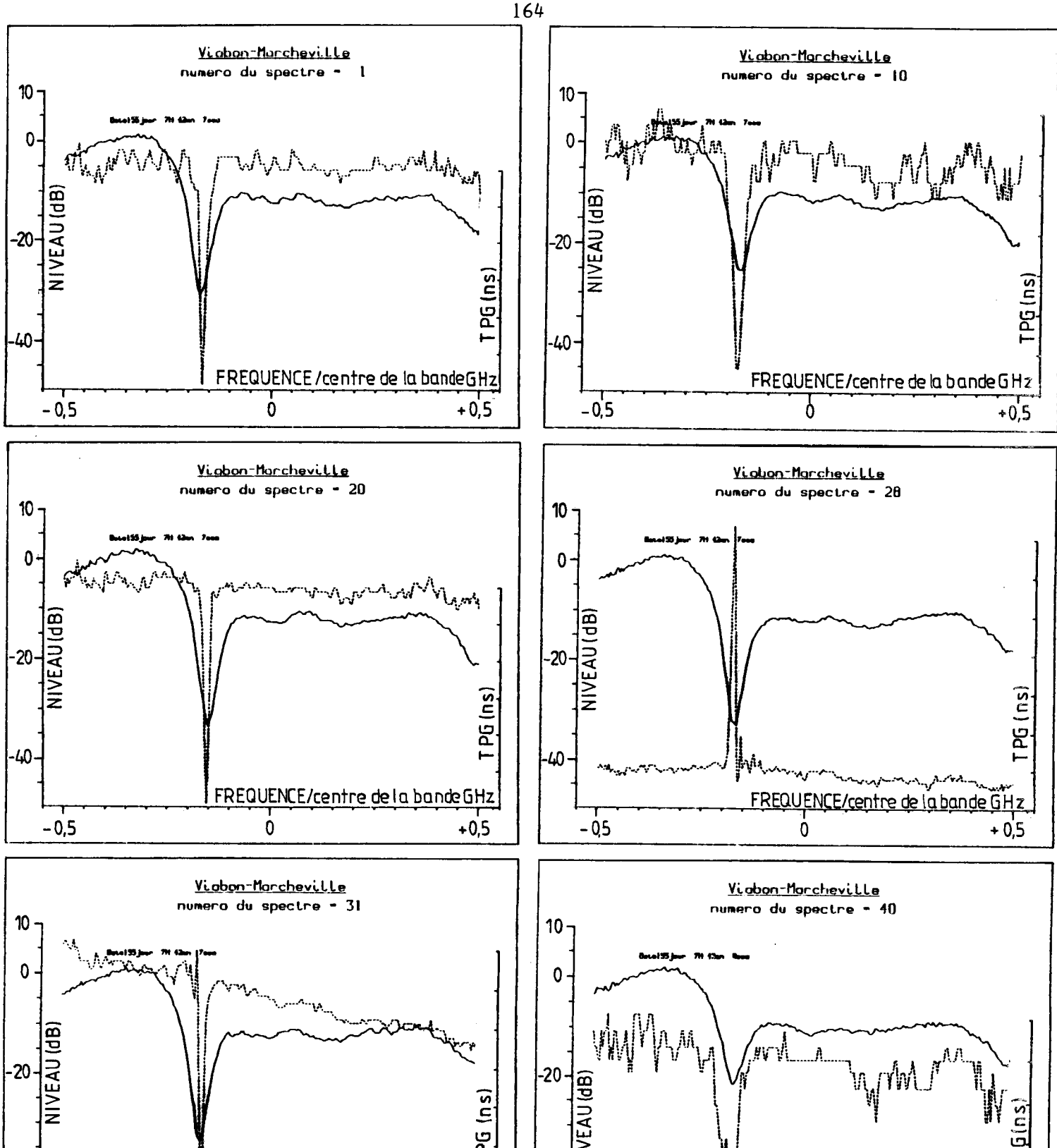


Figure 6.15. Mesures de la fonction de transfert sur une largeur de bande de 1 GHz réalisées en juin 1982 sur la liaison Marcheville - Viabon.
Courbe de gain : trait plein
Courbe de TPG : trait tireté.

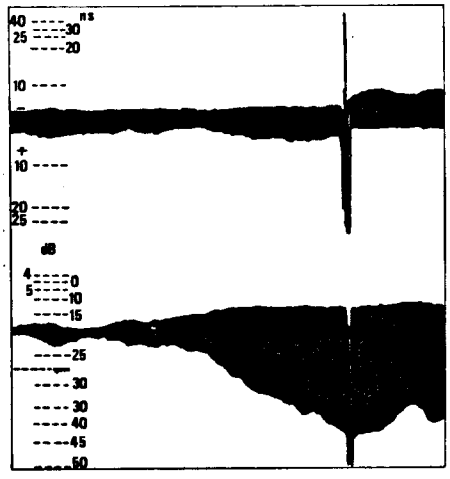


Figure 6.16. Profil d'un affaiblissement sélectif
(tracé supérieur : T.P.G., tracé inférieur : affaiblissement) (MARTIN, 1980).

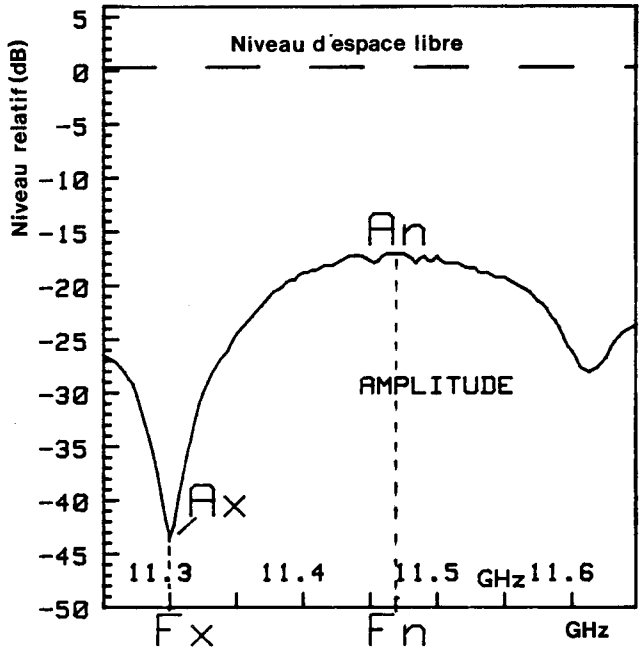


Figure 6.17. Paramètres typiques (MARTIN, 1982 a)

$DA = A_n - A_x$

$\Delta F = | F_x - F_n |$

Avec le développement des calculateurs numériques, il était normal de tenter un ajustement par les moindres carrés. Les auteurs anglais y ont cependant renoncé (TATTERSALL et al, 1973), faute d'un programme suffisamment rapide. SANDBERG (1978 et 1980) a développé un programme numérique qui reste très lourd : pour simuler la première fonction de transfert, il prend 15 minutes d'unité centrale sur un IBM 370/165. Une difficulté majeure est que l'on se heurte à un problème d'ajustement non linéaire possédant plusieurs minima et l'on cherche le minimum minimorum. Dans ce genre de problème, la valeur initiale donnée aux paramètres est très importante. Pour l'obtenir, la méthode utilisée par SANDBERG consiste à calculer la réponse impulsionnelle et à déterminer à sa vue le nombre de rayons et des valeurs approchées du gain et du retard de chacun, avant de procéder à l'ajustement lui-même sur la courbe de gain. Pour les fonctions de transfert suivantes, il est possible de prendre comme valeurs initiales les paramètres de la fonction précédente. Le temps de calcul est alors réduit mais reste de l'ordre de 108 secondes par ajustement. Il faut toutefois remarquer que dans l'expérience danoise, la durée de mesure d'une fonction de transfert (500 ms) est trop longue pour que l'on puisse considérer le filtre atmosphérique comme invariant. SANDBERG doit donc considérer que les paramètres varient au cours du temps, et effectue des développements au troisième ordre, ce qui ne contribue pas à accélérer le calcul.

Chose curieuse, aucun des auteurs ayant procédé à l'identification des rayons ne s'est posé (du moins publiquement) la question de la validité, ou de la précision, des résultats obtenus. Il est clair que deux types de rayons ne peuvent pas être discernés. Les premiers sont ceux dont le retard est inférieur à environ 2/B où B est la largeur de bande mesurée. Les seconds rayons indiscernables sont ceux dont l'amplitude est trop faible (et qui sont généralement ceux dont le retard est le plus grand). Ces deux types de rayons n'étant pas pris en compte dans le modèle, il convient de se demander si on obtient quand même une bonne approximation des paramètres des autres rayons, et si on peut toujours considérer qu'on a affaire à un modèle physique : cette analyse, qui n'a fait l'objet d'aucune publication à notre connaissance, nous parait nécessaire. Si la validité physique du modèle multirayons était ainsi établie, il semblerait nécessaire de faire des efforts en vue de mettre au point des programmes d'ajustement plus rapides que ceux qui existent actuellement.

6.14 Autres applications des mesures en bande large

Nous ne reviendrons pas ici sur l'amélioration apportée aux statistiques à fréquence fixe que nous avions relevée en son temps (chapitre 3, fig. 4 et 7 par exemple).

Comme exemple de paramètres accessibles uniquement avec des mesures en bande large, nous citerons ceux dont l'étude a été entreprise par L. MARTIN (1982) et qui sont définis figure 17 :

A_x : niveau minimum dans la bande

A_n : niveau maximum dans la bande

F_x et F_n : fréquences associées

$$F = |F_x - F_n|$$

$$D_A = A_n - A_x.$$

7. TRAJETS MULTIPLES

ET RADIOMETEOROLOGIE

7.1. Introduction

Les études dont nous avons rapporté les résultats dans les chapitres précédents présentent deux caractéristiques : elles sont essentiellement de nature statistique, et s'appuient uniquement sur des mesures de propagation Leur principale limitation, que nous avons soulignée à plusieurs reprises, est l'impossibilité d'extrapoler les résultats obtenus d'une liaison à une autre. La voie la plus naturelle pour surmonter cette difficulté semble être dans la recherche d'une compréhension de la physique du canal de propagation.

Les études en ce sens ont commencé pendant la dernière guerre, avec la découverte des échos anormalement lointains parfois détectés par les radars. L'intérêt pour le sujet a été relancé par les problèmes de communication avec les avions, l'étude de la propagation transhorizon et bien entendu l'effet des trajets multiples sur les faisceaux hertziens.

Il faut cependant constater que les progrès dans le domaine ont été assez lents. Pourquoi ? Sans doute en raison de son caractère interdisciplinaire à la jonction de l'électromagnétisme appliqué et de la physique de l'atmosphère : or, les spécialistes de ces deux disciplines ont chacun leurs propres préoccupations et n'ont pas toujours un langage commun. En particulier, les physiciens de l'atmosphère et météorologistes s'intéressaient surtout à des modèles à moyenne ou grande échelle, alors que la propagation demande une description très fine du milieu à petite échelle. Il s'y ajoute d'ailleurs d'incontestables difficultés, tant expérimentales que théoriques. Compte-tenu de la meilleure compréhension du comportement à petite échelle de l'atmosphère, on peut toutefois espérer des progrès prochains : la parution récente d'articles théoriques semble aller dans ce sens. On peut d'ailleurs noter que la coopération est fructueuse dans les deux sens, et que si une bonne compréhension du milieu doit permettre d'élucider certains phénomènes de propagation, inversement, l'emploi de techniques radioélectriques comme les radars ou lidars devient un moyen puissant d'étude du milieu.

7.2. L'indice de réfraction de l'air (BEAN et DUTTON, 1966)

7.2.1. Equation de l'indice de réfraction

Dans la basse atmosphère, l'air se comporte comme un diélectrique. Son indice de réfraction est donc donné par la formule générale :

$$n = \sqrt{\epsilon \mu} \qquad (1)$$

où ϵ est la constante diélectrique relative.

et μ la perméabilité relative.

Pour les constituants de l'air, on a toujours $\mu = 1$. Pour ce qui est de l'effet diélectrique, on doit toutefois distinguer entre les composants polaires (vapeur d'eau) et les composants non polaires (oxygène, azote, gaz carbonique). L'étude de la constante diélectrique des gaz polaires et non polaires a été effectuée théoriquement par DEBYE (1929). Pour les composants de l'air, si on se limite aux fréquences inférieures à 20 GHz, on peut négliger l'effet dispersif des raies d'absorption de la vapeur d'eau (à 22,5 GHz) et de l'oxygène (à 60 GHz). On a de plus ϵ très voisin de 1, et les formules de Debye peuvent alors s'écrire :*

molécule non polaire : $$\epsilon - 1 = K \frac{P}{T} \qquad (2)$$

molécule polaire : $$\epsilon - 1 = K \frac{P}{T} \left(A + \frac{B}{T}\right) \qquad (3)$$

Sous l'hypothèse habituelle de linéarité du milieu, il y a additivité des susceptibilités électriques des constituants $X_i = \epsilon_o(\epsilon_i - 1)$.

Il y a donc aussi additivité des termes $(\epsilon_i - 1)$, proportionnels aux X_i. Il en résulte, après sommation et passage à l'indice par utilisation de (1), une formule de la forme :

$$N = (n-1)\,10^6 = k_1 \frac{P_s}{T} + k_2 \frac{e}{T} + k_3 \frac{e}{T^2} + k_4 \frac{P_c}{T}$$

* *Les formules (2) et (3) supposent que le fluide a été assimilé à un gaz parfait.*

où P_s est la pression de $O_2 + N_2$

P_c la pression de CO_2

e la pression de vapeur d'eau

T la température absolue

n étant en valeur numérique toujours très proche de 1,0003, on préfère utiliser N, écart de l'indice à l'unité, mesuré en millionièmes (ou unités N) et appelé coindice.

En pratique, on élimine le terme propre au gaz carbonique en lui attribuant une proportion constante (de 3%) et on remplace P_s par P - e. D'où

$$N = K_1 \frac{P}{T} + K_2 \frac{e}{T} + K_3 \frac{e}{T^2} \qquad (4)$$

avec P : pression totale.

Plusieurs jeux de valeurs numériques basés sur des mesures ont été proposés pour les constantes K_1, K_2, K_3. Les valeurs actuellement admises sont celles recommandées par SMITH et WEINTRAUB (1953) qui conduisent à :

$$N = 77{,}6 \frac{P}{T} - 5{,}6 \frac{e}{T} + 3{,}75\ 10^5 \frac{e}{T^2} \qquad (5)$$

{pressions en mb
{T en ° K.

La relation (5) donne une précision de $\pm$ 0,5% sur N. On peut, sans perdre en précision, la mettre sous la forme équivalente (pour les domaines de variation des variables) :

$$N = 77{,}6 \left(\frac{P}{T} + \frac{4810\ e}{T^2}\right) \qquad (6)$$

Cette dernière relation est celle qui est recommandée par l'Avis 453 du CCIR.

De toute manière, les erreurs dues aux coefficients de la formule sont en pratique inférieures à celles apportées par l'imprécision des mesures disponibles.

7.2.2. Mesure de l'indice de réfraction

La mesure de l'indice de réfraction radioélectrique de l'air peut se faire de deux façons, soit directement par des moyens radioélectriques, soit indirectement, en mesurant les paramètres météorologiques P, T et e et en utilisant la formule (5) ou (6).

1° Les mesures directes

Les mesures directes utilisent le fait que la fréquence de résonance d'une cavité dépend de ses caractéristiques géométriques et de la constante diélectrique du contenu. Comme il n'est pas possible de déterminer les caractéristiques géométriques avec la précision nécessaire, on effectue essentiellement des mesures relatives. On utilise généralement deux cavités, l'une servant de référence et l'autre étant emplie du gaz dont on veut mesurer l'indice.

Plusieurs dispositifs ont été proposés.

Dans le réfractomètre de CRAIN (1950), les fréquences de résonance des deux cavités servent à piloter les fréquences des deux oscillateurs stabilisés. On mesure la différence entre les deux fréquences d'oscillation dont les variations sont proportionnelles à celles de l'indice de réfraction du gaz contenu dans la cavité de mesure (fig. 1). Dans le réfractomètre de BIRNBAUM (1950) les deux cavités sont excitées par une source à balayage en fréquence en dent de scie et on mesure l'intervalle de temps séparant le passage des deux cavités par la résonance (fig. 2).

Ces deux types d'appareils donnent essentiellement des mesures relatives (des mesures absolues nécessitent un étalonnage à partir d'un gaz d'indice connu, ce qui est possible en utilisant par exemple un gaz rare). Les deux qualités principales sont une très grande sensibilité ($< 0{,}1$ unités N) et la possibilité de suivre des variations rapides (jusqu'à environ 100 Hz). Par contre, leur mise en oeuvre est délicate car elle demande une électronique très stable et dans le cas du réfractomètre de Birnbaum une excellente linéarité du balayage. Parmi les autres causes possibles d'erreur, on peut citer (BIRNBAUM et BUSSEY, 1955) la modification des dimensions des cavités avec la température par dilatation, la possibilité d'adsorption de vapeur d'eau par les parois de la cavité, la modification de la température de l'air insufflé dans la cavité par échange thermique avec celle-ci. De plus, les appareils obtenus sont assez lourds et couteux.

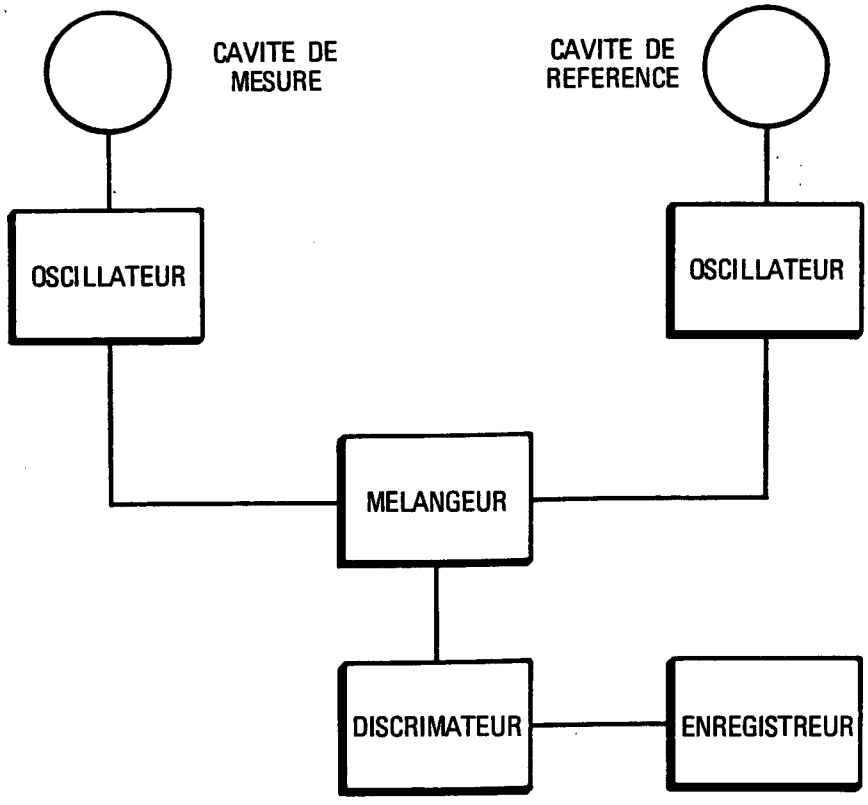


Figure 7.1 Réfractomètre de CRAIN.

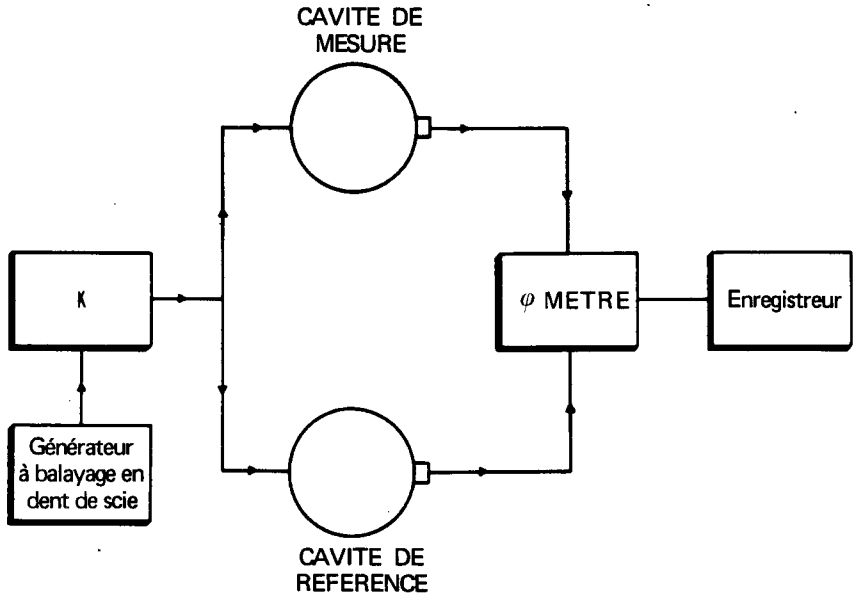


Figure 7.2. Réfractomètre de BIRNBAUM

Diverses améliorations ont été proposées. Le dispositif présenté par VETTER et THOMSON (1962) n'utilise qu'un seul oscillateur, ce qui élimine une part des limites dues à l'électronique ; il permet de plus des mesures absolues. MOREAU et al (1976) ont développé un appareil utilisant comme cavités des résonateurs de Perot-Fabry : l'absence de parois latérales facilite la circulation du gaz à mesurer. LEVIN et al (1978) décrivent un appareil numérique dont la précision resterait de l'ordre de 0,5 unités N. Enfin, CHAN et COLE (1978), profitant des progrès de l'électronique (oscillateur Gunn et circuits microstrips) ont réalisé un réfractomètre de Crain ne pesant que 1,5 kg et pouvant ainsi équiper un ballon.

Un réfractomètre légèrement modifié, avec deux cavités de mesure éloignées l'une de l'autre de quelques dizaines de centimètres, permet de mesurer les hétérogénéités spatiales de l'indice.

2° Les mesures indirectes

La détermination indirecte de l'indice procède par l'emploi de (5) ou (6) à partir des valeurs de la pression, de la température et de la pression partielle de vapeur d'eau. Les incertitudes de mesure se traduisent donc par une incertitude sur la valeur de l'indice qui peut s'écrire :

$$\Delta N = a\Delta T + b\Delta e + c\Delta P \qquad (7)$$

a, b, c dépendant des conditions atmosphériques.

Pour T = 288°K (15°C) P = 1013 mb et e = 10,2 mb, on a :

a = - 1,27 unité N/°K b = 4,5 unité N/mb c = 0,27 unité N/mb.

La pression peut facilement être mesurée à mieux d'un mb et la température à un dixième de degré. On voit donc que c'est la détermination de la pression de vapeur d'eau qui détermine pour l'essentiel la précision obtenue. Le plus souvent on mesure l'humidité relative à l'aide d'un hygromètre mécanique ou d'un psychromètre et on effectue une conversion pour en déduire la pression partielle*.

L'humidité relative est définie par :

$$HU = \frac{e}{e_s} \times 100 \qquad (8)$$

* *On trouvera des détails par exemple dans GREGORY et ROURK, Hygrometry (ROSSBY et LOCKWOOD ed, 1957).*

où e_s est la pression de vapeur saturante. Des formules empiriques permettent de relier e_s à la température, par exemple :

$$e_s = 6{,}1078 \quad 10^{[7{,}5\ \theta\ /(237{,}3\ +\ \theta\ )\ ]} \qquad (9)$$

où e_s est en mb et θ la température Celsius.

Le plus ancien des hygromètres mécaniques est l'hygromètre à cheveux ; on a développé depuis des appareils à jauge de contrainte qui donnent selon le fabricant une précision de $\pm$ 2% en humidité relative.

Le principe du psychromètre est totalement différent. On détermine l'humidité à partir de l'abaissement de température (par rapport à la température ambiante) indiqué par un thermomètre humide du fait de l'évaporation. Si P est la pression, T la température, T' la température humide, on peut utiliser la formule de SPRUNG ou celle de LIST :

formule de Sprung $e = e_s - 0{,}00067\ (T-T')P$ (10)

formule de List $e = e_s - 0{,}00066\ (T-T')P\ (1+0{,}00115\ T')$ (11)

Les difficultés que présentent des mesures psychrométriques précises sont décrites par WYLIE (1979) ; la précision ulime serait de l'ordre de 0,2 mb ($\Delta N \simeq 1$ unité N).

Les capteurs météorologiques sont beaucoup moins rapides que les réfractomètres ; leur constante de temps est typiquement la dizaine de seconde : lorsqu'ils sont utilisés pour des sondages par ballon ou en avion, cet effet doit être pris en compte.

3° Comparaison des deux types de mesure

Il résulte de ce qui précède que l'emploi d'un réfractomètre s'impose si l'on veut des mesures très précises, ou suivre des variations rapides. En particulier, lui seul permet d'étudier les fluctuations temporelles rapides et les hétérogénéités spatiales à petite échelle.

Par contre, les capteurs météorologiques se prêtent mieux à des mesures de routine portant sur de longues périodes. Ils présentent aussi l'avantage de donner des indications sur les raisons d'un écart à la situation normale (variation due à une modification de température, ou d'humidité).

Les services météorologiques donnent des mesures continues dans les stations au sol. Ils fournissent aussi des radio-sondages : mais ceux-ci sont peu nombreux (séparés de plusieurs heures) et ne donnent guère d'indication sur la première centaine de mètres d'altitude qui est traversée trop rapidement. Des mesures détaillées dans les très basses couches de l'atmosphère demandent donc l'emploi de ballons captifs ou de tours instrumentés.

Les mesures météorologiques ne sont souvent disponibles que sous forme de moyennes. On peut à partir de telles données calculer un "indice moyen" qui n'est en règle générale pas égal à ce que serait la moyenne de l'indice calculée sur la même période, et dont la représentativité doit donc être étudiée. Une étude théorique (RAO et SRIVASTAVA, 1971) indique que l'erreur introduite en utilisant cet "indice moyen" est négligeable compte tenu de la précision des capteurs.

7.2.3. Structure moyenne de l'indice de réfraction

1° Introduction

L'indice de réfraction dépend de la pression, de l'humidité et de la température. La valeur en un point et à un instant donné est donc le résultat de mécanismes thermodynamiques complexes pouvant conduire à des situations extrêmement diverses. On peut en particulier s'attendre à de grandes variations suivant la période de la journée (différence jour - nuit), la situation météorologique (atmosphère stable ou instable, présence de couverture nuageuse, masses d'air en mouvement ou non) ou la nature du sol et son relief. Si cette diversité peut être réduite par un traitement statistique, on doit encore s'attendre à de grandes variations saisonnières et régionales.

Malgré tout, l'analyse des nombreuses données expérimentales permet de définir, sans se préoccuper trop de la physique sous jacente, des modèles d'indice donnant une idée du "comportement moyen" du milieu (BEAN et THAYER, 1959). Ces modèles ont l'intérêt de fournir une situation de réfé-

rence dont s'écartent plus ou moins les situations de trajets multiples. Bien entendu, le modèle concerne un site et une période donnée. D'une manière générale, les variations d'indice sont beaucoup plus importantes suivant la verticale qu'horizontalement. On se limite donc à des modèles fonctions de la seule altitude. Les situations qui ne vérifient pas cette hypothèse, et dans lesquelles d'importants gradients horizontaux sont présents, sont essentiellement les passages de fronts (froid ou chaud) qui se trouvent éliminés dans les moyennes statistiques, et les régions présentant d'importantes discontinuités de terrain, comme les régions côtières.

La propagation des ondes ne dépend pas tant de la valeur de l'indice que de son gradient (§ 7.3). Avec comme préoccupation l'étude de la propagation, une description un peu plus fine du milieu sera fournie par la distribution statistique du gradient.

2° Profils d'indice moyen

La pression décroit toujours avec l'altitude, ce qui s'accompagne d'une décroissance de l'indice. La température et l'humidité peuvent avoir des variations positives ou négatives avec l'altitude, et donc des effets variables sur l'indice. De manière générale toutefois, le résultat global est une décroissance de l'indice avec l'altitude, N valant autour de 300 au sol et tendant vers 0 à haute altitude où le milieu devient, du point de vue radioélectrique, assimilable au vide.

Pour décrire la variation de l'indice avec l'altitude en un lieu donné, deux types de modèles sont couramment utilisés :

Le modèle exponentiel :

$$N(h) = N_s \exp [- b(h-h_s)] \qquad (12)$$

où N_s est le coïndice au sol, d'altitude h_s (par rapport au niveau de la mer) donne correctement le comportement moyen entre 0 et 3 km d'altitude. L'atmosphère moyenne de ce type, recommandée par le CCIR est :

$$N(h) = 315 \exp(- h/7,36) \quad h \text{ en km}$$

L'autre représentation, valable dans le premier kilomètre d'altitude, ce qui est généralement suffisant pour les études de faisceaux hertziens, utilise une variation linéaire :

$$N(h) = N_s + (h - h_s) \overline{\Delta N} \qquad (13)$$

où $\overline{\Delta N}$ est le gradient moyen sur le premier kilomètre.

L'observation des données montre que dans les régions tempérées $\overline{\Delta N}$ et N_s sont corrélés et qu'une courbe de régression de la forme :

$$\overline{\Delta N} = - a \exp (k N_s) \qquad (14)$$

est possible. Les valeurs des coefficients a et k dépendent de la région climatique.

Pour les Etats-Unis, BEAN et DUTTON (1966) donnent* :

a = 7,32 k = 0,005577 r = 0,926

Pour le Japon, AKIYAMA (1977) a trouvé :

a = 3,42 k = 0,007576 r = 0,885

L'intérêt de telles formules est de permettre de relier le profil moyen d'indice à sa valeur au sol.

Lorsqu'on veut comparer les résultats en plusieurs lieux, la différence d'altitude (et donc de pression) empêche une comparaison directe. On remplace alors le coindice au sol N_s par sa valeur rapportée au niveau de la mer N_o.

$$N_o = N_s \exp (- h_s/H^*) \qquad (15)$$

avec $H^* \# 7$ km (suivant les données américaines).

3° Distribution du gradient d'indice moyen

Le gradient moyen sur une tranche d'altitude Δh est défini par $\alpha = \Delta N / \Delta h$. Sa loi de distribution (outre les variations régionales et saisonnières) peut dépendre de l'épaisseur Δh, et éventuellement de l'altitude. Un assez grand nombre de résultats ont été publiés, concernant le plus souvent le premier kilomètre ou les premiers 100 m d'altitude.

* *r est le coefficient de corrélation qui chiffre la précision de l'ajustement obtenu*

A titre d'exemple, nous décrirons les résultats obtenus au Japon à la suite d'études statistiques détaillées (UGAI, 1959 ; IKEGAMI et al, 1968 . AKIYAMA, 1977 ; AKIYAMA et SASAKI, 1979)*. Ces études s'appuient sur les données des radiosondages ainsi que sur celles obtenues à partir de 12 points de mesure répartis le long de la tour de Kawaguchi (près de Tokyo), haute de 300 m. Les distributions du gradient moyen ont ainsi pu être établies pour plusieurs tranches d'altitude dont l'épaisseur va de 60 à 1500 m. En première approximation la loi de distribution peut être représentée par une gaussienne dont la moyenne $\overline{\alpha}$ est indépendante de l'épaisseur (et de l'altitude) de la couche, et dont l'écart type est inversement proportionnel à $\sqrt{\Delta h}$ (UGAI, 1959). Cette représentation simple n'est plus très satisfaisante pour l'extrémité de la courbe de distribution correspondant à des gradients d'indice très négatifs, ni pour la couche la plus basse de l'atmosphère, constituant la couche de surface (environ les cent premiers mètres d'altitude). Il est alors préférable d'utiliser une loi de distribution mixte combinant loi normale et loi exponentielle de même valeur médiane α_m. Si le raccordement se fait pour la valeur α_p, on a alors :

$$\text{loi de distribution} \quad f(\alpha) = \begin{cases} \frac{c}{2} \exp\ c(\alpha - \alpha_m) & -\infty < \alpha \leqslant \alpha \\ \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\alpha - \alpha_m)^2}{2\sigma^2}\right) & \alpha_p < \alpha < \infty \end{cases}$$

$$\text{loi de répartition} \quad F(\alpha) = \begin{cases} 1/2 \exp\left[c\,(\alpha - \alpha_m)\right] & -\infty < \alpha \leqslant \alpha \\ 1/2\ \mathrm{erfc}\left(-\frac{\alpha - \alpha_m}{\sqrt{2}\,\sigma}\right) & \alpha_p < \alpha < \infty \end{cases}$$

La loi dépend des trois paramètres α_m, σ et c. Une relation est obtenue en écrivant qu'il y a continuité de $F(\alpha)$ en α_p. Notant $F(\alpha_p) = P$, on trouve :

$$c\,\sigma = -\frac{\mathrm{Log}\,(2P)}{\sqrt{2}\ \mathrm{erfc}^{-1}\,(2P)}$$

L'analyse des données expérimentales (AKIYAMA, 1977) conduit à prendre, pour les diverses localisations et altitudes P = 0,07, soit $c\,\sigma = 4/3$. Dans ces conditions, on constate de plus que la moyenne $\overline{\alpha}$ et l'écart type σ_α de la distribution composite diffèrent de manière inappréciable des paramètres α_m et σ de la loi normale. Enfin $\alpha_P = \alpha_m - 1{,}48\,\sigma$.

* *C'est plus le type d'analyse que les résultats qui importe, la climatologie du Japon étant particulière. On trouvera des indications sur les variaitons de l'indice avec le lieu géographique dans BEAN et al (1966).*

La figure 3 donne quelques exemples d'ajustements par cette loi. La figure 4 donne une idée des variations saisonnières et régionales.

7.2.4. Structure instantanée de l'indice

Les modèles présentés au paragraphe précédent donnent une idée correcte des conditions de propagation normale. Ainsi, IKEGAMI et al (1968) trouvent que la statistique des angles d'arrivée des ondes déduite de la statistique du gradient d'indice à la station la plus proche de la liaison diffère peu du résultat expérimental.

Par contre, ces modèles sont tout à fait insuffisants pour l'étude des événements rares comme les situations de trajets multiples, même sur une base statistique. Comme le montrent par exemple les simulations par tracés de rayons (cf § 7.4), ce sont en effet les structures fines qui jouent alors le rôle essentiel. Seuls des profils d'indice instantanés, avec une bonne résolution spatiale, permettent une étude réelle de ces situations. Les données de ce type sont malheureusement très rares. Un certain nombre de mesures par réfractomètres aéroportés permettent de voir les variations tant horizontales que verticales (CRAIN et al, 1953 ; CRAIN, 1955 ; LANE, 1965 ; BARTON, 1973 ; VICKERS et LOPEZ, 1975). Des exemples de profils sont donnés fig. 5* qui montrent l'existence de couches relativement étroites dans lesquelles le gradient d'indice est très différent de sa valeur moyenne. La figure 6* montre des situations présentant des variations horizontales importantes. Les mesures aéroportées sont donc très intéressantes**; elles ne donnent malheureusement que très rarement accès aux altitudes inférieures à environ 300 m, où seules les tours instrumentées et les ballons captifs restent utilisables. C'est dans la première centaine de mètres d'altitude, par suite des échanges d'énergie et d'humidité entre l'atmosphère et le sol, que le gradient d'indice peut présenter les valeurs les plus variées, depuis - 400 N/km ou moins jusqu'à des situations à gradient positif de plusieurs centaines d'unités N/km. Nous y reviendrons.

* *Ces figures sont données comme illustrations de ce qu'il faudrait obtenir. Les exemples de la figure 5 sont à des altitudes trop élevées pour l'étude de faisceaux hertziens. La figure 6b a l'intérêt de montrer l'influence que peut avoir un effet de relief local sur la répartition horizontale de l'indice.*

** *Il convient toutefois de garder à l'esprit que les cartes d'indice (figures 6b et 14) sont peu précises du fait de l'interpolation des isoindices à partir d'un nombre réduit de points de mesure, et des variations temporelles possibles pendant le relevé.*

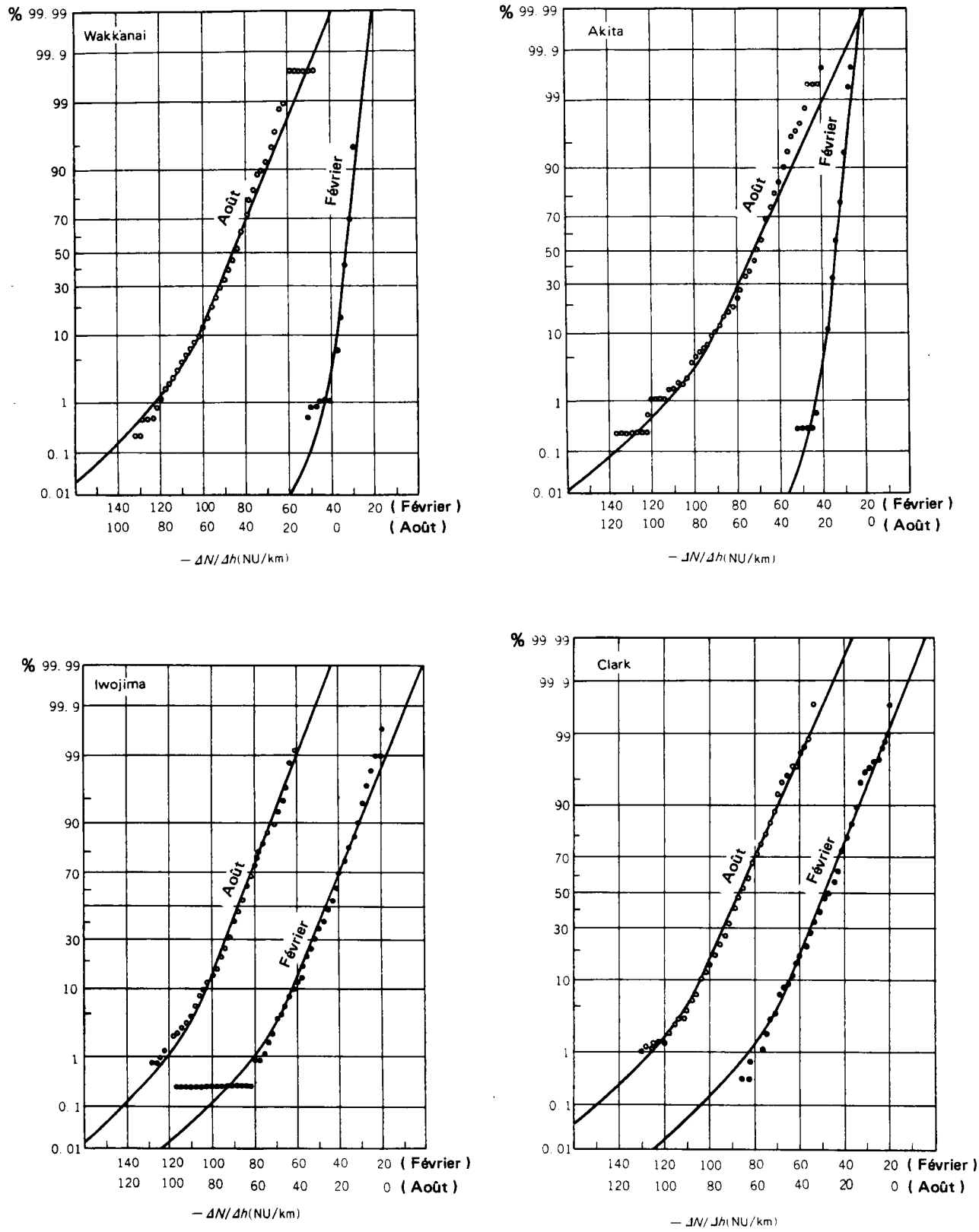


Figure 7.3. Fonctions de répartition du gradient d'indice entre 0 et 100 m. Valeurs d'hiver et d'été pour plusieurs stations japonaises (AKIYAMA, 1977).

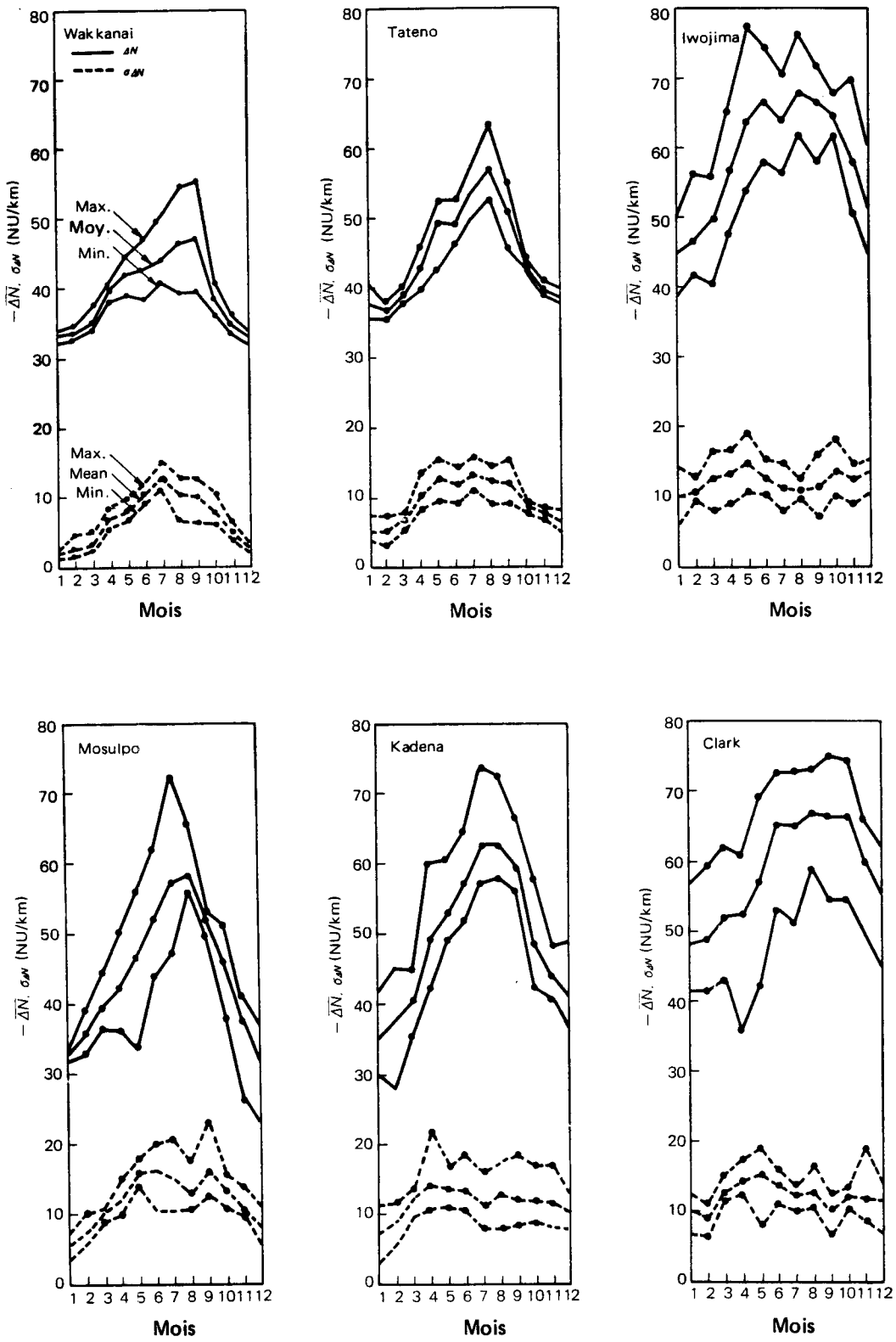
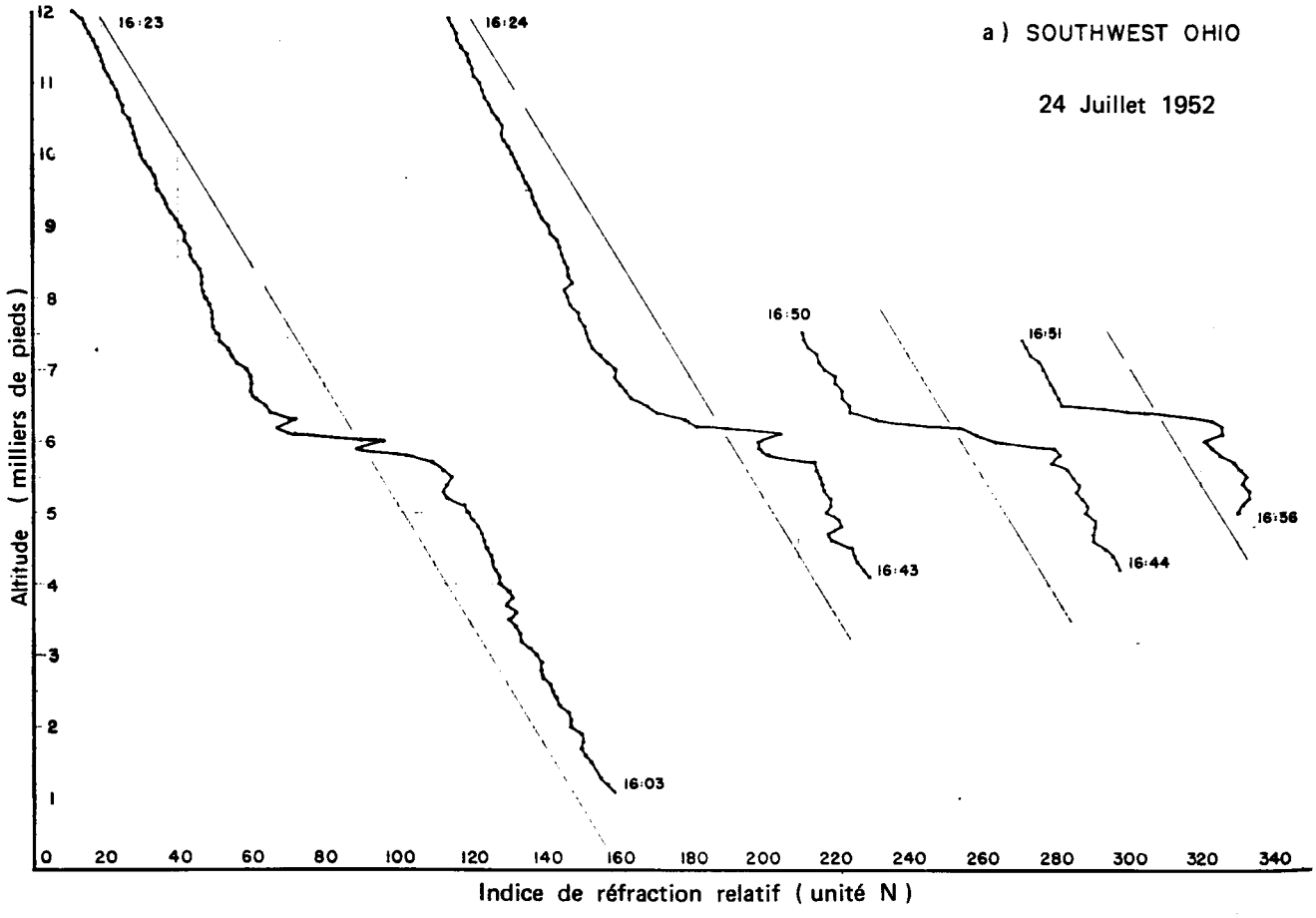


Figure 7.4. Variations saisonnières des moyennes et écart-type de la distribution du gradient d'indice mesuré entre 0 et 100 m pour plusieurs stations japonaises (AKIYAMA, 1977).



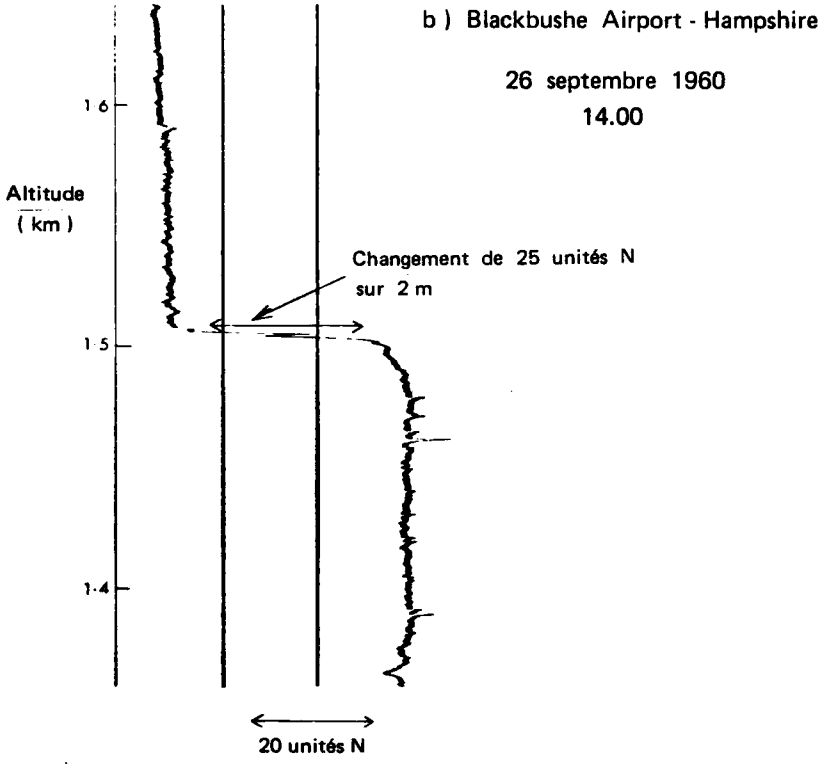
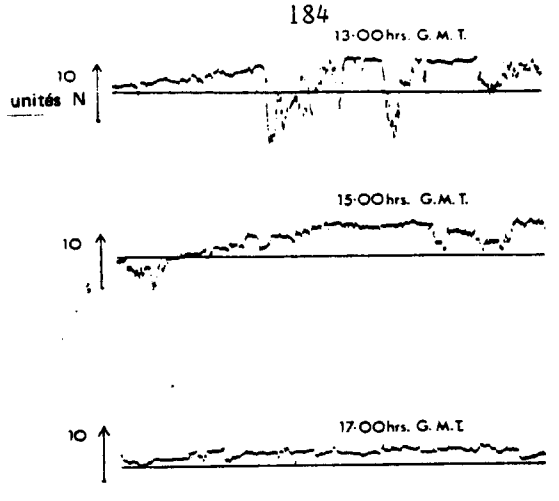


Figure 7.5. Exemples illustratifs de profils verticaux d'indice de réfraction présentant des couches étroites à très fort gradient.

a) Mesures successives par avion au-dessus de l'Ohio (CRAIN, 1955).

b) Mesure au-dessus de l'aérodrome de Blackbushe, Hampshire (LANE, 1965).



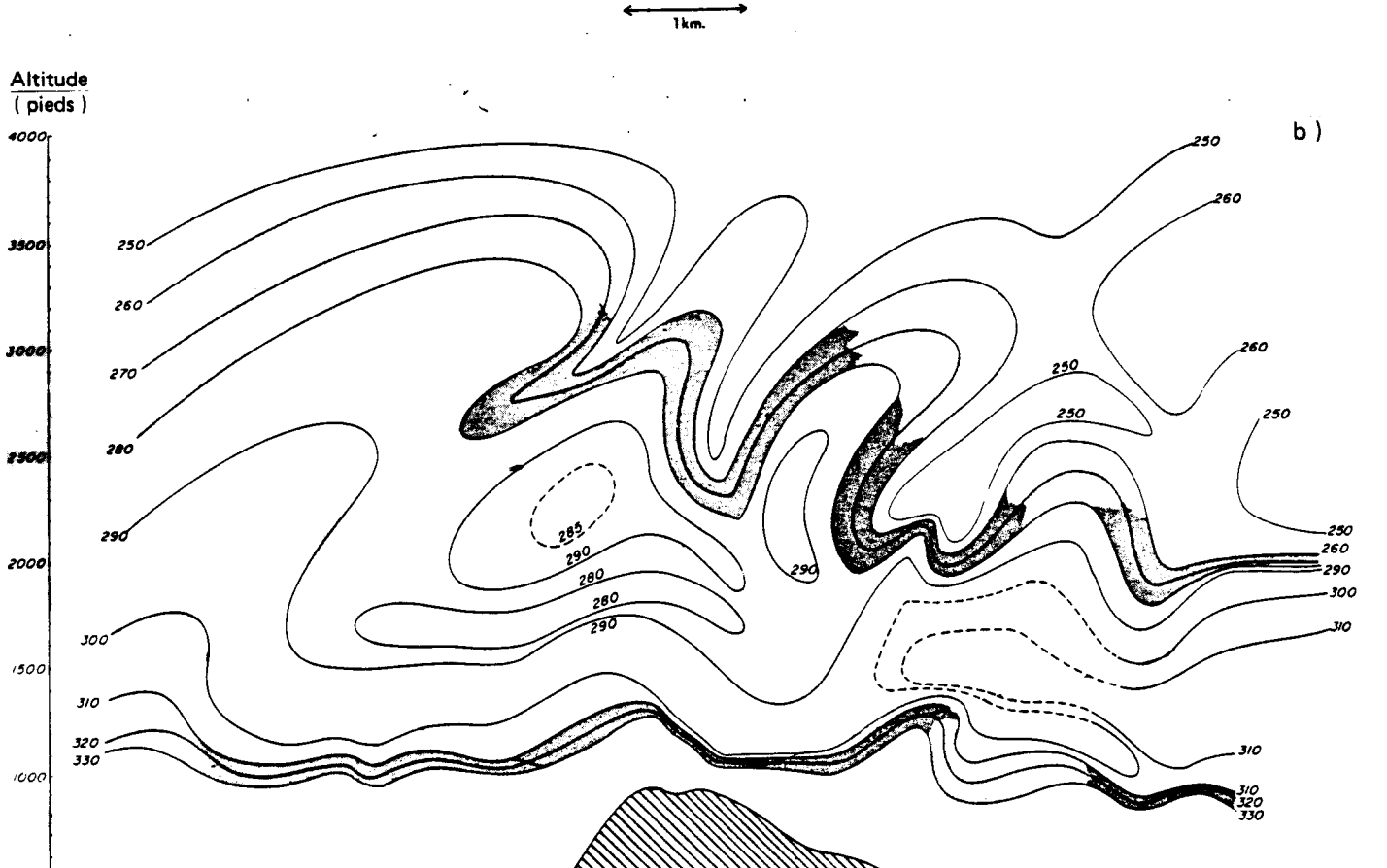


Figure 7.6. Exemples illustratifs de situations à gradients d'indice horizontaux

a) Mesures par avion à 300m d'altitude à Farnborough (Grande-Bretagne) (LANE, 1965).

b) Situation créée par le relief (effet de sillage d'une île) (VICKERS et LOPEZ, 1975).

7.3. Propagation des ondes : quelques rappels

7.3.1. Position du problème

Lorsque l'on connait l'indice de réfraction en tout point, le problème de la propagation des ondes est virtuellement résolu. Le champ électromagnétique est donné par la solution des équations de Maxwell vérifiant les conditions initiales et aux limites imposées par la source et le sol (nature et relief). En pratique, toutefois, les calculs sont vite inextricables ; les deux principales causes de difficultés sont l'hétérogénéité du milieu et le relief de la liaison. La solution ondulatoire ne peut en fait être calculée que si le sol peut être assimilé à une surface sphérique (ou plane) et que l'indice ne dépend que de l'altitude. Ces hypothèses ne sont visiblement pas satisfaites dans les problèmes de faisceaux hertziens. On est donc contraint de recourir à une solution approchée. Heureusement, dans les situations rencontrées (longueurs d'onde petite, distances petites vis à vis du rayon terrestre), l'approximation des rayons, ou de l'optique géométrique, est très généralement utilisable* (§ 7.3.2). Son emploi suppose cependant :

- que les composantes du champ varient peu sur une longueur d'onde, ce qui élimine les caustiques, points focaux et le voisinage immédiat des sources ;

- que l'indice de réfraction ait une variation relative faible sur une longueur d'onde, c'est à dire un milieu pas trop hétérogène.

Si l'on effectue le tracé de rayons numériquement, la géométrie sphérique complique les équations mais ne pose pas de problèmes particuliers. Si l'indice de réfraction varie suivant les trois dimensions, c'est d'ailleurs la seule méthode possible.

Un cas soluble analytiquement, et qui est souvent considéré, est celui où l'indice ne dépend que de l'altitude (milieu stratifié). On peut montrer qu'il est alors possible en première approximation de considérer la terre comme plate à condition de remplacer l'indice de réfraction réel n(z) par l'indice modifié** :

* *cf par exemple BORN et WOLF (1964) Principles of optics 2ème éd. ch. 3, Pergamon*

** *L'emploi de cette méthode s'est généralisé à la suite des travaux de BOOKER et WALKINSHAW (1946). Le lecteur intéressé peut également consulter K.G. BUDDEN (1961) : the wave guide mode theory of wave propagation. Academic Press. ch. 15.*

$$m(z) = n(z)\ (1 + z/R_o) \simeq n(z) + z/R_o \qquad (16)$$

(où R_o est le rayon de la terre).

La même approximation fait remplacer le coindice N par le module de réfraction $M = N + 10^6\ z/R_o$ (unités M) (17)

7.3.2. Application de la théorie des rayons

Comme en optique géométrique, on utilise la notion de rayon ; les rayons, qui sont en tout point tangents au vecteur de Poynting, peuvent être considérés comme les trajectoires de l'énergie électromagnétique. Il y a situation de trajets multiples lorsque la distribution d'indice de réfraction est telle que plusieurs rayons relient le point d'émission au point de réception. En chaque point, le rayon est caractérisé par son amplitude, sa phase, son temps de propagation et sa direction. Lorsqu'il y a plusieurs rayons, on souhaite connaître au point d'arrivée les amplitudes, les angles d'arrivée (nécessaires pour évaluer l'effet du diagramme de directivité de l'antenne), les différences de phase et de temps de propagation.

L'amplitude d'un rayon est obtenue en considérant un pinceau élémentaire de rayons autour de la direction considérée. Le vecteur de Poynting étant parallèle en tout point à la paroi latérale de ce tube de rayons, il y a conservation du flux d'énergie à travers toutes les sections droites.

Les déphasages introduits en cours de route ne sont pas fournis par la théorie des rayons et doivent être introduits à partir d'autres considérations. Il s'en produit en particulier à chaque fois que le rayon est "réfléchi" (par réflexion proprement dite ou simplement par réfraction) : au voisinage du point de réflexion, la théorie des rayons n'est plus licite (variation rapide du champ sur une longueur d'onde) et on doit introduire un déphasage et un coefficient de réflexion par des considérations ondulatoires (formules de Fresnel)*.

** Lorsqu'il y a renvoi total des ondes par réfraction, le calcul théorique montre que chaque rayon subit un déphasage, non prévu par la théorie géométrique, de $-\pi/2$. Cela n'affecte donc pas les différences de phase entre rayons, et peut être négligé (cf : BREKHOVSKIKH, Waves in layered media, Academic Press (1960) 16-4.) Il n'en va pas de même lorsqu'il y a réflexion partielle sur une discontinuité.*

La théorie des rayons peut être formalisée de diverses façons. Dans le cas d'un milieu stratifié, on part généralement de la loi de Descartes, ou de son équivalent en géométrie sphérique, la formule de Bouguer, qui s'écrit :

$$n(R) \cdot R \cdot \cos \Theta = Cte \qquad (18)$$

où R est l'altitude mesurée depuis le centre de la Terre.

Θ " l'angle du rayon avec l'horizontale locale.

Dans les situations plus générales, on part plutôt du principe de stationnarité de Fermat et des équations aux dérivées partielles qui lui sont équivalentes. Celles-ci peuvent être très diverses suivant le système de coordonnées utilisé et la variable d'intégration retenue (abscisse curviligne, temps, temps de phase, etc). Pour une analyse théorique le mieux est sans doute de partir de l'équation vectorielle :

$$\frac{d}{ds} \left(n \frac{\vec{dr}}{ds} \right) = \overrightarrow{grad}\, n \qquad (19)$$

où s est l'abscisse curviligne le long du rayon, et $\vec{r}$ le vecteur position du point courant.

Cette formule montre que, pour ce qui est des faisceaux hertziens, le gradient de l'indice et non la valeur exacte de celui-ci est la grandeur principale agissant sur la propagation.

s étant l'abscisse curviligne, $\frac{\vec{dr}}{ds}$ est le vecteur unitaire tangent au rayon.

Notant $\vec{t} = \frac{\vec{dr}}{ds}$ et $\vec{u} = \frac{\vec{dt}}{ds}$, l'équation (19) s'écrit :

$$\vec{t} \frac{dn}{ds} + n \vec{u} = \overrightarrow{grad}\, n \qquad (20)$$

et $$\vec{u} \cdot \vec{t} = 0$$

Le produit scalaire de (20) par $\vec{u}$ et $\vec{t}$ conduit ainsi aux deux relations :

$$\frac{dn}{ds} = \vec{t} \cdot \overrightarrow{grad}\, n$$

$$n |u^2| = \vec{u} \cdot \overrightarrow{grad}\, n = |u| \, |grad\, n| \, \sin \gamma$$

soit

$$|u| = \left| \frac{dt}{ds} \right| = \left| \frac{grad\, n}{n} \right| \quad \sin \gamma = \frac{1}{R} \qquad (21)$$

où on a introduit $R = \frac{ds}{dt}$ rayon de courbure de la trajectoire
et γ angle du rayon avec le gradient d'indice.

Pour les faisceaux hertziens, on a $\overrightarrow{grad}\ n$ presque vertical, et $\vec{t}$ presque horizontal. On pourra en première approximation prendre $\gamma \simeq \frac{\pi}{2}$, et comme de plus $n \simeq 1$:

$$\frac{1}{R} \simeq |\text{grad } n| \qquad (22)^*$$

Il en résulte que dans une région où le gradient d'indice est constant, les rayons ont une courbure constante. Pour l'atmosphère "moyenne" dont le gradient d'indice est - 40 unités N/km**, la courbure des rayons est $\frac{1}{R} = 4.10^{-5}$ km^{-1} alors que celle de la terre est $\frac{1}{6370} = 1{,}57\ 10^{-4}$ km^{-1} : les rayons sont moins courbés que la terre (concavité vers le haut dans la représentation terre plate). Les rayons deviennent concentriques à la surface de la Terre pour une courbure de $1{,}57\ 10^{-4}$ km^{-1}, soit un gradient d'indice de - 157 unités N/km. Lorsqu'il existe une couche à gradient encore plus négatif, elle réfracte vers le sol les rayons provenant d'en dessous, et il peut y avoir guidage des ondes (cette situation se traduit par un gradient négatif $\frac{dM}{dz}$ du module de réfraction). On dit alors qu'il y a une couche d'inversion.

La façon de rechercher les situations de trajets multiples par tracé de rayons à partir d'un modèle d'indice de réfraction est bien décrite par WEBSTER (1982) (Fig. 7). On se donne le modèle d'indice de réfraction (fig. 7a), la distance émetteur - plan de réception, et la hauteur de réception. On trace alors un ensemble de rayons en faisant varier avec un petit pas l'angle de départ. Un simple tracé (fig. 7b) permet de localiser les régions à trajets multiples ou simples. On peut alors tracer en fonction de l'angle de départ les altitudes d'arrivée, longueur de phase du trajet, angle d'arrivée et amplitude des rayons (figures 7c). Si enfin on se fixe la hauteur de réception, on obtient par rappel sur ces courbes le nombre de rayons et leurs caractéristiques. Celles-ci peuvent également être tracées en fonction de la hauteur du récepteur (fig. 7d).

* *De plus, (20) montre que le rayon tourne vers la région des indices croissants.*

** *Lorsque le gradient d'indice est inférieur (respectivement supérieur), on parle de superréfraction (infraréfraction).*

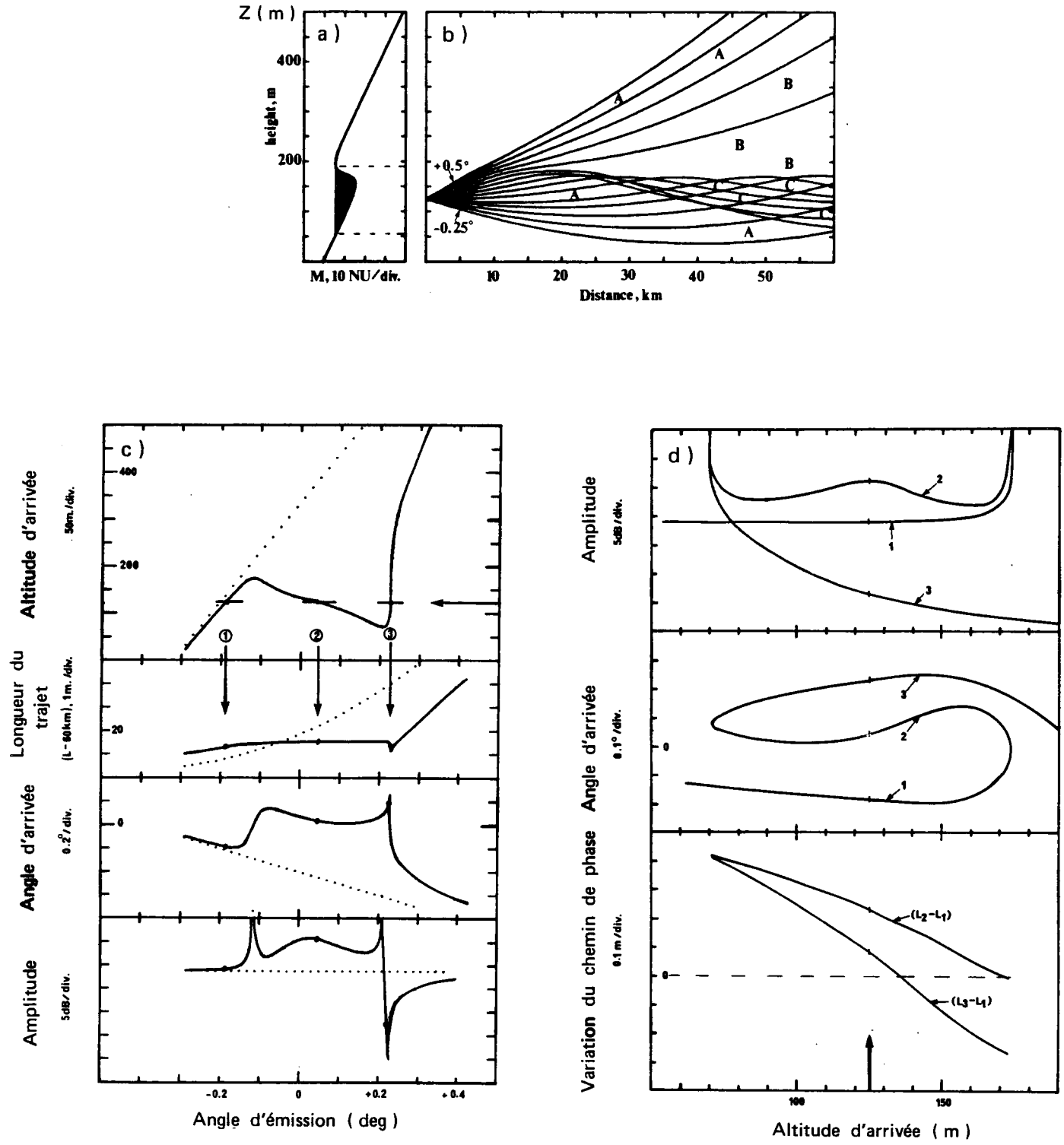


Figure 7.7. Analyse d'une situation radiométéorologique par tracé de rayons (WEBSTER, 1982).

a) Profil d'indice, ne dépendant que de l'altitude

b) Tracé de rayons

c) Paramètres du rayon (altitude d'arrivée, trajet, angle d'arrivée, amplitude) en fonction de l'angle d'incidence

d) Paramètres des rayons reçus en fonction de l'altitude de réception. Ces courbes se déduisent de celles de 7c) par les rappels symbolisés par les flèches 1 , 2 et 3.

Si l'altitude, l'angle d'arrivée et l'amplitude des rayons sont obtenus correctement, il n'en va pas de même des différences de phase entre rayons. Celles-ci ne pourraient être évaluées que si les trajets (longs d'environ 10^6 longueurs d'onde) étaient calculés avec une précision absolue de l'ordre de 10^{-2} longueurs d'onde, soit une précision relative de mieux que 10^{-8} qui est évidemment exclue. Une méthode en vue de surmonter ce problème consiste à calculer les différences de phases de proche en proche entre rayons très voisins en utilisant le fait que les rayons sont orthogonaux aux plans d'égale phase (HARTREE et al, 1946).

Il n'est pas question de donner ici une liste exhaustive des auteurs ayant réalisé un programme de tracés de rayons. Nous en citerons certains en présentant les résultats obtenus au § 7.4. Un article précurseur est celui de HARTREE et al (1946). Deux références récentes sont DAVIES et EVANS (1981) et SHKAROFSKY et NICKERSON (1982).

7.4. Modèles de trajets multiples

7.4.1. Généralités

La propagation des ondes électromagnétiques dépendant du gradient de l'indice de réfraction, c'est dans celui-ci qu'il faut rechercher la cause des situations de trajets multiples, ou plus généralement d'affaiblissements sélectifs.

En dernière analyse, les modèles élaborés ne peuvent être validés que par comparaison avec des données expérimentales : nous ne considérons pas cet aspect des choses dans ce paragraphe et nous nous contentons de présenter les divers types de modèles qui ont été proposés.

Il apparait dès l'abord qu'une classification de ces nombreux modèles n'est pas chose facile : cela provient de ce que l'on peut considérer les choses de divers points de vue qui conduisent à des classifications ne se recouvrant pas.

Dans un modèle explicatif, on remplace les situations météorologiques réelles complexes par des schématisations simplifiées. En particulier, on

se limite le plus souvent à un indice ne dépendant que de l'altitude. Partant du modèle d'atmosphère moyen, avec un gradient constant dN/dz = - 40 N/km, les modèles les plus simples consistent en l'introduction de tranches d'altitude à gradient d'indice différent : couches d'inversion, soit au voisinage du sol, soit en altitude ; couche à gradient d'indice positif au voisinage du sol. Si une classification des situations d'après la structure du profil d'indice parait raisonnable du point de vue de la physique du milieu, elle ne l'est pas totalement du point de vue de la propagation. En effet, la nature des phénomènes observés dépend à la fois de la structure de l'indice et de la position relative de l'émetteur et du récepteur par rapport à celle-ci.

A titre d'exemple, on montre figure 8 les situations obtenues, par simulation, avec une même structure d'indice (couche réfractante entre 90 et 130 m) en fonction de l'altitude de l'émetteur. On constate que le résultat (présence de trajets multiples, réflexions par le sol, régions de focalisation, etc.) dépend de manière importante de ce paramètre, et que la façon dont est affecté le signal reçu dépend également dans chaque cas de la position du récepteur.

Une deuxième façon de classer les situations pourra ainsi se fonder sur les mécanismes de propagation en cause (VOGE, 1954 ; DOUGHERTY, 1968). On distinguera d'abord les effets d'affaiblissement (défocalisation par une couche d'inversion élevée ; zone d'ombre créée par une couche d'inversion de surface ; création d'obstruction par une couche au sol infraréfractive) des effets d'interférence (réflexions sur le sol par une couche d'inversion au sol ; réfraction sur une couche d'inversion élevée ; réfraction sur une couche à gradient positif près du sol ; réflexions partielles ou totales sur des feuillets atmosphériques lorsque la variation d'indice est trop rapide pour que la théorie des rayons reste applicable).

Mises à part les situations de propagation guidée dans un conduit, tous les modèles décrits ci-dessus conduisent à un nombre restreint de trajets, même si l'on tient compte de la possibilité de présence simultanée de plusieurs mécanismes (couches d'inversion multiples ; couche d'inversion élevée et réflexion sur le sol par exemple).

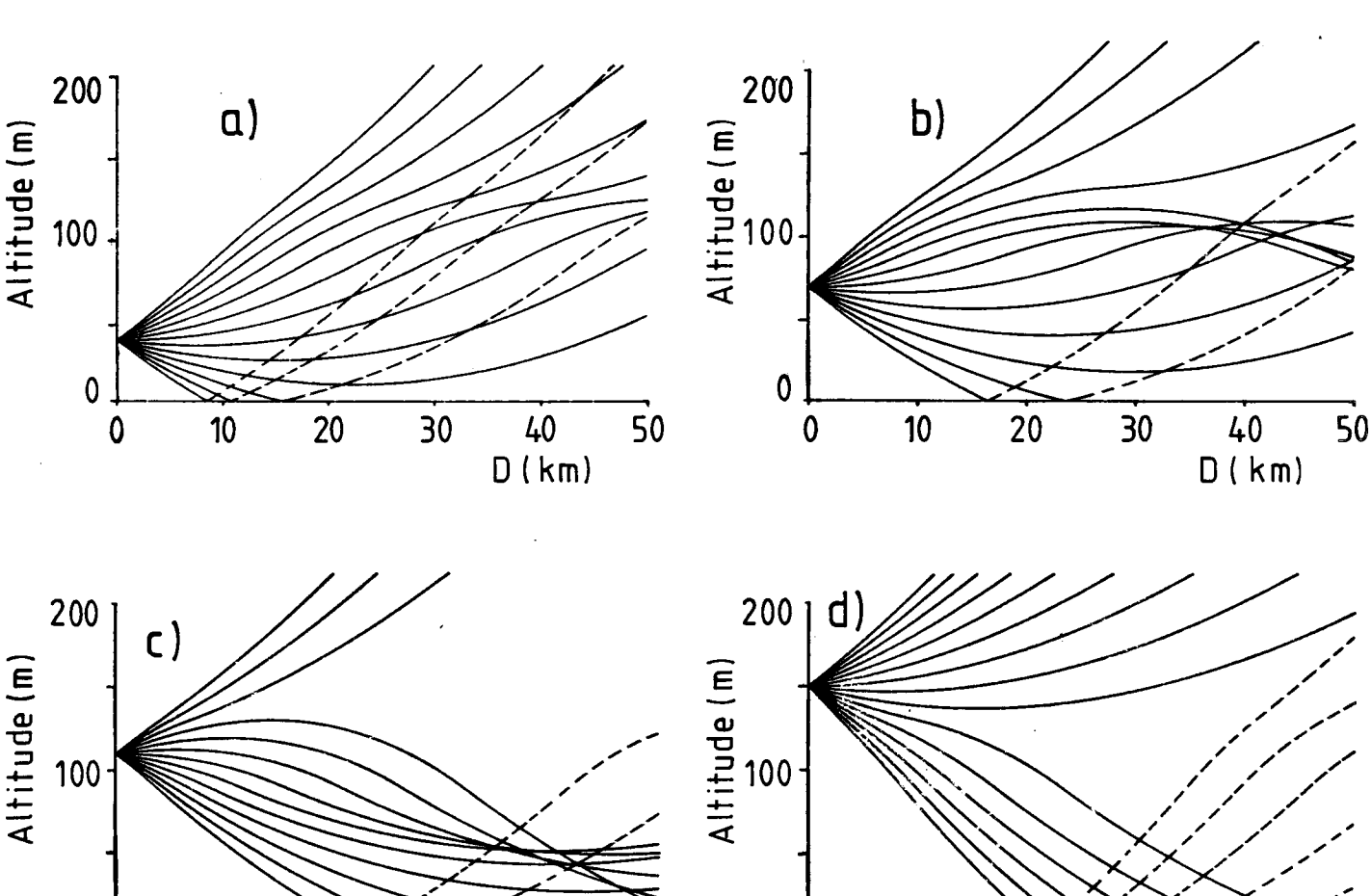


Figure 7.8. Influence de la position relative de la liaison et d'une structure perturbée de l'indice de réfraction.

Couche réfractante entre 90 et 130 m.

a) Liaison à 40 m
b) Liaison à 70 m
c) Liaison à 105 m
d) Liaison à 150 m.

En fait, ces mécanismes constituent ce que VOGE (1954) appelle les fadings primaires et ils sont à l'origine des rayons principaux. Lorsque la combinaison de ces rayons principaux est telle que le champ résultant se trouve réduit de 15 à 20 dB, les nombreuses composantes de faibles amplitudes qui existent toujours du fait des hétérogénéités de l'atmosphère, des réflexions spéculaires ou diffuses sur les irrégularités de terrain, de la turbulence atmosphérique, ... ne peuvent plus être négligées et sont alors la cause de ce que VOGE nomme fadings secondaires*. Cette interprétation, qui amène à considérer un très grand nombre de rayons lorsque l'affaiblissement primaire dépasse un certain seuil est en bon accord avec l'observation dans les mêmes conditions des lois de distribution de Rayleigh ou de Rice-Nakagami.

7.4.2. Réfraction par des couches d'inversion

1° Généralités

Le modèle le plus simple est celui où l'on superpose à une atmosphère moyenne une couche réfractante caractérisée par un gradient d'indice inférieur à - 157 unités N/km. Ce modèle a l'avantage de permettre une solution analytique. La généralisation sous forme d'un profil d'indice variant linéairement par intervalles (atmosphère stratifiée) permet de décrire des profils expérimentaux.

La figure 9 schématise le modèle à une couche réfractante, et permet d'en définir les paramètres :

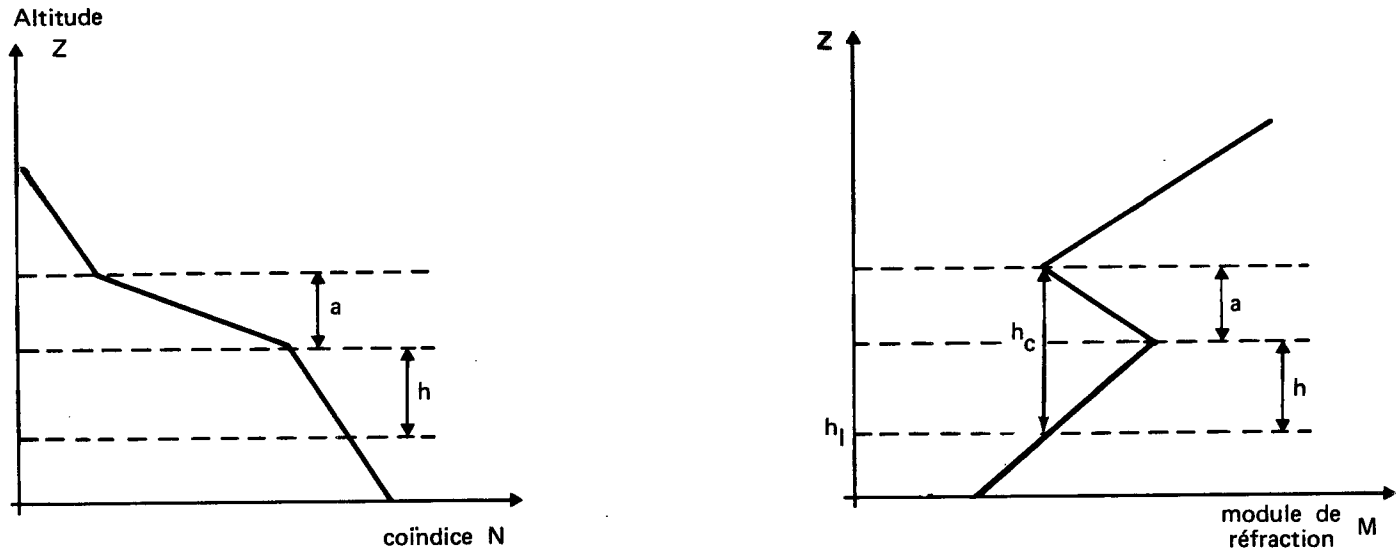
- hauteur de la couche au-dessus de la liaison h
- épaisseur de la couche a
- gradient dans la couche.

A une couche d'inversion correspond un conduit de guidage, région telle qu'une partie des ondes qui y sont émises ne peuvent s'en échapper. L'épaisseur du conduit de guidage associé est plus large que celle de la couche réfractante source et se voit mieux sur le profil d'indice modifié (fig. 9b).

2° Etudes analytiques

Des calculs analytiques sur le modèle à couche réfractante se trouvent chez IKEGAMI (1967), RUTHROFF (1971) et PICKERING et DE ROSA (1979).

* *Ces considérations ont été appliquées à l'interprétation de données expérimentales par DU CASTEL (1957).*
L'interprétation la plus simple du modèle de BOITHIAS (§ 4.2.5.) est l'existence d'un seul rayon principal affecté par des hétérogénéités le long du trajet.



a) Représentation de l'indice

h_e : hauteur de la liaison

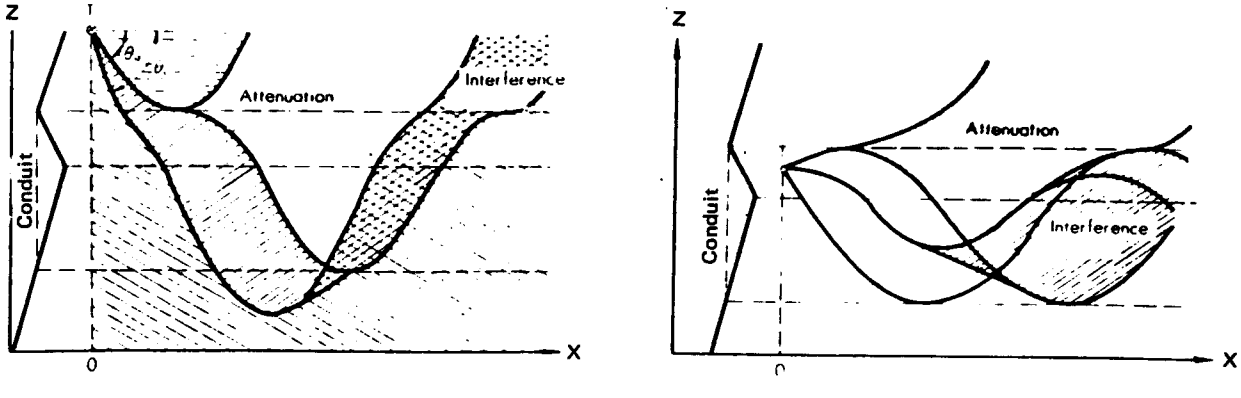
h : hauteur de la couche au-dessus de la liaison

a : épaisseur de la couche

b) Représentation de l'indice modifié

h_c : épaisseur du conduit de guidage associé à la couche superréfractante.

Figure 7.9. : Modèle à une couche superréfractante.



a) Emetteur (T) au-dessus du conduit de guidage

b) Emetteur à l'intérieur du conduit de guidage

Figure 7.10. Régions d'interférence et d'atténuation provoquées par une couche superréfractante. Simulation par tracé de rayons (IKEGAMI, 1967).

L'étude de RUTHROFF est sans doute la plus connue, en particulier pour avoir énoncé une dépendance fonctionnelle en D^3 de la distribution d'affaiblissement avec la longueur du trajet. L'analyse se limite au cas d'une liaison horizontale (émetteur et récepteur à la même altitude) située en dessous de la couche réfractante. L'auteur utilise une géométrie sphérique et l'indice de réfraction réel. Malheureusement, il procède à des simplifications abusives qui reviennent à négliger $\frac{R}{R_o}$ devant 1, où R est le rayon de courbure du rayon sous la couche réfractante et R_o le rayon terrestre, alors que R et R_o sont a priori d'ordres de grandeur équivalents. Il en résulte que si les résultats obtenus sont probablement qualitativement corrects, les relations fonctionnelles avancées sont quant à elles des plus douteuses.

Les deux autres auteurs se ramènent en terre plate en utilisant l'indice de réfraction modifié. IKEGAMI (1967) appuie son tracé de rayons sur l'équation de Descartes développée au deuxième ordre, ce qui est probablement insuffisant pour obtenir des résultats quantitatifs précis. Les simulations obtenues montrent cependant bien l'existence simultanée de régions d'interférences, et de régions d'affaiblissement profonds (trous de propagation) lorsque l'émetteur est soit au dessus de la couche réfractante, soit à l'intérieur du conduit de guidage associé (fig. 10). A ces effets importants s'ajoutent des effets de focalisation et de défocalisation des rayons pouvant donner des variations de niveau de - 10 dB à + 10 dB et dont l'analyse montre qu'ils sont dus à la courbure du profil d'indice*.

PICKERING et DE ROSA (1979) considèrent une liaison joignant un émetteur et un récepteur spécifiés. Leur objectif est d'étendre les calculs de Ruthroff en ne se limitant plus à des émetteur et récepteur à même altitude, et en calculant l'amplitude des rayons. La méthode utilisée consiste à exprimer toutes les caractéristiques du rayon en fonction des angles à l'émission et à la réception. Ceux-ci sont ensuite déterminés par un système de deux équations se ramenant à une équation du quatrième degré en $\sin\Theta$. Il devient donc impossible** d'exprimer les résultats finals sous forme littérale, ce qui réduit d'autant l'intérêt d'une solution analytique vis à vis des simulations purement numériques que nous examinons au paragraphe suivant.

* *La nécessité de prendre en compte les effets de focalisation et de défocalisation avait déjà été soulignée par RIVET (1956).*

** *Même si une résolution algébrique des équations est théoriquement possible, les formules qui en résulteraient sont trop compliquées pour être utiles.*

3° Simulations numériques

Si une simulation numérique donne des résultats qui dépendent des valeurs des paramètres et sont donc moins généraux que ceux d'un calcul analytique, c'est la seule méthode capable d'apprécier l'effet de nombreuses situations intéressantes en pratique et on y a largement recouru. Son pouvoir explicatif s'est d'ailleurs accru parallèlement aux progrès informatiques et si les premières simulations, sur calculateurs analogiques, étaient surtout qualitatives, on obtient aujourd'hui des résultats beaucoup plus quantifiables.

S'intéressant aux perturbations affectant les communications avec les avions, WONG (1958) étudie sur calculateur analogique l'effet d'un certain nombre de configurations d'indice. Les unes sont simples : couche réfractante ; couche à gradient d'indice positif. D'autres plus complexes : alternance de couches à gradient d'indice plus négatif et moins négatif que la normale ; couche réfractante variant sinusoïdalement suivant la direction horizontale. Enfin certaines situations sont des schématisations de résultats de mesure. Dans tous les cas apparaissent des régions d'interférence et d'autres d'atténuation par défocalisation.

BARTON (1973) met en évidence l'influence de couches inclinées : une légère inclinaison des couches, en augmentant la longueur du trajet des ondes dans le conduit, en facilite le guidage.

WEBSTER (1982), se limitant à des variations verticales de l'indice, modélise une couche réfractante par une fonction de la forme :

$-\frac{\Delta N}{\pi}$ arc tg $\left[\frac{12{,}63\ (h - h_o)}{\Delta h} \right]$ les coefficients ΔN, h_o et Δh lui permettant de jouer sur l'altitude, l'épaisseur et le gradient d'indice de la couche en évitant une discontinuité de N(Z). Les résultats sont représentés figure 7, où on observe que la zone d'interférences correspond généralement dans ce modèle à l'arrivée de trois rayons dont les caractéristiques (angle d'arrivée, amplitude et trajet de phase) sont obtenues en fonction de la hauteur d'arrivée.

Dans un second article (1983), le même auteur étudie comment ces caractéristiques évoluent en fonction des paramètres du modèle ΔN, Δh et h_o, ainsi que de la longueur du trajet L. Ses résultats sont reproduits

à la figure 11. On constate qu'il n'y a trajets multiples (3 rayons) que pour une couche au-dessus de la liaison. Il y a alors généralement deux rayons d'amplitudes voisines et un troisième beaucoup plus faible. Lorsque la couche est peu en dessous de la liaison, le trajet unique peut connaître de fortes variations d'amplitude (figure 11c).

7.4.3. Réflexions par des irrégularités

Dans les années 60, l'intérêt porté à la propagation au-delà de l'horizon a conduit à élaborer la théorie des réflexions partielles sur des feuillets atmosphériques, que l'on trouvera développée par exemple dans la série d'articles par Du CASTEL, MISME, SPIZZICHINO et VOGE (de 1958 à 1960).

Assez curieusement, il n'a pratiquement pas été fait appel à cette explication pour les trajets multiples en visibilité, si ce n'est par FIMBEL et MISME (1975). Ceux-ci font l'hypothèse que le mécanisme des trajets multiples est la réflexion des ondes sur un grand nombre de feuillets qu'ils supposent plans et quasi horizontaux. Le calcul conduit à distinguer des petits feuillets et des feuillets moyens suivant que $l \ll \sqrt{\lambda D}$ ou $l \gg \sqrt{\lambda D}$

où l est la dimension caractéristique des feuillets
λ la longueur d'onde utilisée
D la longueur du trajet.

La puissance retransmise par ce mécanisme est proportionnelle à D pour les petits feuillets, et à D^2 pour les feuillets moyens, ce qui implique pour l'influence de la distance une loi composite. Pour aller plus avant, il faudrait connaître la distribution des tailles, la distribution en volume, et l'évolution temporelle des feuillets, ce qui n'est pas le cas. Les données expérimentales dont on dispose ne permettent d'ailleurs pas de juger du bien fondé de ce modèle.

7.5. Comparaison des données radioélectriques et des données météorologiques

Les paragraphes précédents ont montré le rôle déterminant de la structure de l'indice de réfraction sur l'apparition des situations de trajets multiples. Des mesures comparatives radioélectriques et météorologiques ont un double but :

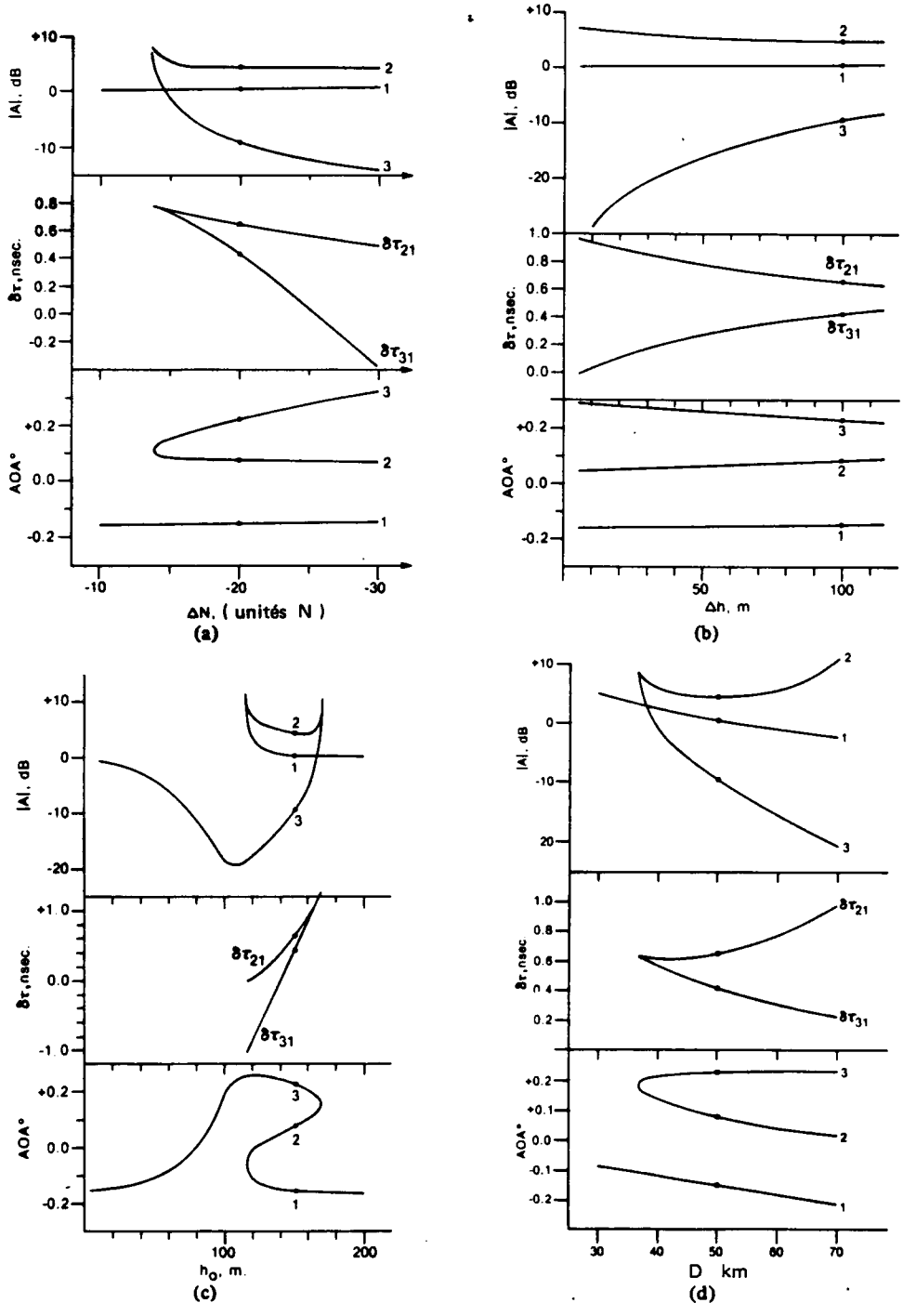


Figure 7.11. Variations de l'amplitude reçue $|A|$, du temps de retard $\delta\tau$, de l'angle d'arrivée AOA en fonction de :

a) l'intensité de la perturbation ΔN
b) l'épaisseur de la perturbation Δh
c) l'altitude de la perturbation h_o
d) la longueur du trajet D (WEBSTER, 1983)

Les rayons sont numérotés suivant leur altitude d'arrivée. L'émetteur est à 100 m.

- mettre en évidence les structures atmosphériques responsables des situations de trajets multiples effectivement observées, et vérifier en particulier la pertinence du modèle simple à couche réfractante.

- étudier les propriétés statistiques de ces structures.

Cet aspect complémentaire des deux types de mesures a été compris dès les premières études du phénomène et de nombreux auteurs ont tenté d'interpréter les données radio par des mesures météorologiques (par exemple CRAWFORD et SHARPLESS, 1946 ; UGAI, 1961 ; MEADOWS et al, 1966 ; etc). Toutefois, faute de mieux, l'on doit souvent se contenter de mesures météorologiques de routine effectuées à quelque distance de la liaison et à des intervalles de temps assez grands.

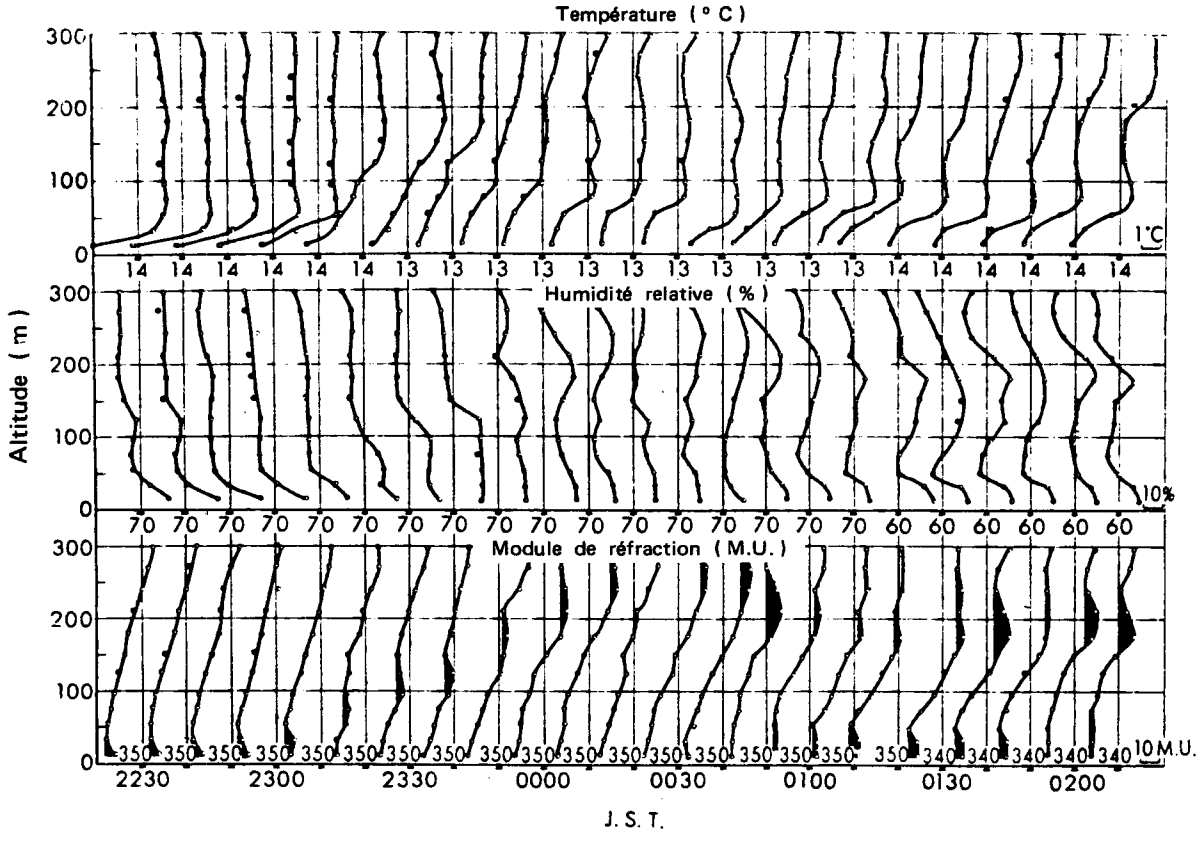
Dans ce paragraphe, nous nous bornons à décrire quelques expériences spécialement conçues dans le but d'obtenir des mesures comparatives afin d'en montrer tout l'intérêt.

Une expérience très intéressante a été réalisée au Japon en novembre 1954. Les résultats en sont résumés dans IKEGAMI (1959) et décrits avec plus de détails dans IKEGAMI et al (1966) et IKEGAMI (1967). Des mesures de température et d'humidité effectuées à 12 niveaux de la tour radio de Kawaguchi permettent de suivre l'évolution du profil d'indice entre le sol et 310 m d'altitude. Deux liaisons radio à 4 GHz (en bande étroite) partent de la même tour (antennes d'émission à 49 et 223 m d'altitude) et sont reçues au Mont-Tsukuba, à 245 m d'altitude et à 55 km de là. On a ainsi une liaison horizontale et une liaison inclinée.

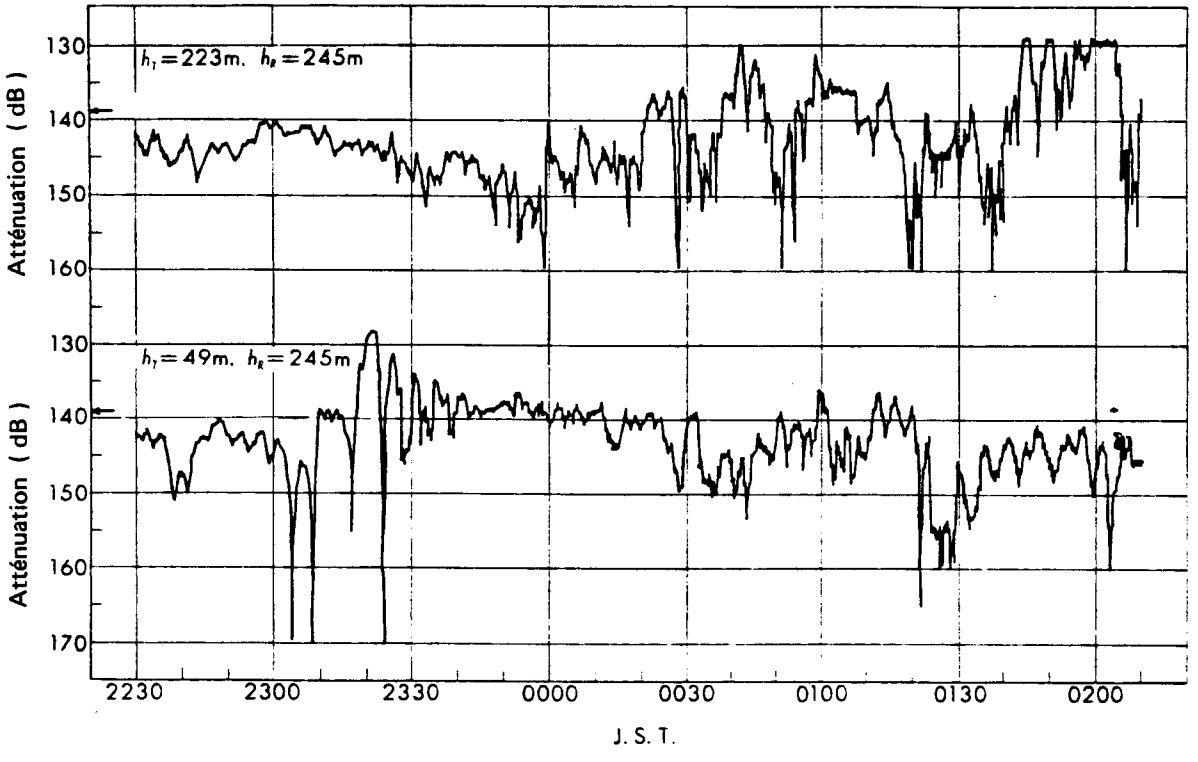
Les résultats obtenus à partir de cette expérience sont les suivants :

- On observe la formation de deux types de couches d'inversion ($\frac{dM}{dh} < 0$). Les unes se forment au niveau du sol. Elles se dissipent soit sur place, soit en montant. D'autres apparaissent à l'altitude maximum de mesure (300m) et se déplacent vers le bas.

- Il n'y a pas de corrélation instantanée entre les fadings observés sur les deux liaisons. Dans les deux cas, les fadings importants semblent liés à la présence d'une couche d'inversion au voisinage du point bas de la liaison.



a) 9 au 10 Nov. 1954



b) 9 au 10 Nov. 1954

Figure 7.12. Structure verticale de l'atmosphère et enregistrements continus du signal reçu sur les deux liaisons (IKEGAMI et al, 1966).

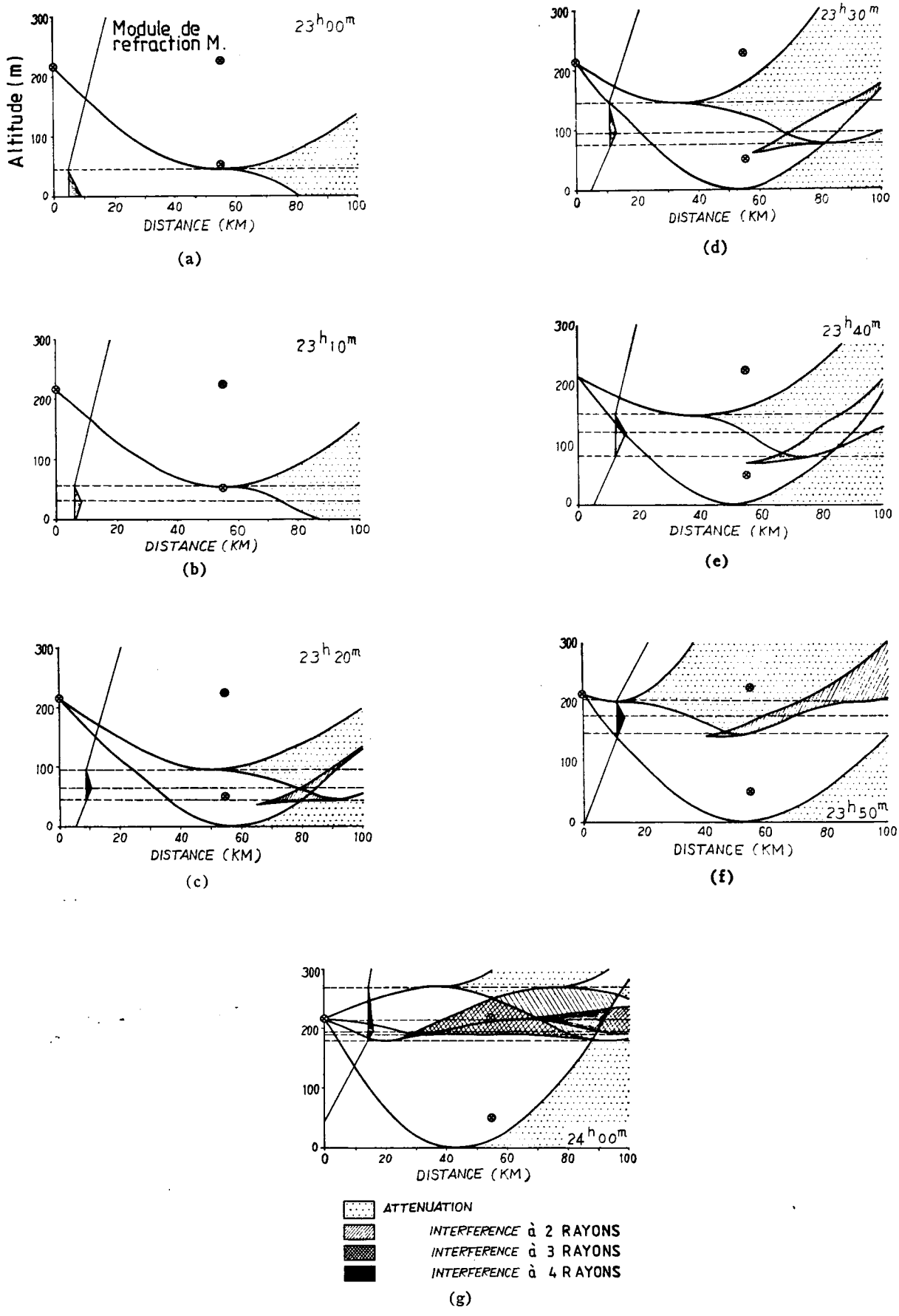


Figure 7.13. Interprétation par tracé de rayons de la situations de la figure 7.12 entre 23 heures et 24 heures (IKEGAMI, 1959).
Les positions des extrémités des deux liaisons sont symbolisées par les croix entourées d'un cercle.

- Les couches sont surtout présentes entre 16 heures et 10 heures, les couches basses apparaissant le soir (refroidissement de la terre) et les couches hautes après minuit.

- La figure 12 reproduit un événement typique pour lequel on peut suivre l'évolution en altitude de couches d'inversion et leurs effets sur les deux liaisons. L'interprétation des diverses situations, obtenue par tracé de rayons, est donnée figure 13.

L'importance des couches d'inversion et des conduits de guidage associés, pressentie par les analyses théoriques et les modélisations, se trouve ainsi établie expérimentalement . Il est donc nécessaire d'étudier les propriétés statistiques de ces structures. Cela a été fait, à partir des données japonaises disponibles, par SASAKI et AKIYAMA (1982) (plusieurs années de radiosondages en 6 stations (2 sondages par jour à 9 et 21 heures) et quelques campagnes de mesures dans les 100 premiers mètres), mais les résultats présentés (variations saisonnières, distribution des conduits en fonction de leur intensité ΔM), restent assez fragmentaires.

Si les mesures japonaises ne permettent pas d'apprécier l'effet des variations horizontales d'indice, la bonne concordance des résultats de mesure avec l'interprétation qu'en donne le tracé de rayons laisse penser qu'il est assez faible pour la situation considérée. Ce n'est toutefois pas toujours le cas. Des exemples de situations où la structure de l'indice s'écarte beaucoup d'une stratification horizontale ont été obtenus lors de l'expérience menée par le CNET sur la liaison La Punta - Mont Agel entre la Corse et le continent (CHAVANCE et al, 1954). Des mesures d'indice ont été réalisées à l'aide d'un psychromètre embarqué sur un avion qui effectuait des trajets en dent de scie entre 30 m et 1000 m d'altitude, couvrant la longueur de la liaison en moins d'une heure un quart. La figure 14 montre un cas de situation non perturbée, et deux situations modérément et fortement perturbées avec créations de noyaux d'inversion. Ces situations, accompagnées au surplus de forte turbulence, correspondent à des fadings importants sur la liaison ;

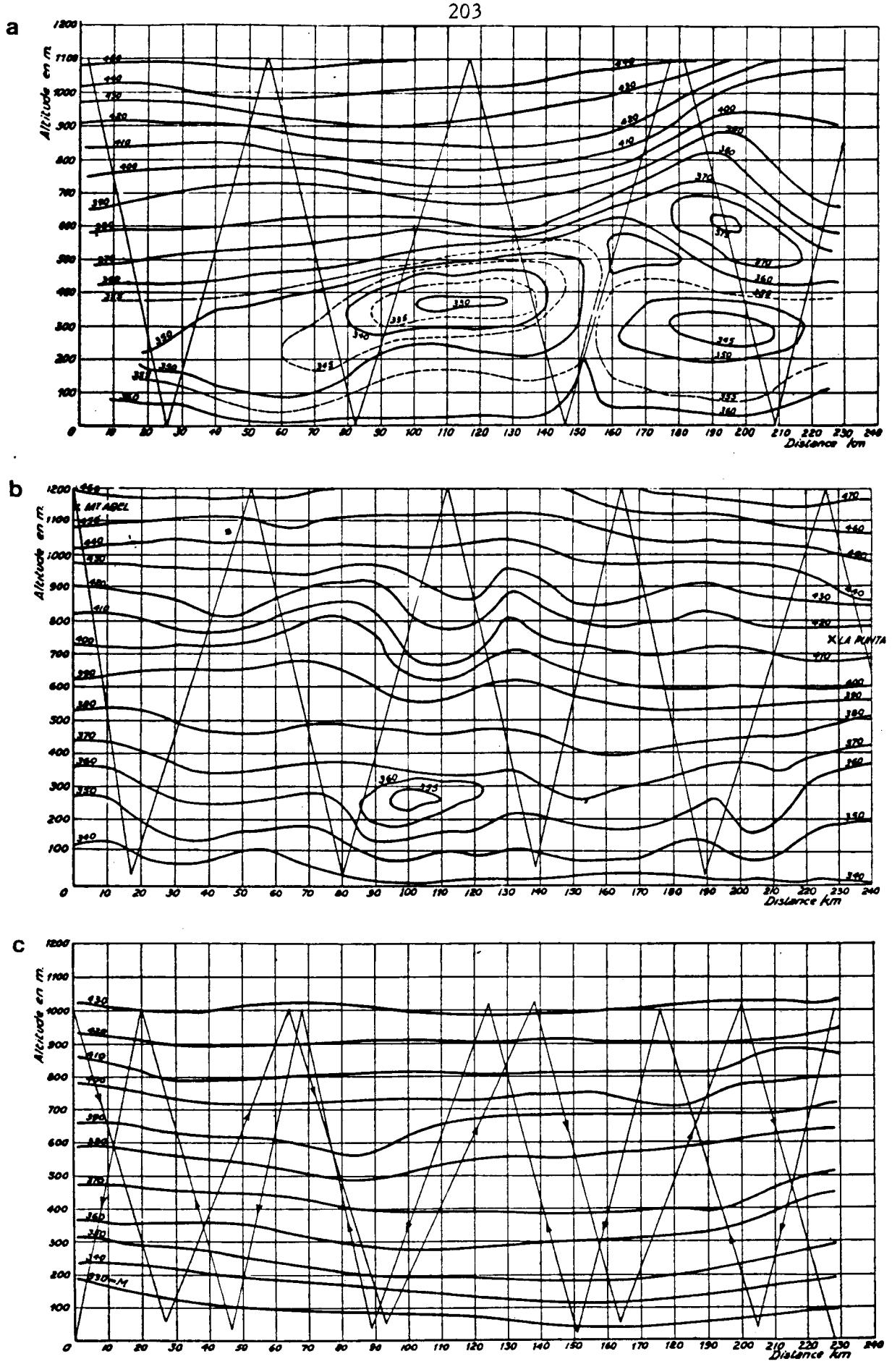


Figure 7.14. : Divers types de structures de l'indice de réfraction observés au cours de l'étude de la liaison La Punta - Mont Agel (CHAVANCE et al, 1954).
a. Situation fortement perturbée - **b.** Situation modérément perturbée - **c.** Situation normale.

une interprétation quantitative est donc assez délicate. Toutefois, la classification en périodes calmes, modérément perturbées et très perturbées conduit à des distributions des niveaux nettement différenciées. Remarquons que cette étude concerne une liaison longue (>200 km), avec des émetteurs et récepteurs à grande hauteur, et au-dessus de la mer.

La comparaison des résultats présentés montre que les structures d'indice responsables des situations de trajets multiples dépendent notablement de la nature de la liaison (tant orographique que climatologique) et qu'il serait utile de disposer de mesures radio et météorologiques associées sur un plus grand nombre de liaisons couvrant les diverses situations rencontrées en pratique.

Un autre objectif des études comparatives radio-météorologiques est la recherche des paramètres météorologiques pertinents pour prévoir l'occurrence de trajets multiples. Un premier résultat en ce sens, obtenu à partir de mesures dans la région de Palmetto (Georgie), est rapporté par SCHIAVONE (1981 a). La région considérée présente deux régimes climatiques distincts, un régime subtropical en été, et un régime tempéré en automne. L'occurrence des trajets multiples diffère suivant la saison : quasiment quotidienne dans la saison subtropicale ; par périodes distinctes de 2 à 3 jours en saison tempérée. L'auteur rapporte qu'en période subtropicale l'apparition de fadings profonds (plus de 12 dB sur une liaison en diversité) est bien corrélée à l'existence d'un gradient moyen positif (> + 2°C/100 m) de la température nocturne entre 40 et 100 m alors qu'en régime tempéré le paramètre pertinent semble être la direction du vent au niveau de pression 500 mb (fadings profonds correspondant à un vent de nord ouest). Les résultats sont illustrés par les courbes de la figure 15. Ils montrent la possibilité de prévoir l'apparition de trajets multiples à partir de paramètres météorologiques simples, mais ceux-ci ne peuvent être généraux et dépendent de la situation météorologique particulière à la liaison considérée.

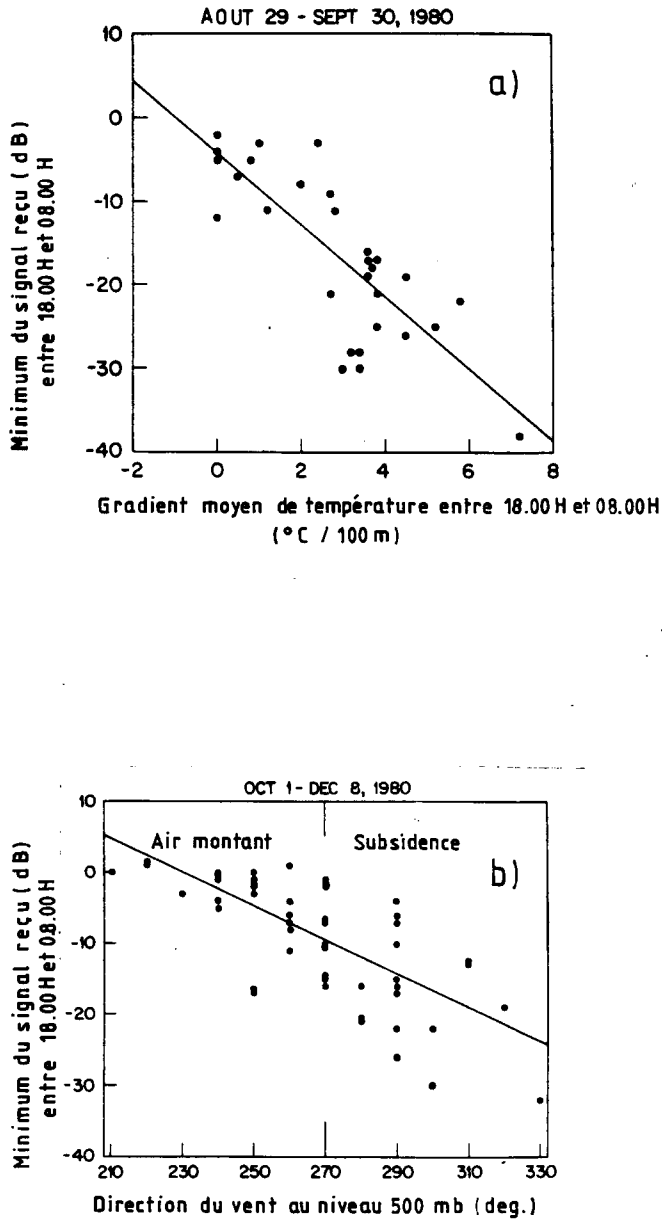


Figure 7.15. Relations entre fadings profonds et paramètres météorologiques (SCHIAVONE, 1981a).

a) Minimum nocturne du signal sur OMAHA-PALMETTO (en diversité d'espace) en fonction du gradient de température moyen de la nuit (entre 40 et 100m). Période d'été.

b) Minimum nocturne du signal sur OMAHA-PALMETTO (en diversité d'espace) en fonction de la direction du vent au niveau de pression 500 mb. Période d'automne.

7.6. Observations de l'atmosphère par radar et sodar

La mesure directe du profil d'indice est naturellement celle qui répond le mieux aux préoccupations du radioélectricien. Avec les progrès de la technique se sont également développés des moyens de surveillance à distance du milieu donnant une excellente résolution tant spatiale que temporelle, les sondages par radar ou sodar. Il est donc bon de dire quelques mots de ces moyens de mesure nouveaux qui pourraient être appelés à se développer. Le principal problème posé par leur emploi est l'interprétation des mesures qui reste très largement qualitative.

7.6.1. Observations par radar

L'emploi des radars dans la recherche atmosphérique n'est pas nouveau. On en trouvera un historique ainsi qu'une description des diverses utilisations par exemple chez JAMES (1980) et CHADWICK et GOSSARD (1983). Mis à part les sources ponctuelles (insectes ou oiseaux) les échos radars peuvent être dus à deux mécanismes : diffusion par des hétérogénéités de l'indice de réfraction d'échelle $\lambda/2$, (λ étant la longueur d'onde du radar), ou réflexion partielle par des couches stables dont la limite présente un fort gradient d'indice (cf SAXTON et al, 1961 ; GAGE et BALSLEY, 1980).

Deux types d'appareils peuvent être utilisés, le radar classique à impulsions et le radar FM-CW à fonctionnement continu : dans celui-ci, la fréquence émise varie linéairement avec le temps et la distance de la cible est obtenue à partir de la différence entre fréquence émise et fréquence reçue. L'avantage du radar FM-CW est l'absence du temps d'occultation à l'émission, ce qui lui permet d'effectuer des mesures à très faible distance.

L'un et l'autre type de radar peuvent utiliser une mesure Doppler pour estimer la vitesse de la cible.

Lorsque le signal reçu est dû à des hétérogénéités d'indice, la réflectivité est proportionnelle au coefficient de structure C_n^{2} * qui décrit les fluctuations d'indice. On peut ainsi mettre en évidence les différences entre

* *C_n^2 est la valeur quadratique moyenne de la différence d'indice de réfraction entre deux points distants d'un mètre.*

régions plus ou moins turbulentes et observer, par exemple, des structures convectives ou des passages de front. Ces renseignements sont très importants pour une modélisation de la dynamique de l'atmosphère mais n'ont pas un lien direct évident avec les conditions de propagation.

Les échos dus à des réflexions partielles donnent directement accès à l'existence et à l'altitude des couches réfractantes mais ne permettent pas d'avoir le profil d'indice. Toutefois, NOONKESTER et RICHTER (1980) montrent que si l'on dispose d'un profil initial et de mesures au sol les observations radar sur l'évolution de l'altitude d'une couche, jointes à un modèle simple, permettent de prévoir assez bien l'évolution du profil d'indice.

7.6.2. Observations par sodar

Le fonctionnement d'un sodar est tout à fait similaire à celui d'un radar mis à part l'emploi d'ondes acoustiques à la place des ondes électromagnétiques. La mise en oeuvre est plus facile que celle d'un radar, du fait d'un appareillage plus léger et moins couteux. Les ondes acoustiques sont plus absorbées par l'atmosphère que les ondes électromagnétiques mais cela n'est pas génant lorsqu'on s'intéresse aux premières centaines de mètres.

Comme pour le radar, l'énergie est rétrodiffusée par des hétérogénéités d'indice ou réfléchie par des couches à fort gradient. On peut également effectuer des mesures Doppler. Toutefois, l'indice à prendre en compte est celui des ondes sonores dans l'air, qui dépend essentiellement de la vitesse du vent et de la température, mais fort peu de l'humidité. De ce fait, les mesures par sodar donnent essentiellement sur la structure thermique de l'atmosphère l'information que le radar fournit sur celle de l'indice de réfraction.

Le fonctionnement du sodar est décrit par LITTLE (1969), et des résultats de mesures donnant les principales structures observées par Mc ALLISTER et al (1969). Il avait été suggéré qu'un sodar multifréquence donnerait accès aux profils de température et d'humidité mais l'étude de faisabilité effectuée par Van GRUNDERBECK (1976) aboutit à une conclusion négative.

Les quelques résultats d'expériences mettant en oeuvre des sodars et des mesures radioélectriques (NILSSON, 1977 ; MON et al, 1980 ; MON et MAY-RARGUE, 1981) indiquent une forte corrélation entre occurrence de fadings profonds et observations de couches réfléchissantes stables au dessous de la liaison sur les échogrammes. On pense que ces situations traduisent la présence de couches réfractantes associées à des inversions de température (existence d'une couche dans laquelle la température croit avec l'altitude) s'accompagnant d'un fractionnement de l'atmosphère en zones stables et convectives. Toutefois, ces situations ne sont pas les seules donnant naissance à des échos sodar (ESTIVAL et AUBRY, 1976) et dans chaque cas, il convient de procéder à une interprétation prudente faisant appel aux informations dont on peut disposer par ailleurs.

7.6.3. Discussion

Les sondages à distance par radar et sodar se développent. Les données obtenues sont très précises mais d'une interprétation délicate. A l'heure actuelle, il ne semble pas qu'elles permettent de se passer de mesures météorologiques plus classiques. Si les échogrammes donnent des détails fins de l'état de l'atmosphère, leur interprétation est facilitée par une connaissance de la situation météorologique globale. Il semblerait que ce type de mesures soit plus utile dans l'analyse de la dynamique du milieu que dans l'étude de la propagation des ondes. Toutefois, la bonne corrélation obtenue avec les événements de propagation peut conduire à modérer quelque peu nos conclusions. Sans doute est-il trop tôt pour conclure définitivement sur l'utilité des sondages radar et sodar et faut-il attendre que davantage de mesures comparatives permettent des progrès dans la physique de la mesure d'une part, dans les relations entre microstructure et comportement macroscopique du milieu d'autre part.

7.7. Un exemple de modèle prédictif

A côté de son intérêt théorique, un objectif pratique des études de radiométéorologie est d'aboutir à la construction de modèles météorologiques permettant des prévisions quantitatives concernant la coupure d'une liaison spécifiée par des perturbations d'un type donné. Cela n'a pas encore été réalisé pour les situations de trajets multiples. Par contre un modèle de ce

genre a été établi par SCHIAVONE (1981 b) pour l'apparition de fading par obstruction sur les liaisons aux Etats-Unis. Nous décrivons ce modèle avec quelque détail afin d'en bien faire ressortir la méthodologie.

La première étape est une compréhension de la physique du phénomène. Cela permet dans une seconde étape de sélectionner les paramètres météorologiques pertinents, en nombre aussi réduit que possible. La troisième étape consiste, à l'aide des liaisons pour lesquelles on a des données, à achever la modélisation.

Dans le problème étudié par SCHIAVONE, le fading par obstruction, la cause du phénomène est la présence d'un gradient positif d'indice dans les basses couches de l'atmosphère (les 100 premiers mètres), lui-même dû à un gradient positif d'humidité.

La première étape consiste à rechercher l'origine physique des gradients d'humidité. Ceux-ci ne peuvent s'établir que la nuit, lorsque de l'air humide arrive au-dessus d'une couche de surface relativement sèche et stable. Deux modèles différents sont alors développés suivant que la liaison considérée est ou non au voisinage d'une grande masse d'eau qui sert de source d'humidité.

La seconde étape est l'identification des paramètres pertinents. Dans le cas où la source d'humidité est connue (océan ou grand lac), ceux-ci sont au nombre de six :

a) - probabilité d'une inversion de température entre 0 et 100 m (nécessaire à l'existence d'une couche stable),

b) - facteur d'homogénéité de l'air le long de la liaison (qui dépend lui-même du relief et du type de la liaison),

c) - distance à la source d'humidité,

d) - direction du vent (qui doit amener l'air humide au-dessus de la liaison),

e) - capacité en humidité de l'air humide,

f) - contenu en humidité de la couche de surface (déduit de l'indice d'humidité du sol).

Pour les autres régions, les facteurs c et d sont regroupés en un seul.

La troisième étape consiste à partir des statistiques de gradients d'indice et à en modéliser la partie correspondant à des gradients positifs à l'aide des paramètres retenus. En pratique, l'auteur assimile la loi de distribution à une gaussienne, dont la moyenne ne dépend que du lieu et dont l'écart type est une fonction des six (ou cinq) paramètres du modèle.

La figure 16 donne pour 17 stations les valeurs, mesurées et déduites du modèle, de la probabilité d'un gradient supérieur à 100 N/km. Les quatres points qui ne satisfont pas au modèle sont attribués à des conditions locales particulières (bord d'une montagne, régime de vent particulier, grande agglomération urbaine).

La dernière étape consiste à passer, pour une liaison donnée, des probabilités de gradients d'indice positifs à celles d'obstruction. La procédure de calcul, qui permet au surplus de choisir la hauteur d'antenne pour remédier au problème, est exposée par VIGANTS (1981b).

Il nous parait que le même type de travail que celui fait par SCHIAVONE et VIGANTS devrait être tenté pour les situations de trajets multiples. Sans doute la tâche est-elle plus difficile, du fait de la variété plus grande des causes physiques : il est clair que celles-ci doivent être identifiées et séparées, selon la région d'intérêt, et que l'on ne peut se contenter de statistiques globales. Mais en cas d'aboutissement, le progrès serait considérable.

7.8. Etudes théoriques de physique du milieu

Dans les paragraphes précédents, nous avons énoncé les relations existant entre l'indice de réfraction radioélectrique d'une part, les variables météorologiques que sont la température, l'humidité et la pression d'autre part, et décrit les structures d'indice conduisant à des situations de propagation par trajets multiples. L'étape suivante dans la compréhension du phénomène consiste à étudier les processus physiques conduisant à ces situations. C'est évidemment la façon la plus satisfaisante pour prévoir les perturbations qui pourraient affecter une liaison dont on connait les paramètres d'environnement. On se trouve toutefois confronté à un problème physique difficile.

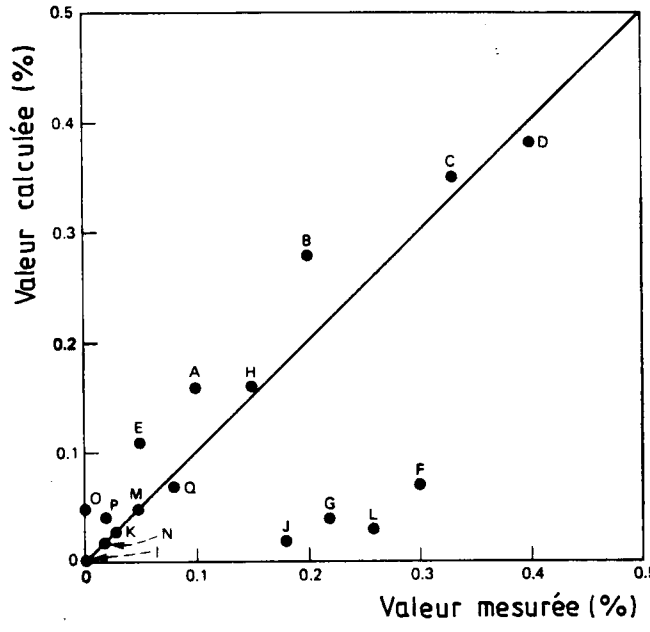


Figure 7.16. Comparaison des résultats du modèle avec les mesures de SAMSON pour 17 stations américaines. On a tracé les probabilités cumulées d'un gradient supérieur à 100 unités N/km (SCHIAVONE, 1981 b).

Les stations sont identifiées par une lettre suivant le tableau ci-dessous.

Symbole	Station	Nombre d'observations	Symbole	Station	Nombre d'observations
A	Atlanta (Georgie)	880	J	Long Beach (Californie	880
B	Brownsville (Texas)	880	K	Miami (Floride)	880
C	Charleston (Caroline du Sud)	880	L	New York (New-York)	880
D	Cocoa Beach (Floride)	1280	M	Oakland (Californie)	850
E	Columbia (Montana)	880	N	San Diégo (Californie)	880
F	Denver (Colorado)	880	O	Seattle (Washington)	880
G	El Paso (Texas)	1280	P	Tatoosh Island (Washington)	880
H	Joliet (Illinois)	360	Q	Washington (DC)	840
I	Key West (Floride)	850			

Il s'agit en effet de comprendre le comportement de l'atmosphère dans ses premières centaines de mètres d'altitude, autrement dit dans une partie de la couche planétaire atmosphérique. La situation est dominée par les échanges de quantité de mouvement, d'énergie et d'humidité entre le sol et l'atmosphère, cette dernière constituée d'un fluide visqueux en mouvement turbulent. Le fait que la théorie des fluides turbulents ne soit pas encore établie de manière parfaitement satisfaisante ne simplifie évidemment pas la tâche.

Il n'est pas question de détailler ici les théories concernées qui font l'objet de travaux actuels actifs mais supposeraient des développements de mécanique des fluides et de turbulence. Une description relativement simple des problèmes peut-être trouvée avec un point de vue de météorologiste dans MUNN (1966) et une approche plus radioélectrique dans le chapitre 3 de KERR (1951). Ces deux ouvrages sont un peu anciens. Des considérations plus récentes se trouvent dans les articles de GOSSARD (1981) et de SCHIAVONE (1982). Un modèle simple d'évolution de l'indice, que nous ne pouvons discuter dans le cadre de cette note, est présenté par ANDRIANOV (1982). Enfin, l'ouvrage de TENNEKES et LUMLEY (1972) permet un premier contact avec les théories de la turbulence.

8. TRAJETS MULTIPLES ET SYSTEMES DE COMMUNICATIONS

8.1. Introduction

L'intérêt suscité par les situations de trajets multiples, les programmes expérimentaux longs et coûteux mis en place en divers pays pour les étudier, ne sont pas le résultat de la simple curiosité. Ces situations constituent en effet la cause principale de perturbation pour les liaisons numériques à grand débit qui sont en cours d'implantation. On dispose certes de dispositifs correcteurs capables de surmonter les difficultés dans la majorité des cas mais ceux-ci sont extrêmement coûteux. On conçoit donc tout l'intérêt d'une étude en profondeur du phénomène qui puisse permettre l'établissement de modèles de prévision fiables de la qualité des liaisons nécessaires à la définition des dispositifs correcteurs pour chaque bond hertzien.

La connaissance de la fonction de transfert du canal de propagation permet en théorie de déduire son effet sur un système défini. Un bon modèle de représentation du canal de transmission est donc indispensable. Son établissement fait l'objet des travaux que nous avons décrits dans les chapitres précédents.

Le résultat observé sur une liaison particulière dépend aussi des équipements : il s'agit d'évaluer l'importance des perturbations dont seront affectées les liaisons en fonction de leur fréquence, du type de modulation, du débit, etc....

Avant toute analyse du problème, il convient de définir une mesure de performance de la liaison et un objectif de qualité à vérifier. Pour les liaisons analogiques, en bande étroite, la mesure de performance est habituellement le rapport signal/bruit ou porteuse/bruit. Dans le cas des liaisons numériques, plusieurs mesures sont utilisables, en particulier (DECINA et de JULIO, 1982) :

- le taux d'erreur par bit τ (ou probabilité de décision fausse par bit) mesuré sur une durée To. (To $\simeq$ 1 seconde)

- le pourcentage du temps pendant lequel on a $\tau \geqslant \tau_o$, où τ_o est un taux d'erreur par bit limite à partir duquel on considère la liaison comme interrompue

- le pourcentage des secondes sans erreur (EFS).

Les deux dernières quantités (mesurées sur une durée Te >> To) sont liées si les erreurs sont indépendantes. Pour un débit f (bit/s) on a sous cette hypothèse EFS = 100 x $(1 - \tau_o)^f$. Si les erreurs sont en paquets (ce qui est le cas pour les trajets multiples), le nombre de secondes sans erreurs est supérieur à ce qu'indique cette formule.

Le choix de la valeur limite τ_o dépend du type de service considéré. Pour les liaisons téléphoniques, on choisit souvent une valeur de 10^{-3}.

Une fois défini le critère de qualité souhaité, trois types d'analyse sont possibles.

L'étude théorique consiste en un calcul du taux d'erreur à partir de la forme mathématique de la fonction de transfert et d'une modélisation du récepteur. De nombreuses méthodes de calcul ont été développées, qui sont décrites par exemple par JOINDOT (1979), BATES (1981), et LEVY (1983). On est amené dans ce type d'analyse à utiliser une modélisation idéalisée du fonctionnement du récepteur. Si on veut une solution analytique, on doit également prendre un modèle très simple de canal de transmission, comme le modèle à deux rayons.

Il est important de pouvoir expérimenter le fonctionnement des équipements réels. Cela est possible en substituant au calcul théorique une expérience de simulation en laboratoire. La simulateur permet de "construire" plusieurs rayons dont le gain, le déphasage et le retard sont réglables.

Enfin, malgré tout l'intérêt des études théoriques et par simulation, on ne peut se dispenser d'expériences de terrain en vraie grandeur, ne serait ce que pour vérifier la validité des hypothèses simplificatrices introduites. Les expériences de terrain sont d'autre part la seule façon d'obtenir les statistiques de propagation indispensables aux calculs de prévision de qualité.

Une note sur les trajets multiples ne saurait être complète sans aborder leurs effets sur les liaisons, et les moyens de lutte dont on dispose. C'est la raison d'être de ce dernier chapitre qui ne prétend qu'à donner un très rapide aperçu des nombreux travaux consacrés à cet aspect du problème.

8.2. Effets sur les systèmes : généralités

8.2.1. Rôle de la sélectivité

Un affaiblissement apériodique se traduit par une diminution du rapport porteuse/bruit provoquant une augmentation du taux d'erreur dans le cas des liaisons numériques. Le rapport porteuse/bruit et le taux d'erreur sont, pour un système donné, liés par une relation fonctionnelle. Si on se fixe un taux d'erreur limite, il lui correspond un rapport porteuse/bruit à respecter. Le niveau correspondant du signal, exprimé en décibels par rapport au niveau d'espace libre, constitue la marge brute de la liaison.

En présence d'affaiblissements sélectifs la situation est beaucoup plus mauvaise et le taux d'erreur limite peut-être atteint alors que le niveau reçu reste très supérieur à la marge brute. C'est ce qu'illustre la figure 1 (GIGER et BARNETT, 1981) qui présente des résultats expérimentaux obtenus aux Etats-Unis. On voit ainsi que la cause principale de perturbation est la sélectivité en fréquence et qu'au surplus il n'y a plus de relation (sinon de corrélation) entre le rapport porteuse/bruit et le taux d'erreur. Il semblerait que, dans ce cas, la distorsion d'amplitude crête à crête dans la bande soit un meilleur indicateur (BARNETT, 1979).

8.2.2. Extensions de la notion de marge

La marge brute ne s'avérant pas utile pour décrire les situations d'affaiblissement sélectif, on a tenté de l'étendre, ce qui a conduit à définir la marge nette. Celle-ci est obtenue à partir d'une comparaison du temps de coupure et de la distribution des niveaux à fréquence fixe : plus précisément c'est le niveau d'affaiblissement qui est dépassé pendant le même pourcentage du temps que le taux d'erreur de coupure (fig. 2). Si MB et MN sont la marge brute et la marge nette d'une même liaison, on dit que les événements sélectifs entrainent une dégradation de marge

$$M = MB - MN.$$

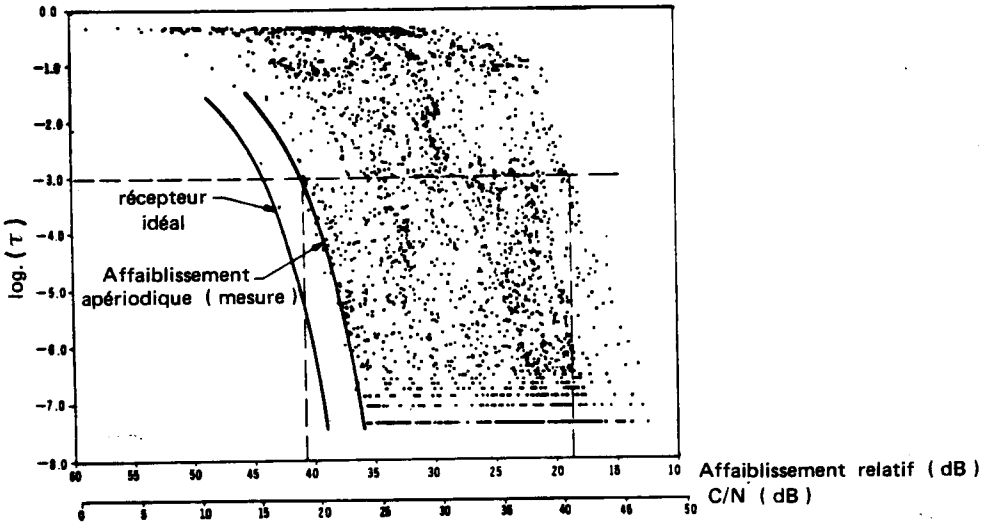


Figure 8.1. Distribution des taux d'erreur et du rapport porteuse/bruit. Liaison à 4 GHz, de débit 45 Mbit/s en modulation 8 PSK, de longueur 42 km. Observations sur 75 jours (GIGER et BARNETT, 1981).

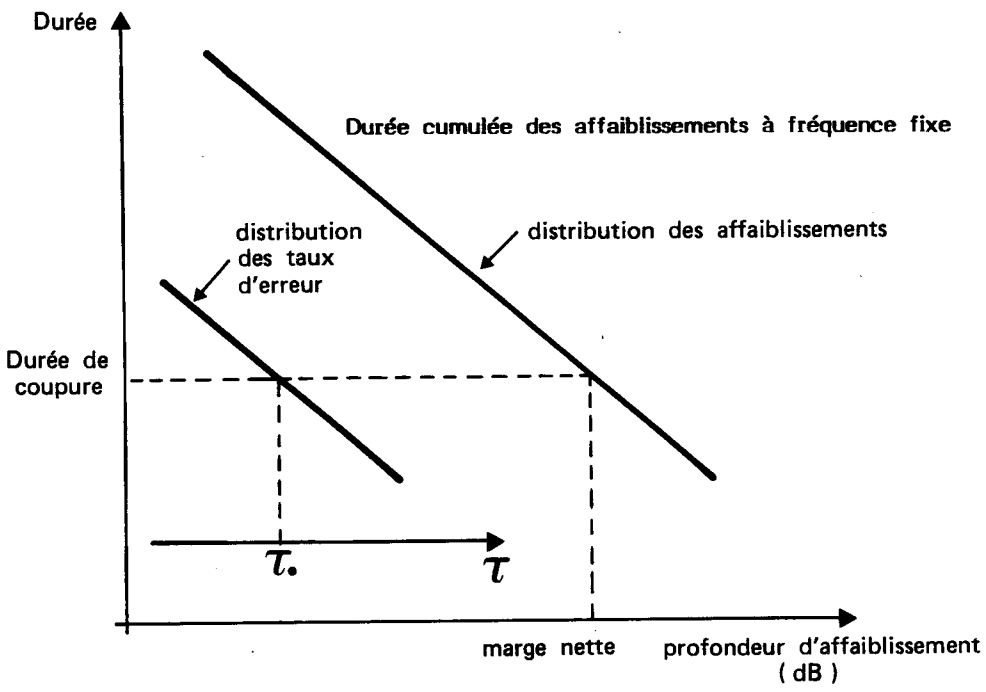


Figure 8.2. Définition de la marge nette.

L'intérêt de la notion de marge nette est de résumer la qualité d'une liaison par un seul paramètre. Il se présente au surplus de manière analogue à la marge brute que l'on est habitué à manipuler. Il nous paraît cependant que cet avantage n'est en réalité qu'apparent et que par contre la ressemblance factice introduite entre marge brute et marge nette est une cause de confusion des plus dangereuses. Précisons les causes de ce danger :

- Il faut d'abord noter que la marge nette, telle qu'elle est définie, ne représente pas l'effet d'un phénomène pur mais traduit la superposition des effets de bruit, d'interférences et d'absorption sélective. Cela amène RUMMLER (1981) à la dénommer "marge composite" et à essayer de la répartir entre ses diverses composantes (marge brute, marge dispersive, effet des brouillages.

- On peut déterminer la marge brute très facilement, soit par le calcul, si la liaison est bien définie, soit par des mesures avec un atténuateur. Au contraire, l'obtention de la marge nette sur une liaison impose de connaître la distribution des taux d'erreur, c'est-à-dire, soit de la mesurer, soit de la déduire d'un modèle statistique de fonction de transfert. Dans les deux cas, on est conduit à une mesure longue et lourde, sans possibilité d'extrapolation d'une liaison à l'autre.

- Pour une liaison donnée, les événements observés sont plus ou moins sélectifs suivant la période d'observation. Il en résulte une variation dans la marge nette mesurée qui peut atteindre plusieurs dB. Cet effet a été décrit par RANADE et GREENFIELD (1983) qui tentent d'y remédier en définissant un fading de référence auquel ils se ramènent moyennant une variation compensatoire de marge brute.

- Contrairement à la marge brute, qui croit comme la puissance émise, il n'est en général pas possible en situation d'affaiblissements sélectifs de résoudre les problèmes par une simple augmentation de la puissance émise. Cela se traduit par le phénomène de saturation de la marge nette (fig. 3). Une conséquence annexe de ce phénomène est la faiblesse des écarts de marge nette entre diverses liaisons.

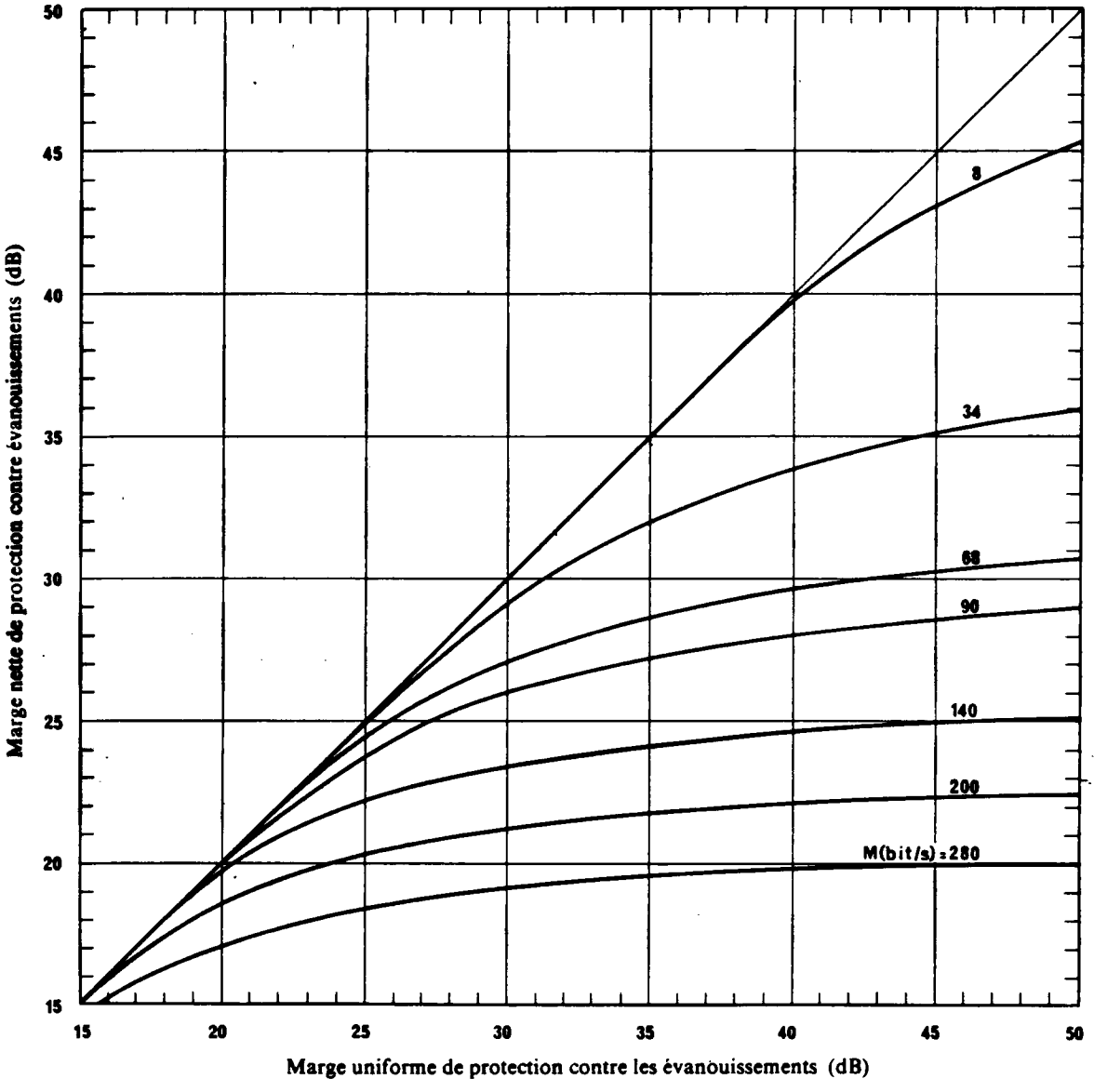


FIGURE 8-3 *Marge nette en fonction de la marge uniforme pour un système MDPQ (TEB = 10^{-5}) fonctionnant sans diversité ni compensation à 11 – 12 GHz sur des trajets de 50 – 60 km*

(Les courbes ont été obtenues à partir de mesures réalisées à ces fréquences et à ces distances au moyen d'un modèle à deux rayons déterminé expérimentalement)

Note. – Largeur de bande = 1,2 × débit de symboles
Filtre Butterworth à 5 pôles

(CCIR Rapport 338-4)

- Compte tenu de la difficulté de mesurer avec précision la marge nette sur une liaison donnée, de sa sensibilité à la nature des événements sélectifs et de son faible intervalle de variation en dB, la valeur numérique de ce paramètre est sans grande signification et les questions auxquelles on souhaiterait répondre, comme sa dépendance vis à vis de la longueur de la liaison ou de toute autre variable d'environnement, semblent peu pertinentes en l'état actuel des connaissances.

8.2.3. Modèles de propagation et notion de signature

Nous avons montré au chapitre sur la sélectivité que l'on avait développé un certain nombre de modèles permettant de représenter correctement les fonctions de transfert en bande moyenne. Il paraît rationnel d'utiliser ces résultats, qui représentent correctement la propagation, comme base de l'analyse des effets sur les systèmes. C'est la méthode proposée par EMSHWILLER (1978), qui introduit à ce propos la notion de signature. La démarche à suivre consiste alors en quatre étapes :

1°) Définir le modèle de propagation utilisé ; le nombre n de paramètres est le nombre de degrés de liberté du modèle.

2°) Pour un système déterminé, on peut alors estimer la performance correspondant à chaque ensemble de valeurs des paramètres du modèle. En particulier, si on se fixe une performance critique ($\tau > 10^{-3}$ par exemple) l'espace des paramètres du modèle sera divisé en deux domaines disjoints correspondant l'un à des conditions de transmission correcte, l'autre à une coupure de la liaison. Cette dernière région (qui peut n'être pas simplement connexe) constitue la signature du système.

3°) Déterminer expérimentalement la loi de probabilité conjointe des paramètres du modèle.

4°) Par intégration de cette loi de probabilité sur la région de signature, calculer le temps de coupure de la liaison.

Il va sans dire que dans une analyse de ce genre le choix du modèle de propagation est tout à fait fondamental quant à la valeur des résultats obtenus.

Lorsque le modèle de propagation a au plus 3 paramètres on peut donner une représentation graphique de la signature : région d'un plan pour un modèle à 2 paramètres, réseau de courbes paramètrées pour un modèle à 3 paramètres (fig. 4). S'il s'avérait nécessaire de recourir à des modèles de degré plus élevé, la représentation s'en trouverait grandement compliquée.

8.2.4. Effets sur le découplage de polarisation

Pour exploiter au mieux une bande de fréquences limitée il est tentant de réutiliser la même fréquence avec des polarisations différentes. Utilisant ainsi deux polarisations orthogonales, on peut théoriquement doubler l'efficacité du spectre de fréquences. Sans aller jusqu'à une réutilisation complète, on procède souvent à un recouvrement partiel des canaux adjacents en leur affectant des polarisations alternées. L'emploi de ces techniques suppose qu'il n'y ait pas d'interférence d'un canal sur le canal de polarisation orthogonale : ce qui suppose, d'une part, que l'onde émise avec une certaine polarisation la conserve pendant le trajet, d'autre part, que l'ensemble de réception possède une bonne isolation entre polarisations.

Deux paramètres permettent de quantifier la situation :

- lorsqu'on utilise effectivement les deux polarisations, on émet des signaux H et V. Si l'antenne prévue pour recevoir la composante H reçoit les niveaux S_{HH} et S_{VH} sur les deux polarisations, l'isolement de polarisation est mesuré par :

$$XPI = 20 \log \frac{S_{HH}}{S_{VH}}$$

- dans les expériences de propagation, on émet généralement une seule polarisation, soit H. Deux antennes de réception prévues pour recevoir les polarisations H et V reçoivent alors les niveaux S_{HH} et S_{HV}. Le découplage de polarisation est :

$$XPD = 20 \log \frac{S_{HH}}{S_{HV}}$$

On admet souvent qu'il y a identité (ou du moins quasi identité) entre ces deux paramètres : cette égalité a été vérifiée expérimentalement pour l'influence des hydrométéores (WATSON et ARBABI, 1973) mais sa validité en situation de trajets multiples reste à vérifier. En période de propagation normale et avec les équipements actuels, le découplage de polarisation est habituellement de l'ordre de 30 dB.

L'expérience montre qu'en présence de trajets multiples le découplage de polarisation est fortement dégradé, ce qui rend les systèmes à réutilisation de fréquence très vulnérables.

Une bonne synthèse récente sur ces phénomènes est donnée par OLSEN (1981).

La cause physique de la diminution du découplage n'est pas vraiment connue. Deux types de raisons ont été invoqués :

- des effets de dépolarisation des ondes le long du trajet de propagation. Si la dépolarisation par des hétérogénéités turbulentes semble peu vraisemblable (SHKAROFSKY et NICKERSON, 1978), une possibilité résulterait de réflexions par le sol ou des couches atmosphériques inclinées

- l'influence du diagramme de rayonnement de l'antenne, associée à la modification de la direction d'arrivée des rayons. En effet, l'antenne est généralement conçue pour présenter dans la direction d'arrivée normale un maximum de gain pour l'onde copolaire et un minimum pour l'onde contrapolaire. Une situation de trajets multiples produit, en plus d'un affaiblissement important de la composante copolaire, une variation d'angle d'arrivée pouvant entrainer une augmentation relative importante de la composante contrapolaire.

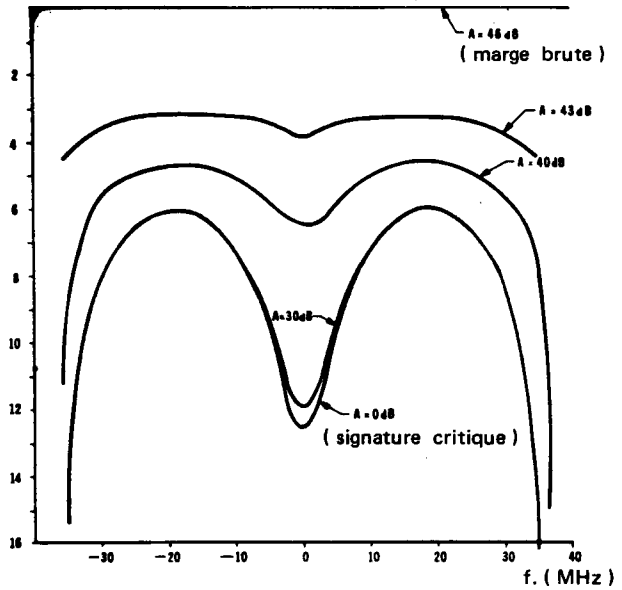


Figure 8.4. Signature d'une liaison à 6 GHz et 78 Mbit/s en 8 PSK. Utilisation du modèle de Rummler à retard fixe τ = 6,3 ns. Taux d'erreur limite : 10^{-3} (GIGER et BARNETT, 1981). On remarque la similitude des courbes entre la courbe "critique" A = 0 dB et la courbe A = 30 dB.

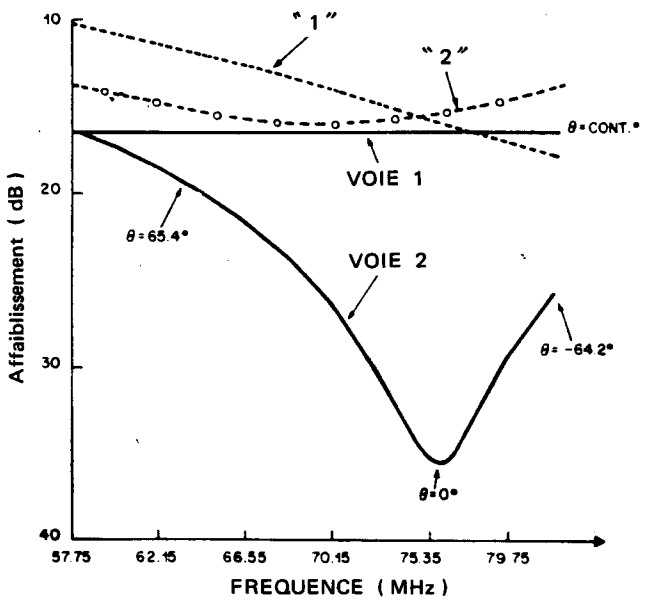


Figure 8.5. Courbe de gain simulée à la sortie d'un système de diversité utilisant une combinaison suivant le critère du maximum de puissance en sortie (courbe "1") ou du minimum de distorsion (courbe "2") (WANG, 1979).

8.3. Dispositifs correcteurs

Les dispositifs correcteurs utilisés pour lutter contre les trajets multiples peuvent être classés en 2 catégories:l'emploi de la diversité, qui utilise la structure d'interférences du champ reçu, et l'emploi de systèmes correcteurs auto-adaptatifs visant à compenser les effets du filtre atmosphérique.

8.3.1. Utilisation de la diversité

Les méthodes de diversité ont été très vite utilisées sur les liaisons en ondes centimétriques. Nous les avons étudiées du point de vue de la propagation seule au chapitre 5.

Les deux méthodes de diversité utilisées en pratique sont la diversité de fréquence et la diversité d'espace. La diversité de fréquence a d'abord eu la préférence car elle ne demande qu'une antenne en réception et fournit accessoirement un canal de secours. Son gros inconvénient est une occupation double d'un spectre de fréquence limité. C'est pourquoi maintenant on utilise surtout la diversité d'espace. On reçoit donc deux répliques du signal sur deux antennes.

Nous avons considéré au chapitre 5 la méthode de sélection par commutation qui consiste à comparer en permanence les signaux en provenance des deux voies et à utiliser la meilleure. Un dispositif récent de ce type est décrit par ACX et al (1983). Une variante en est la méthode de sélection sur seuil : on reste commuté sur la même voie (même si elle n'est pas la meilleure) tant qu'elle satisfait à un critère de qualité fixé à priori ; lorsque celui-ci n'est plus vérifié (franchissement du seuil), on commute sur l'autre antenne. Un avantage de ce système est de pouvoir se limiter à une seule chaine de réception.

Toutefois, avec l'avènement des transmissions numériques à haut débit, pour lesquelles toute perte d'un symbole est très préjudiciable, il devient difficile de commuter suffisamment vite. On utilise alors plutôt une combinaison des deux voies reçues. Les possibilités restent encore nombreuses (WHITE, 1968). La première décision concerne le point de la chaine de réception où l'on effectue la combinaison. Dans les années 1960, celle-ci était plutôt réalisée en bande de base ; cela oblige à avoir deux chaînes

de réception complètes. On peut simplifier l'une des chaînes de réception en procédant à une combinaison en haute fréquence ou en fréquence intermédiaire, mais il faut alors un dispositif de mise en phase automatique des deux signaux. Celui-ci demande en particulier que l'on dispose d'un déphaseur sans fin. C'est cependant la solution qui est généralement adoptée.

Un dernier point concerne le critère utilisé pour le recalage en phase des deux signaux. Une méthode largement répandue est de rendre maximum la puissance du signal résultant. Ce critère est particulièrement adapté aux liaisons analogiques pour lesquelles les trajets multiples se traduisent surtout par une baisse de niveau. Les simulations réalisées par WANG (1979), en utilisant le modèle de RUMMLER pour les fonctions de transfert des deux canaux, montrent que cette combinaison peut n'être pas la mieux adaptée à des signaux numériques. Lorsque le creux d'affaiblissement est dans la bande, elle s'accompagne d'une distorsion résiduelle, à peu près linéaire (fig. 5). Il est donc préférable d'effectuer la combinaison de façon à réduire au minimum la sélectivité résiduelle. Un tel dispositif est décrit par KOMAKI et al (1980). Une comparaison détaillée des deux types d'algorithme se trouve chez KARABINIS (1983). D'autres informations sur des développements récents des systèmes en diversité d'espace pourront être trouvées chez ROBINSON et al (1981), RICAGNI et TESTI (1982) et NICHOLS (1982).

8.3.2. Utilisation d'un récepteur adaptatif

La seconde méthode consiste à faire varier les caractéristiques d'un récepteur unique. Les principes mis en oeuvre s'appliquent depuis longtemps aux transmissions sur câbles à bas débit, mais des réalisations applicables aux faisceaux hertziens à grand débit ne sont possibles que depuis peu grâce aux progrès de la technologie des circuits intégrés.

Une discussion générale du problème peut-être trouvée chez MACCHI et al (1975) et GREENSTEIN et VITELLO (1979). A la perturbation par le bruit gaussien, le canal à trajets multiples ajoute des interférences intersymboles. De plus, pour une modulation d'amplitude en quadrature, il y a également brouillage d'une composante de signal par l'autre.

La définition du récepteur adaptatif consiste alors dans les choix suivants :

1°) Choix d'un critère d'optimalité.

2°) Choix d'une structure de réception.

3°) Pour le type de récepteur choisi, définir un algorithme adaptatif conduisant à l'optimum. L'adaptativité est nécessaire car le récepteur optimum dépend de la fonction de transfert du canal de transmission, laquelle est a priori inconnue, et de plus variable dans le temps.

Parmi les critères utilisés, on peut citer :

- le minimum de la distorsion maximale $D = \sum_{n \neq o} |h_n|$ où $\{h_n\}$ est la réponse impulsionnelle échantillonnée du système complet (canal et récepteur) (LUCKY, 1965)

- le minimum de l'erreur quadratique moyenne en tenant compte ou non du bruit thermique. (GERSHO, 1969; MACCHI et al 1975)

- un maximum sous contrainte du rapport signal/bruit, la contrainte étant par exemple l'annulation des interférences intersymboles et entre voies en quadrature (GREENSTEIN et VITELLO, 1979).

Les récepteurs adaptatifs peuvent être classés en deux grandes catégories suivant qu'ils comportent un égaliseur linéaire ou un égaliseur récursif.

Quel que soit le critère utilisé, l'égaliseur linéaire se compose dans le principe d'un filtre adapté (qui maximise le rapport signal/bruit) et d'un filtre transversal qui élimine les interférences intersymboles. Pour une modulation en quadrature, un troisième filtre permet d'éliminer les interférences entre voies en quadrature.

Pour un canal de réponse impulsionnelle donnée, l'élimination des interférences sera d'autant meilleure que le filtre a d'éléments. Dans tous les cas, l'effet combiné du canal dispersif et du système correcteur s'accompagne d'une diminution du rapport signal/bruit.

Un point délicat concerne le choix de l'instant d'échantillonnage. Celui-ci est généralement fixé a priori, puis l'on procède à l'optimisation du récepteur. Un dispositif permettant un choix adaptatif de cet instant, appelé égaliseur à double échantillonnage, est décrit par MACCHI et GUIDOUX (1975).

La seconde grande classe de récepteurs comporte des égaliseurs récursifs. On en trouve la théorie pour un système à une voie de modulation chez SALZ (1973) et son extension pour deux voies modulées en quadrature chez FALCONER et FOSCHINI (1973). L'idée est d'utiliser les symboles antérieurs, pour lesquels une décision a déjà été prise, afin d'éliminer une grande partie de l'interférence entre symboles ; l'effet des autres symboles est combattu par un égaliseur linéaire. Les performances sont supérieures à celles des égaliseurs linéaires en présence de distorsions importantes en amplitude.

Un dispositif encore plus complexe, utilisant une ligne à retard pour permettre une décision préalable de tous les symboles contribuant à l'interférence a été proposé par GERSHO et LIM (1981).

Une comparaison théorique des divers systèmes est présentée par MUELLER et SALZ (1981).

Quand on se tourne vers les applications pratiques aux faisceaux hertziens, une nouvelle distinction doit être apportée suivant que le dispositif correcteur agit en fréquence intermédiaire ou en bande de base. Les égaliseurs en fréquence intermédiaire sont plus simples et plus économiques mais moins efficaces. Celui décrit par GERARD (1981) consiste en un simple égaliseur d'amplitude réalisé par un filtre transverse à trois coefficients. Une réalisation du même genre, mais comportant en plus de l'égaliseur de pente une correction des affaiblissements centrés (détectés par comparaison de l'énergie au centre de la bande à l'énergie totale dans la bande) est décrite par HARTMANN et ALLEN (1979). Un exemple d'égaliseur récursif est présenté par CASTEL et al (1980) et JOINDOT et al (1981) ; un autre par TAYLOR et SHAFI (1983).

Les améliorations apportées par les divers types de correction sont données au paragraphe suivant.

8.4. Etudes expérimentales

Un certain nombre de mesures ont été effectuées sur des liaisons expérimentales différentes par la longueur, la fréquence ou le débit et la modulation employée. Ces expériences sont résumées dans le Tableau 1. On y relève l'importance du programme expérimental mené par les Bell Laboratories sur la liaison Atlanta-Palmetto, dont une première synthèse des résultats est donnée par GIGER et BARNETT (1981) auxquels nous empruntons les figures suivantes.

La figure 6 donne pour différents systèmes de transmission les courbes de distribution de taux d'erreur. Dans de nombreux cas les objectifs de qualité sont loin d'être satisfaits, même pour les liaisons à courte distance. La diversité d'espace et les égaliseurs en fréquence intermédiaire apportent une amélioration importante, mais qui peut ne pas suffire. La combinaison des deux dispositifs a un effet de synergie et permet en général d'atteindre l'objectif. Cet effet est dû à ce que la diversité "linéarise" la fonction de transfert, rendant ainsi un égaliseur de pente en fréquence intermédiaire (FI) beaucoup plus efficace. Une schématisation des divers effets est donné fig. 7.

Les résultats américains sont confirmés par les expériences menées au Canada (ANDERSON et al 1979) et en Australie (MARTIN et al, 1983), ainsi qu'en France au CNET-Lannion.

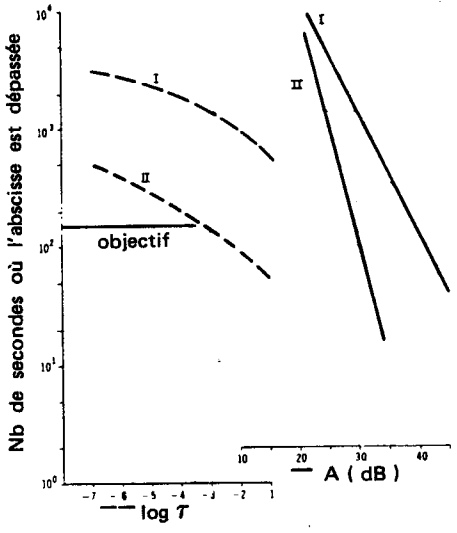
La comparaison de systèmes différents est possible à partir de l'emploi de la signature. La fig. 4 montre que pour le modèle de RUMMLER, les courbes correspondant à $A \leqslant 30$ dB sont très proches. Comme elles représentent la région la plus dense de l'espace des paramètres, on peut se contenter, en lieu et place de la signature complète, de la seule courbe limite correspondant à $A = 0$. Les résultats de mesure sont donnés à titre d'exemple figure 8 pour divers systèmes numériques de la bande des 6 GHz.

L'influence des paramètres d'environnement sur les affaiblissements à fréquence fixe n'est pas très bien connu (chapitre 3). Leur influence sur des liaisons en bande moyenne est encore beaucoup moins connue. Un premier résultat intéressant concernant l'effet de la distance est rapporté par HART et al (1983), à partir de mesures sur trois liaisons dont on peut penser que la longueur constitue la principale différence. Nous donnons ce résultat fig.9 Il montre une croissance du taux de coupure ($\tau > 10^{-3}$) avec la longueur du bond qui croit comme la puissance 7, mais il s'agit de liaisons différentes pendant des périodes difficiles.

TABLEAU 1

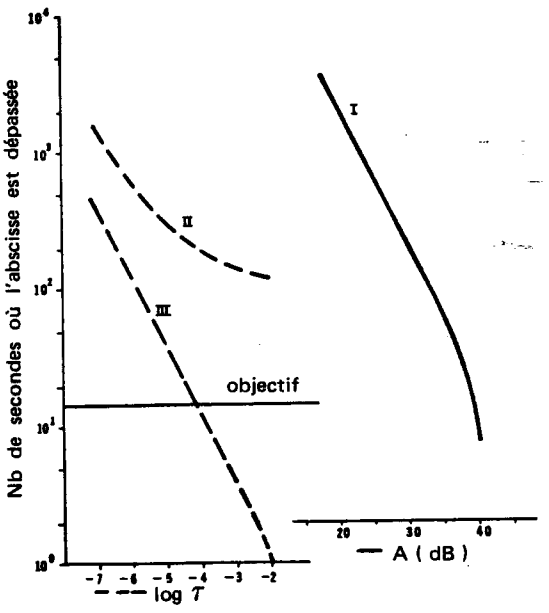
ETUDES EXPERIMENTALES DE TRANSMISSION EN PERIODES DE TRAJETS MULTIPLES

LIAISON	LONGUEUR (km)	FREQUENCE (GHz)	MODULATION	DEBIT (Mbit/s)	DISPOSITIFS CORRECTEURS	REMARQUES	REFERENCE
Haswell (Colorado) U.S.A.	22.8	13.3 et 14.9	CQPSK	400	Diversité de fréquence et d'espace	Mesures météo associées	Dougherty et Hartman (1977)
Cuiseaux - Dijon (France) Bois-de-Molle Meudon (France)	95 58	6 11.7	QPSK QPSK	38.8 216			Rooryck (1977)
Atlanta - Palmetto Géorgie (U.S.A.)	42	6	8PSK	78	Diversité d'espace avec combinaison de phase en FI		Barnett (1970)
Atlanta - Palmetto	42	6	8PSK		Diversité d'espace et égaliseur de pente		Giuffrida (1979)
Atlanta - Palmetto	42	6	16QAM	90	Egaliseur + diversité d'espace		Toy (1980)
Atlanta - Palmetto	42	4	8PSK	44.73			Mathews (1979)
Suède - Centrale	?	2.2	QPSK	34			Blomquist, Ekjund et Wickerts (1980)
Kemptville - Avonmore (Canada)	51	8	QPRS	91	Diversité d'espace avec combinaison de phase en FI + égaliseur de pente		Anderson, Babler et Patel (1979)
Okunosawa-Bukko (Japon)	63	5	16QAM	200	Diversité d'espace, égaliseur adaptatif		Horikawa, Okamoto et Morita (1979)
Mont Zero -One tree Hill (Australie)	61.5	6.7	16QAM	140			Martin, Coutts et Campbell (1983)



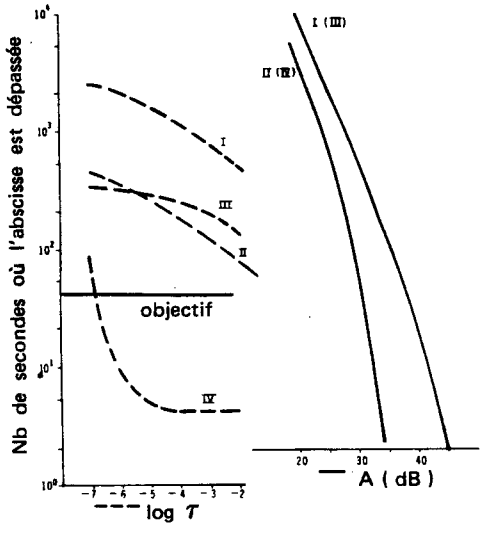
a/

I : Canal simple
II : Diversité d'espace avec combinaison en HF
117 jours d'observation



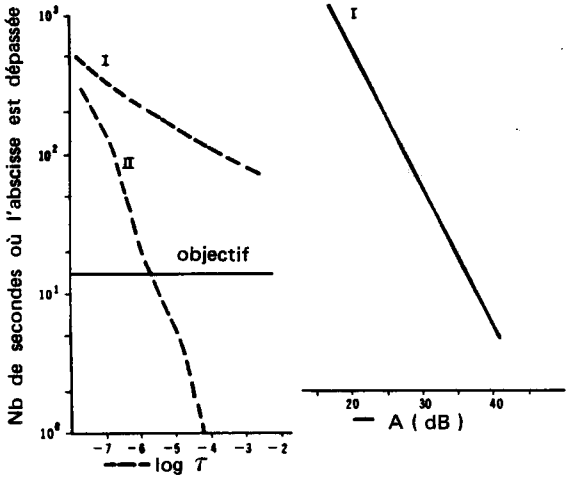
c/

I : Canal simple
II: Egaliseur de pente adaptatif en FI
III: Avec II + diversité d'espace à combinaison en FI
30 jours d'observation



b/

I : Canal simple
II: Diversité d'espace à combinaison en FI
III: Egaliseur de pente adaptatif en FI
IV: Diversité d'espace + égaliseur
38 jours d'observation



d/

I : Canal simple
II: Diversité d'espace avec commutation
en bande de base
64 jours d'observation

Figure 8.6. Comparaison des distributions d'affaiblissements et de taux d'erreur pour plusieurs systèmes expérimentés sur la liaison Atlanta-Palmetto (42,4 km) en Géorgie (GIGER et BARNETT, 1981).

a) 4 GHz	45 Mbit/s	8 PSK (α = 0,5)	Espacement entre canaux de	20 MHz
b) 6 GHz	78 Mbit/s	8 PSK (α = 0,5)	" " "	30 MHz
c) 6 GHz	90 Mbit/s	16 QAM (α = 0,5)	" " "	30 MHz
d) 11 GHz	90 Mbit/s	8 PSK (α = 0,3)	" " "	40 MHz

Sur chaque ligne, la droite horizontale marquée "objectif" représente l'objectif de qualité sur le réseau américain pour les liaisons à courte distance.

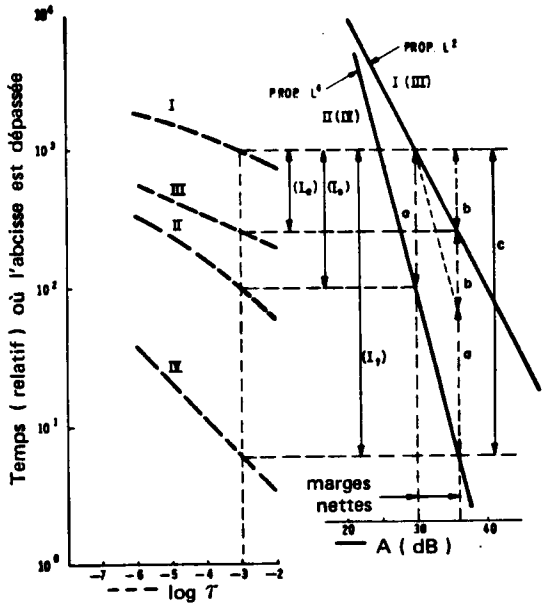


Figure 8.7. Représentation idéalisée de l'amélioration apportée par les divers systèmes correcteurs (GIGER et BARNETT, 1981).

I : Canal simple
II : Diversité d'espace
III : Egaliseur de pente en fréquence intermédiaire
IV : Diversité d'espace + égaliseur de pente FI.

On a également reporté (traits tiretés) la détermination des marges nettes avec ou sans diversité.

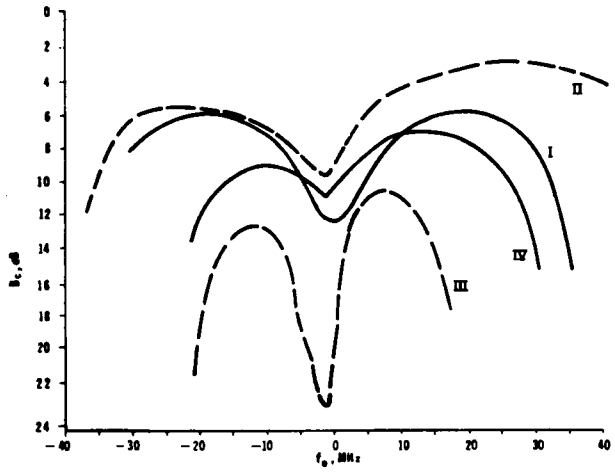


Figure 8.8. Signatures critiques pour différents systèmes hertziens numériques à 6 GHz avec des canaux espacés de 30 MHz (GIGER et BARNETT, 1981). Modèle de Rummler à retard fixe de 6,3 ns.
Taux d'erreur critique de 10^{-3}.

I : 78 Mbit/s 8 PSK (α=0,5)
II : 90 Mbit/s 8 PSK (α=0,3)
III : Même que II avec correcteur FI de pente et de creux d'affaiblissement
IV : 90 Mbit/s 16 QAM (α = 0,5)

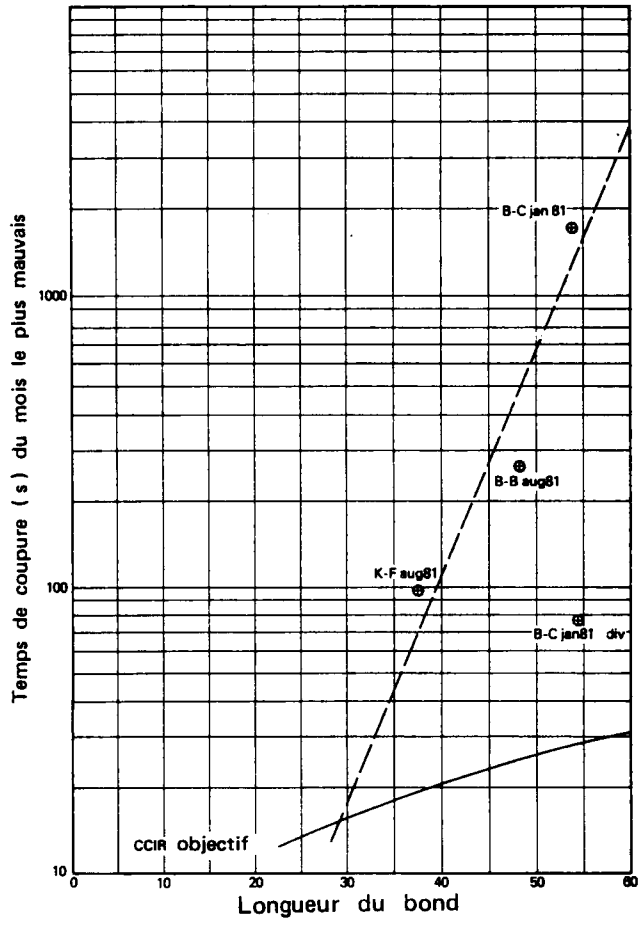


Figure 8.9. Durées de coupure expérimentales sur plusieurs liaisons du réseau britannique (HART et al, 1983).

Liaison à 11 GHz, 140 Mbit/s en modulation QPSK.
Les caractéristiques des 3 liaisons sont données dans le tableau ci-dessous. Pour la liaison B C , on a également un point de mesure en diversité d'espace.

	Longueur km	Marge brute (dB)	Facteur de rugosité	Facteur géographique
Birmingham - Charvelton (B.C.)	54	42	12,7	- 2
Bredon - Birmingham (B.B.)	48	43	21,3	0
Kelvedon - Fairscat (K.F.)	38	43	14,4	- 1

Malheureusement, les mesures avec diversité d'espace ne sont présentées que pour une des 3 liaisons.

Une expérience montrant la dégradation supplémentaire apportée par l'occupation du canal adjacent en polarisation orthogonale est décrite par GIUFFRIDA (1980).

8.5. Etudes par simulations en laboratoire

L'installation d'une liaison d'essai est une opération coûteuse. Les trajets multiples étant un phénomène rare, c'est également une opération de longue haleine, qui doit-être menée sur plusieurs années, ou au moins sur plusieurs mois. Ces considérations montrent tout l'intérêt de pouvoir réaliser des études par simulation.

Celles-ci peuvent être de deux types.

Dans la simulation par ordinateur, on modélise l'ensemble de la liaison, y compris le canal de transmission, par des filtres. On simule alors l'effet sur une séquence numérique aléatoire et on calcule le taux d'erreur moyen en fonction des paramètres du modèle de canal. Cette méthode est décrite et utilisée dans une série de rapports par DAVIES (1973, 1976 et 1979) qui a ainsi étudié l'effet d'une propagation à 2 rayons sur des signaux modulés en PSK, QPSK et 8 PSK.

L'autre méthode est une simulation effective en laboratoire avec un simulateur de trajets multiples analogique. On utilise cette fois les vrais équipements d'émission et de réception.

Un exemple de simulation en FI, reproduisant le modèle de RUMMLER, en produisant deux composantes déphasées avec un retard fixe est décrit par LUNDGREN et RUMMLER (1979) (fig. 10 a). Un autre simulateur, présenté par KOMAKI et al (1979) superpose deux trajets de différence de marche τ dont l'un a subi une modulation suivant une loi de RAYLEIGH. (fig. 10 b).

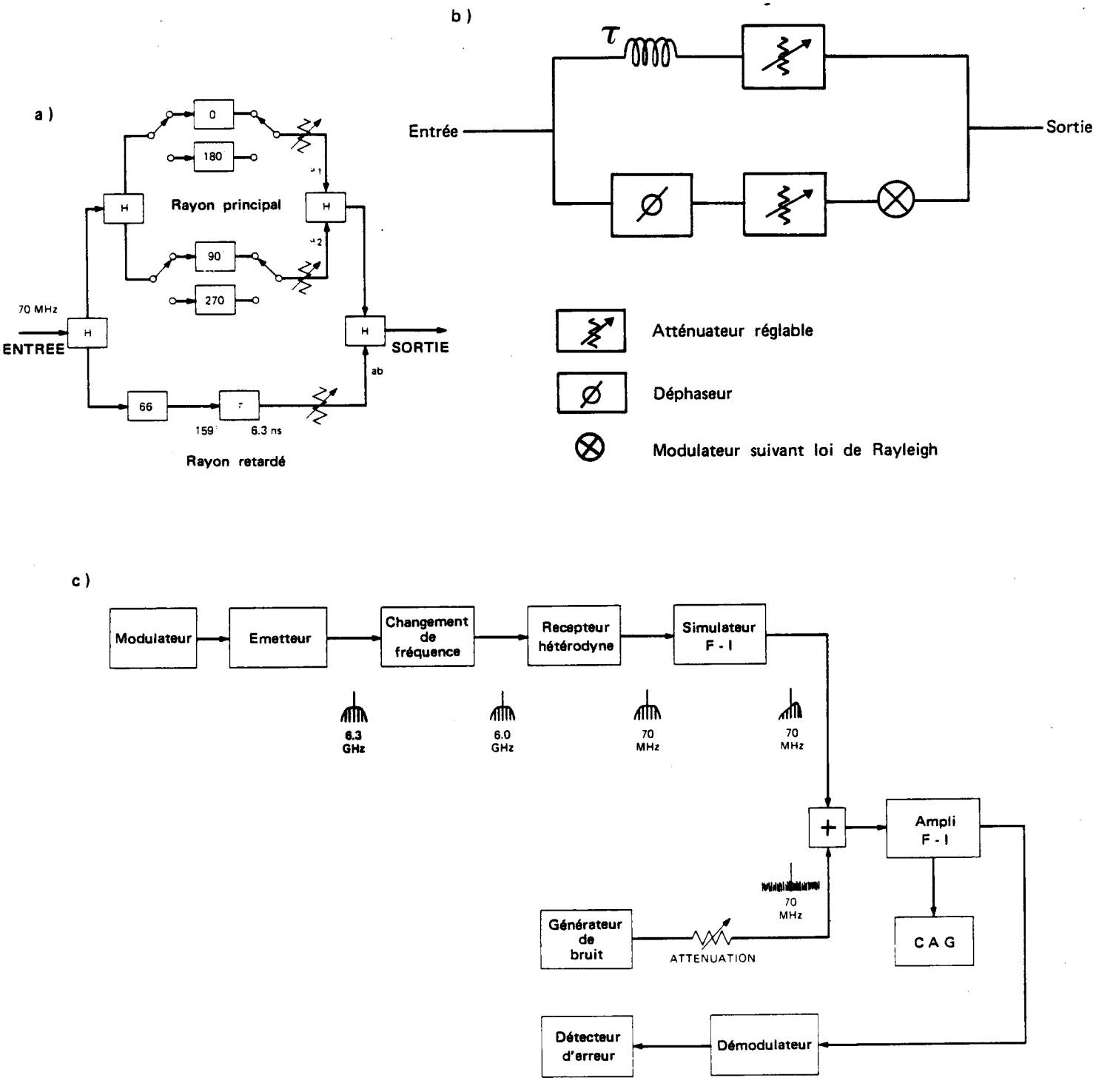


Figure 8.10. Schémas de principe d'expériences de simulation en laboratoire.

a) Modélisation en fréquence intermédiaire du modèle de Rummler (LUNDGREN et RUMMLER, 1979).

b) Addition d'un rayon principal et d'un rayon aléatoire suivant une loi de Rayleigh (KOMAKI et al, 1979).

c) Schéma d'une expérience complète (LUNDGREN et RUMMLER, 1979).

Le schéma d'une expérience de simulation complète est donné figure 10c. Ce type d'expérience a été très utilisé pour tester tant les systèmes d'émission - réception, que les améliorations apportées par les divers systèmes correcteurs décrits au paragraphe précédent.

8.6. Etudes des effets des trajets multiples sur les différents systèmes de transmission

Nous avons dans les paragraphes précédents décrit les effets principaux des trajets multiples sur les liaisons hertziennes et tracé dans leurs grandes lignes les méthodes d'étude de ces effets. Nous décrivons à titre d'illustration quelques uns des nombreux travaux effectués dans ce domaine, soit par calcul théorique, soit par simulation. Toutes ces études concernent l'une et/ou l'autre des étapes suivantes :

- effet des situations de trajet multiple sur un système de transmission d'un type donné. Cela impose un choix de représentation de la fonction de transfert du canal.

- calcul du temps de coupure de la liaison. Cela implique le choix d'un critère de coupure et un modèle statistique du canal de transmission.

8.6.1. Effets sur différents systèmes de transmission

Les premiers travaux ont concerné les systèmes analogiques en modulation de fréquence qui étaient de loin les plus utilisés. Même si la diminution de puissance du signal reçu est alors la cause principale de perturbation la distorsion d'intermodulation existe aussi. Une étude détaillée de cet effet à partir de développements polynomiaux des courbes de gain et de T.P.G. est donnée par GARRISON (1968). Le canal de transmission induit des distorsions de l'amplitude et de la phase du signal reçu. Si le récepteur comportait un limiteur parfait, les distorsions d'amplitude seraient sans conséquence. Celui-ci n'étant en général pas parfait, les distorsions d'amplitude induisent une distorsion de phase supplémentaire, ce qui rend le nombre de termes à prendre en compte assez élevé. Plus récemment l'efficacité de la diversité de fréquence comme protection d'un réseau FM a été étudiée par VIGANTS et PURSLEY (1979).

En 1969, YAMAMOTO et NAKAMURA consacrent un gros travail aux perturbations apportées aux systèmes de modulation par impulsions codées.

Les travaux récents portent surtout sur les effets subis par les signaux numériques à grand débit. Les études expérimentales ont été présentées au § 8.4. Les travaux plus théoriques, avec recours éventuel à des simulations, ont souvent pour but de comparer les réponses de divers types d'équipements.

Ainsi, MORAIS et al (1979) ont déterminé l'effet sur les systèmes de modulation* QPSK, "offset" QPSK et 8 PSK de distorsions linéaires de l'amplitude ou du T.P.G. à l'aide d'une simulation par ordinateur. Ils comparent les différentes modulations soit à débit numérique égal (44,7 Mbits/s), soit à largeur de bande donnée (QPSK et OQPSK à 44,7 Mbits/s et 8 PSK à 67 Mbits/s). Pour chaque valeur de la pente de la courbe de gain, ou de la courbe de T.P.G., les auteurs déterminent la valeur du rapport signal/bruit occasionnant un taux d'erreur de 10^{-4}, et la comparent à la marge brute. Les dégradations de marge ainsi obtenues sont présentées fig. 11 : on constate que la modulation QPSK est la plus résistante aux distorsions d'amplitude et l'OQPSK aux distorsions de T.P.G. Pour asseoir l'importance relative des deux types de perturbation, on peut utiliser les statistiques de BABLER (1973) et SUBRAMANIAN et al (1973) (cf. chapitre 6), ce qui conduit MORAIS et al à la conclusion que les distorsions de la courbe de gain sont les plus dommageables. Une étude similaire concernant un système en modulation 8 PSK à 90 Mbit/s est donnée par RAMADAN (1979). Ces études sont intéressantes mais conduisent à des questions : dans une situation réelle de trajets multiples, il y a à la fois distorsion du gain et du T.P.G. et les deux ne sont pas indépendantes ; quel est l'effet cumulé des deux types de perturbation ? Y-a-t'il simple additivité ou renforcement de l'une par l'autre ? On se demande également en quoi les résultats obtenus dépendent du taux d'erreur limite choisi et quelle est la dégradation supplémentaire apportée par des distorsions quadratiques ou d'ordre supérieur.

** Une description des divers systèmes de modulation numérique peut-être trouvée dans J.D.OETTING (1979) A comparison of modulation techniques for digital radio. IEEE Trans. on Communications, COM 27, n° 12, pp. 1752-1762. Nous avons dans le texte représenté les modulations par leur sigle anglais, qui est le plus utilisé.*

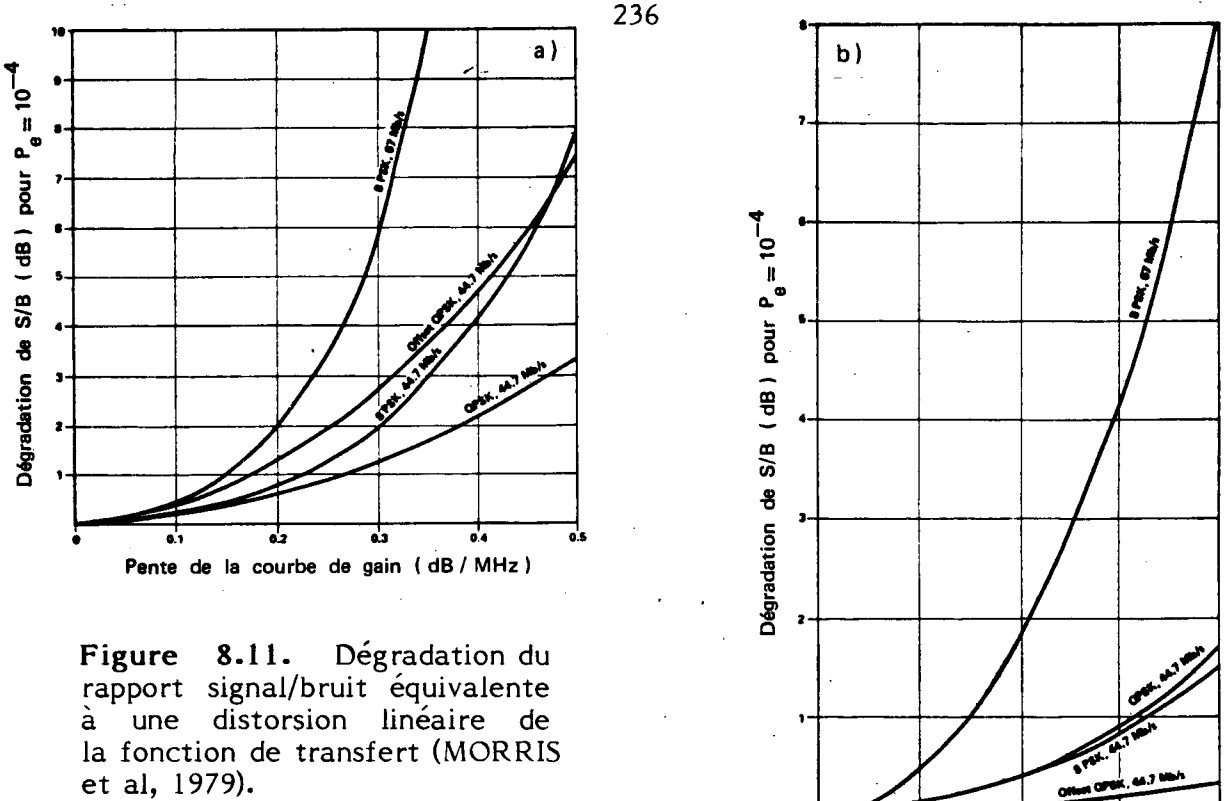


Figure 8.11. Dégradation du rapport signal/bruit équivalente à une distorsion linéaire de la fonction de transfert (MORRIS et al, 1979).

a) Distorsion linéaire d'amplitude

b) Distorsion linéaire de TPG.

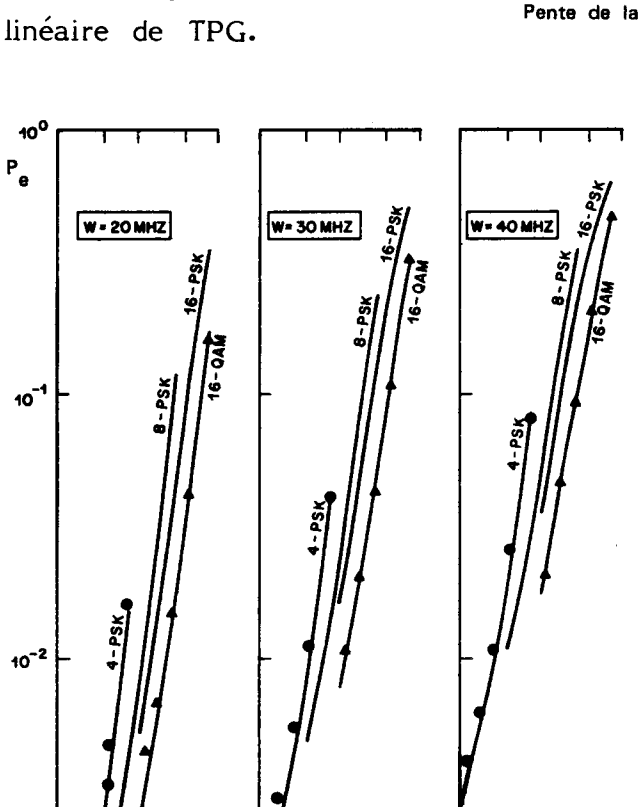


Figure 8.12. Probabilité de fermeture de l'oeil (Pe) en fonction de l'efficacité spectrale η pour différentes modulations et différentes largeurs de bande W (GREENSTEIN et CZEKAJ, 1982).

Une autre étude comparative, considèrant les modulations QPSK, OQPSK, 8 PSK, 16 PSK, 16-QAM et 16 OQAM, a été effectuée par GREENSTEIN et CZEKAJ (1982) à partir de la représentation du canal de transmission par le modèle polynomial complexe du § 6.6 et de la statistique de ce modèle établie par les mêmes auteurs en 1980 (cf.§ 6.6.4). La comparaison n'est pas basée sur des calculs de taux d'erreur, mais sur la probabilité de fermeture du diagramme de l'oeil*. Mis à part ce changement de critère, la méthode de calcul est celle décrite en 8.2.3., avec calcul de signature et intégration de la loi de probabilité conjointe des paramètres du modèle. Les résultats sont présentés en fonction de l'efficacité spectrale (débit numérique/largeur de bande) pour les différentes modulations, pour plusieurs largeurs de bande (de 20 à 40 MHz), et pour divers types de filtrage ou de récupération de porteuse. Nous ne donnons qu'un exemple des résultats obtenus dans cette étude (fig. 12) qui montre la supériorité des systèmes de modulation à grand nombre d'états et particulièrement du 16 QAM.

Une autre étude qui utilise le diagramme de l'oeil comme critère et la méthode de la signature, mais en prenant un modèle à 2 rayons est celle de COUTTS et CAMPBELL (1982).

8.6.2 Prévision des temps de coupure

La détermination des temps de coupure peut-être effectuée selon la méthode décrite par EMSHWILLER. C'est ce qu'ont fait LUNDGREN et RUMMLER (1979) à partir des résultats obtenus par RUMMLER (1979) que nous avons décrit au § 6.8.3. La signature est obtenue par une simulation en laboratoire réalisée en fréquence intermédiaire.

La même procédure, mais en simplifiant la statistique des paramètres du modèle a été utilisée par MATSUURA (1982) pour évaluer le comportement d'une modulation QPR et par ANDREUCCI et al (1980) pour évaluer celle des modulations QPSK et 8 PSK. Des simplifications du même genre avaient été introduites antérieurement par JAKES (1979) et GREENSTEIN et PRABHU (1979).

** cf. par exemple LUCKY, SALZ et WELDON, Principles of Data Communication Mc GRAW-HILL chapitre IV.*

Lorsqu'on caractérise un système de communication par sa signature, l'un des paramètres de la liaison est le rapport signal/bruit. Si le bruit thermique ne peut pas être négligé, la quantité de calcul à effectuer devient très importante. Une procédure de calcul simplifiée est présentée par RUMMLER (1982).

8.6.3. Autres études

Dans les travaux cités ci-dessus, on se donne le système de transmission utilisé et, compte-tenu d'un canal de propagation caractérisé par un modèle de fonction de transfert et la statistique de ses paramètres, on en déduit le taux de coupure (ou la signature).

FOSCHINI et SALZ (1983) considèrent le même problème d'un point de vue quelque peu différent. Partant des caractéristiques du canal de transmission, et compte-tenu du bruit gaussien additif, ils recherchent, pour différentes techniques de transmission, la distribution de probabilité des débits numériques qui peuvent être transmis pour un objectif de taux d'erreur donné. Cela permet de comparer les différentes techniques entre elles et avec la limite théorique donnée par la théorie de l'information.

8.7. Conclusion

Les perturbations qu'apportent les trajets multiples aux liaisons numériques à grand débit récemment installées rendent nécessaires la recherche de remèdes. Les travaux en ce domaine sont donc particulièrement nombreux, comme le montre la consultation de la littérature actuelle.

Compte-tenu du grand nombre de paramètres sur lesquels on peut jouer, il est difficile, en l'état actuel, de présenter une vue synthétique des choses.

Au surplus, notre propos dans cette note était surtout orienté vers les phénomènes de propagation. Peut-être une note spécialisée concernant les trajets multiples tels qu'ils apparaissent à un concepteur de systèmes ne serait-elle pas inutile.

Notre principal objectif dans ce dernier chapitre, qui n'est qu'un rapide survol d'un vaste domaine, mise à part une justification de l'importance pratique de l'étude des trajets multiples, était de montrer le caractère complémentaire des études de propagation et de systèmes : les premières fournissent les modèles nécessaires à la détermination de la qualité des divers systèmes possibles. Inversement, ce sont les préoccupations concrètes liées aux équipements qui doivent orienter les études de propagation.

BIBLIOGRAPHIE

ACX M., Y. LE NEVEZ, A. MOILLE, M. GRANDGERARD et C. MAS (1983). Equipement de diversité DCN 200 pour liaisons hertziennes numériques longues. Commutation et transmission, n° 2, pp. 27-38.

AKIYAMA T. (1977). Studies on the radio refractive index in the tropospheric atmosphere. Rev. of the Elec. Comm. Lab., 25, n° 1-2, pp. 79-95.

AKIYAMA T. et O. SASAKI (1979). Statistical distribution and maximum critical value for refractivity gradient variation. Rev. of the Elec. Comm. Lab., 27, n° 9-10, pp. 841-848.

ANDERSON C.W., S.G. BARBER et R.N. PATEL (1979). The effect of selective fading on digital radio. IEEE Trans. on Communications, COM 27, n° 12, pp. 1870-1875.

ANDREUCCI F., F. FEDI et G. MARCHETTI (1980). Analytical method to evaluate the effect of multipath fading on long high capacity digital radio-relay systems. Ann. Telecomm., 35, n° 11-12, pp. 488-493.

ANDRIANOV V.A. (1982). Radiowave propagation in the atmospheric boundary layer. Radio Science, 17, n° 5, pp. 888-894.

BABLER G.M. (1972). A study of frequency selective fading for a microwave line of sight narrowband radio channel. B.S.T.J., 51, n° 3, pp. 731-757.

BABLER G.M. (1973). Selectively faded non diversity and space diversity narrowband microwave radio channels. B.S.T.J., 52, n° 2, pp. 239-261.

BARNETT W.T. (1970). Microwave line of sight propagation with and without frequency diversity. B.S.T.J., 49, n° 8, pp. 1827-71.

BARNETT W.T. (1972). Multipath propagation at 4, 6 and 11 GHz. B.S.T.J., 51, n° 2, pp. 321-361.

BARNETT W.T. (1979). Multipath fading effects on digital radio. IEEE Trans. on Communications, COM 27, n° 12, pp. 1842-1848.

BARTON I.J. (1973). The importance of tilted layers in the tropospheric ducting of radio waves above the Timor sea. Radio science, 8, n° 8, 9, pp. 727-732.

BATES R.J.S. (1981). Methods of calculating the error rate of digital transmission systems, IEE CP 193, pp. 33-36.

BATTESTI J. et L. BOITHIAS (1964). Etude des sections longues dans les faisceaux hertziens en visibilité. Ann Telecomm., 19, n° 7-8, pp. 173-187.

BEAN B.R. et E.J. DUTTON (1966). Radio Meteorology. National Bureau of Standards Monograph 92, U.S. Government Printing Office.

BEAN B.R. et G.D. THAYER (1959). Models of the atmospheric radio refractive index. Proc. IRE, 47, pp. 740-755.

BEAN B.R., B.A. CAHOON, C.A. SAMSON et G.D. THAYER (1966). A world atlas of atmospheric radio reflectivity ESSA monograph 1, U.S. Government Printing Office.

BECKMANN P. (1962). Statistical distribution of the amplitude and phase of a multiply scattered field. J. Res. N.B.S., (Radio Science), 66 D, n° 3, pp. 231-240.

BECKMANN P. (1964). Rayleigh distribution and its generalizations. Radio Science, 68 D, n° 9, pp. 927-932.

BECKMANN P. et A. SPIZZICHINO (1963). The scattering of electromagnetic waves from rough surfaces. PERGAMON PRESS.

BELL J. (1967). Propagation measurements at 3.6 and 11 Gc/s over a line of sight radio path. Proc. IEE, 114, n° 5, pp. 545-49.

BERGMANN H.J. (1981). An experimental study of the path length dependance of multipath fading. IEEE International Conference on Communications, 68-4-1/68-4-4.

BERNARDINI A., G. DI BLASIO, P. MANDARINI et G. MEUCCI (1978). Mesures en impulsions pour faisceaux hertziens en visibilité directe. Ann. Telecomm., 33, n° 3-4, pp. 109-120.

BIRNBAUM G. (1950). A recording microwave refractometer. Rev. Scien. Inst., 21, n° 2, pp. 169-176.

BIRNBAUM G. et M.E. BUSSEY (1955). Amplitude, scale and spectrum of refractive index inhomogeneities in the first 125 m of the atmosphere. Proc. I.R.E., 43, pp. 1412-1418.

BLOMQUIST A. et J.R. NORBURY (1979). Multipath effects on a terrestrial path. Alta Frequenza XLVIII, n° 4, pp. 191-200.

BLOMQUIST A., F. EKLUND et S. WICKERTS (1980). Radio wave investigation on a digital link at 2.2 GHz. Proceedings of URSI commission F symposium. Lennoxville, pp. 3.4.1-3.4.8.

BOITHIAS L. (1979). Multipath propagation in line-of-sight links. Electronics Letters, 15, n° 7, pp. 209-210.

BOITHIAS L. (1981). Distribution statistique des niveaux reçus en propagation par trajets multiples troposphériques. Ann. Telecomm., 36, n° 5-6, pp. 329-37.

BOITHIAS L. et J. BATTESTI (1967). Protection contre les évanouissements sur les faisceaux hertziens en visibilité. Ann. Telecomm., 22, n° 9-10, pp. 230-42.

BOOKER H.G. et W. WALKINSHAW (1946). The mode theory of tropospheric refraction and its relation to wave-guides and diffraction in : Meteorological factors in radio wave propagation (Phys. soc. and Roy. Meteor. Soc. London) pp. 80-127.

BURNS W.R. (1964). Some statistical parameters related to the Nakagami-Rice probability distribution. Radio Science, 68 D, n° 4, pp. 429-34.

CASTEL A. M. HENRY, C. ROLLAND et P. VANDAMME (1981). Equalization of radiolink channels with multipath propagation. Theoretical and experimental results. Proc. of the International Zurich Seminar on Digital Communications, pp. G.8.1. - G.8.5.

CHADWICK R.B. et E.E. GOSSARD (1983). Radar remote sensing of the clear atmosphere. Review and applications, Proc. IEEE, 71, n° 6, pp. 738-753.

CHAN C.K. et R.S. COLE (1978). An expendable light weight microwave radio refractometer. J. Phys. E., Sci. Instrum., 11, pp. 1104-1108.

CHAVANCE P. (1952). Etude de la propagation des ondes centimétriques dans le Nord de la France. Ann. Télécomm., 7, n° 6, pp. 254-261.

CHAVANCE P., L. BOITHIAS et P. BLASSEL (1954). Etude de propagation d'ondes centimétriques dans la région méditérranéenne. Ann. Télécomm., 9, n° 6, pp. 158-185.

CHRISTENSEN E.L. (1975). 13.5-15 GHz sweep amplitude and phase propagation measurements. ESA Publication, SP 113, pp. 249-256.

CHRISTENSEN E.L. et G. MOGENSEN (1977). 13.5-15.0 GHz line of sight experiment. Proc. of URSI comm. F. symposium, La Baule (avril - mai 1977) pp. 457-452.

CHRISTENSEN E.L. et G. MOGENSEN (1979). Experimental investigation of line of sight propagation at 13.5 - 15 GHz. The Radio and Electronic Engineer, 49, n° 3, pp. 127-140.

COLAVITO C. (1970). A Statistical study of fading in line of sight microwave radio links. Alta Frequeza XXXIX, n° 11, pp. 964-73.

COUTTS R.P. et J.C. CAMPBELL (1982). Mean square error analysis of QAM digital radio systems subject to frequency selective fading. Australian Telecommunications Research, 16, n° 1, pp. 23-38.

CRAIN C.M. (1950). Apparatus for recording fluctuations in the refractive index of the atmosphere at 3.2 cm wave-length. Rev. Scien. Inst., 21, n° 5, pp. 456-457.

CRAIN C.M. (1955). Survey of airbone microwave refractometer measurements. Proc. I.R.E., 43, pp. 1405-1411.

CRAIN C.M., A.P. DEAM et J.R. GERHARDT (1953). Measurement of tropospheric index of refraction fluctuations and profiles. Proc. I.R.E., 41, pp. 284-290.

CRAWFORD A.B. et W.C. JAKES Jr (1952). Selective fading of microwaves. B.S.T.J., 31, n° 1, pp. 68-90.

CRAWFORD A.B. et W.M. SHARPLESS (1946). Further observations of the angle of arrival of microwaves. Proc. I.R.E., 34, pp. 845-848.

DAVIES M.C. (1973). The calculated effect of multipath fading on the performance of a 2-level phase-shift keyed digital radio system. British Post Office, Research Dept., Report 333.

DAVIES M.C. (1976). The effect of multipath propagation on the performance of 4-level phase shift keyed digital microwave radio relay system. British Post Office, Research Dept., Report 562.

DAVIES M.C. (1979). The calculated effect of multipath fading on 8-phase PSK digital radio-relay systems. British Post Office, Research Dept, report n° 810.

DAVIES W.S. et T.A. EVANS (1981). Ray tracing on tropospheric radio paths. Australian Telecommunications Research, 15, n° 2, pp. 17-32.

DEBYE P. (1929). Polar molecules. Réédité en 1957 par DOVER PUBL. CO.

DECINA M. et V. de JULIO (1982). Performance of integrated digital networks : international standards. IEEE International Conference on Communications, pp. 2 D.1.1./2D.1.6.

DE LANGE O.E. (1952). Propagation studies at microwave frequencies by means of very short pulses. B.S.T.J., 31, n° 1, pp. 91-103.

DERENNES J. (1979). Etudes statistiques relatives à la propagation par trajets multiples. Note technique C.N.ET. TCR/APH/60.

DOUGHERTY H.T. (1968). A survey of microwave fading mechanisms, remedies and applications. ESSA Technical Report ERL-69-WPL-4.

DOUGHERTY H.T. et W.J. HARTMAN (1977). Performance of a 400 Mbit/s system over a line of sight path. IEEE Trans. on Communications, COM 25, n° 4, pp. 427-432.

DU CASTEL F. (1957). Divers types de fluctuations de champs troposphériques et leur interprétation physique. L'onde électrique, XXXVII, 362, pp. 501-506.

DU CASTEL F., P. MISME, A. SPIZZICHINO et J. VOGE. Reflexions partielles dans l'atmosphère et propagation à grande distance.

1°) Annales des Télécommunications 13 n° 7-8 pp 209-214 (1958)
2°) " 13 n° 9-10 pp 265-270 (1958)
3°) " 14 n° 1-2 pp 33-40 (1959)
4°) " 15 n° 1-2 pp 38-47 (1960)
5°) " 15 n° 5-6 pp 107-121 (1960)
6°) " 15 n° 5-6 pp 122-136 (1960)
7°) " 15 n° 5-6 pp 137-142 (1960)
Complément " 15 n° 1-2 pp 48-50 (1960)

EMSHWILLER M. (1978). Characterization of the performance of PSK digital radio transmission in the presence of multipath fading. IEEE International Conference on Communications, paper 47-3.

ESTIVAL A. et M. AUBRY (1976). Interprétation des échos sodar en termes de stratification atmosphérique. La Météorologie, VIème série, n° 5, pp. 33-42.

FALCONER D.D. et G.J. FOSCHINI (1973). Theory of minimum mean-square error QAM systems employing decision feedback equalization. B.S.T.J., 52, n° 10, pp. 1821-1849.

FIMBEL J. et P. MISME (1975). Etude des trajets multiples. Note technique CNET EST/APH/29.

FOSCHINI G.J. et J. SALZ (1983). Digital communications over fading radio channels. B.S.T.J., 62, n° 2, pp. 429-456.

GAGE K.S. et B.B. BALSLEY (1980). On the scattering and reflection mechanisms contributing to clear air radar echoes from troposphere, stratosphere and mesosphere. Radio Science, 15, n° 2, pp. 243-257.

GARRISON G.J. (1968), Intermodulation distorsion in frequency division multiplex FM systems. A tutorial summary. IEEE Trans. on Comm. Tech., COM 16, n° 2, pp. 289-303.

GERARD Ph. (1981). Egaliseur autoadaptatif d'amplitude pour faisceaux hertziens numériques. Revue technique Thomson C.S.F., 13, n° 1, pp. 135-158.

GERSHO A. (1969). Adaptive equalization of highly dispersive channels for data transmission. B.S.T.J., 48, n° 1, pp. 55-70.

GIGER A.J. et W.T. BARNETT (1981). Effects of multipath propagation on digital radio. IEEE Trans. on Communication, COM 29, n° 9, pp. 1345-1352.

GIUFFRIDA T.S. (1979). Measurements of the effects of propagation on digital radio systems equipped with space diversity and adaptive equalization. IEEE International Conference on Communications, pp. 48.1.1.-48.1.6.

GIUFFRIDA T.S. (1980). The effect of multipath fading upon adjacent channel operation of an 8-PSK 6 GHz digital radio. IEEE International Conference on Communications, pp. 34.1.1/34.1.5.

GOSSARD E.E. (1981). Clear weather meteorological effects on propagation at frequencies above 1 GHz. Radio Science, 16, n° 5, pp 589-608.

GREENSTEIN L.J. (1978). A multipath fading model for terrestrial digital radio systems. IEEE Trans. on Communications, COM 26, n° 8, pp. 1247-1250.

GREENSTEIN L.J. et B.A. CZEKAJ (1980). A polynomial model for multipath fading channel responses. B.S.T.J., 59, n° 7, pp. 1197-1225.

GREENSTEIN L.J. et B.A. CZEKAJ (1981). Modeling multipath responses using multitone probing signals and polynomial approximation. B.S.T.J., 60, n° 2, pp. 193-214.

GREENSTEIN L.J. et B.A. CZEKAJ-AUGUN (1982). Performance comparison among digital radio techniques subjected to multipath fading. IEEE Trans. on Communications, COM 30, n° 5, pp. 1184-1197.

GREENSTEIN L.J. et V.K. PRABHU (1979). Analysis of multipath outage with applications to 90 Mbit/s PSK systems at 6 and 11 GHz. IEEE Trans. on Communications, COM 27, n° 1, pp. 68-75.

GREENSTEIN L.J. et D. VITELLO (1979). Digital radio receiver responses for combatting frequency selective fading. IEEE Trans. on Communications, COM 27, n° 4, pp. 671-681.

GREENWOOD A.J. et D. DURAND (1955). The distribution of length and components of the sum of n random unit vectors. Annals of Math. Stat., 26, pp. 233-246.

GRIFFITHS J. et J.P. Mc GEEHAN (1982). Interrelationship between some statistical distributions used in radio wave propagation. Proc. IEE, 129, part F, n° 6, pp. 411-417.

GUDMANSEN P. et B.F. LARSEN (1957). Statistical data for microwave propagation measurements on two oversea paths in Denmark. I.R.E. Trans. on Anten. and Propag., AP5, n° 3, pp. 255-59.

HART G., P.C. SMITH, R.D. Mc CONNELL et A.M. ROLLS (1983). Practical results from the performance evaluation of an 11 GHz 140 Mbit/s digital radio relay system. The Radio and Electronic. Engineer, 53, n° 5, pp. 181-189.

HARTMANN P.R. et E.W. ALLEN (1979). An adaptive equalizer for correction of multipath distortion in a 90 Mbit/s 8 PSK system. IEEE International Conference on Comm., pp. 5.6.1-5.6.4.

HARTREE D.R., J.G.L. MICHEL et P. NICHOLSON (1946). Practical methods for the solution of the equations of tropospheric refraction in : Meteorological factors in radio wave propagation, (Phys. Soc. and Roy. Meteor. Soc. London), pp. 127-168.

HIGUTI I. et K. MORITA (1982). Diversity effects of propagation characteristics during multipath fading in microwave links. Rev. of the Elec. Comm. Lab., 30, n° 3, pp. 544-551.

HORIKAWA I., Y. OKAMOTO et K. MORITA (1979). Characteristics of a high capacity 16 QAM digital radio system on a multipath fading channel. IEEE International Conference on Comm., pp. 48.4.1-48.4.6.

HOYT R.S. (1947). Probability functions for the modulus and angle of the normal complex variate. B.S.T.J., 26, pp. 318-359.

IKEGAMI F. (1959). Influence of an atmospheric duct on microwave fading. IRE Transactions on Ant. and Propag., AP7, n° 3, pp. 252-257.

IKEGAMI F. (1967). Analyses of microwave fading due to laminar structure of the atmospheric refractive index. Rev. of the Elec. Comm. Lab., 15, n° 7-8, pp. 483-506.

IKEGAMI F., T. AKIYAMA, S. AOYAGI et H. YOSHIDA (1968). Variations of radio refraction in the lower atmosphere. IEEE Trans. on Ant. and Propag., AP 16, n° 2, pp .194-200.

IKEGAMI F., M. HAGA, T. FUKUDA et H. YOSHIDA (1966). Experimental studies on atmospheric ducts and microwave fading. Rev. of the Elec. Comm. Lab., 14, n° 7-8, pp. 503-533.

INOUE T. et T. AKIYAMA (1974). Propagation characteristics on line of sight over-sea paths in Japan. IEEE Trans. on Ant. and Propag., AP 22, n° 4, pp. 557-565.

JAKES W.C. Jr (1979). An approximate method to estimate an upper bound of the effect of multipath delay distorsion on digital transmission. IEEE Trans. on Communications, COM 27, n° 1, pp. 76-81.

JAMES P.K. (1980). A review of radar observations of the troposphere in clear air conditions. Radio Science, 15, n° 2, pp. 151-175.

JOINDOT M. (1979). Synthèse bibliographique sur les méthodes de calcul de la probabilité d'erreur en présence d'interférence entre symboles dans un système de transmission numérique. Note technique C.N.E.T. NT/ETN/5.

JOINDOT M., A. LECLERT, J. OUDART et P. VANDAMME (1981). Conception et réalisation d'un égaliseur auto-adaptatif pour lutter contre les évanouissements sélectifs sur les liaisons hertziennes numériques. Ann. Télécomm., 36, n° 11-12, pp. 634-644.

KARABINIS P.D. (1983). Maximum-power and amplitude-equalizing algorithms for phase control in space diversity combining. B.S.T.J., 62, n° 1, pp. 63-89.

KAYLOR R.L. (1953). A statistical study of selective fading of super high frequency radio signals. B.S.T.J., 32, n° 9, pp. 1187-1202.

KERR D.E. (Editor) (1951). Propagation of short radio waves. Mc GRAW HILL.

KOMAKI S., I. HORIKAWA, K. MORITA et Y. OKAMOTO (1979). Characteristics of a high capacity 16 QAM digital radio system in multipath fading. IEEE Trans. on Communications, COM 27, n° 12, pp. 1854-1861.

KOMAKI S., Y. OKAMOTO et K. TAJIMA. (1980). Performance of 16-QAM digital radio system using new space diversity. IEEE International Conference on Communication, paper 52-2.

LANE J.A. (1965). Some investigations of the structure of elevated layers in the troposphere. J. Atmos. Terr. Phys., 27, pp. 969-978.

LEVIN B.A., N.K. PROSHECHKIN, M.I. ROTENBERG et K.I. RYBAKOV (1978). Digital instrument for measuring the index of refraction of the atmosphere. Radio Engineering Electron. Phys., 22, n° 9, pp. 125-129.

LEVY A.J. (1983). Evaluation rapide du taux d'erreur numérique en présence d'interférence entre symboles. Note technique C.N.E.T. CRPE/127.

LEWIN L. (1962). Diversity reception and automatic phase correction. Proc. IEE 109 B, n° 46, pp. 295-304.

LIN S.H. (1971). Statistical behavior of a fading signal. B.S.T.J., 50, n° 10, pp. 3211-3270.

LINFIELD R.F., R.W. HUBBARD et L.E. PRATT (1976). Transmission channel characterization by impulse response measurements. US Department of Commerce. OT Report PB 258-577.

LINIGER M. (1982). Sweep measurements of the transfer function of a R.F. channel and their representation by polynomials. IEEE International Conference on Communications, pp. 7 B.3.1.-7 B.3.5.

LINIGER M. (1983). One year results of sweep measurements of a radio link. IEEE International Conference on Communications, pp. C. 2.3.1.-C.2.3.5.

LITTLE C.G. (1969). Acoustic methods for the remote probing of the lower atmosphere. Proc. IEEE, 57, n° 4, pp. 571-578.

LUCKY R.W. (1965). Automatic equalization for digital communication. B.S.T.J., 44, n° 4, pp. 547-588.

LUNDGREN C.W. et W.D. RUMMLER (1979). Digital radio outage due to selective fading. Observation vs prediction from laboratory simulation. B.S.T.J., 58, n° 5, pp. 1073-1100.

Mac ALLISTAIR L.G., J.R. POLLARD, A.R. MAHONEY et P.J.R. SHAW (1969). Acoustic sounding. A new approach to the study of atmospheric structure. Proc. IEEE, 57, n° 4, pp. 579-587.

MACCHI C., J.P. JOUANNAUD et O. MACCHI (1975). Récepteurs adaptatifs pour transmission de données à grande vitesse. Ann. Télécomm., 30, n° 9-10, pp. 311-330.

MACCHI O. et L. GUIDOUX (1975). Un nouvel égaliseur : l'égaliseur à double échantillonnage. Ann. Telecomm., 30, n° 9-10, pp. 331-338.

MAKINO H. et K. MORITA (1967). Design of space diversity receiving and transmitting systems for line of sight microwave links. IEEE Trans. on Communications, COM 15, n° 4, pp. 603-613.

MARTIN L. (1980). Etude de la sélectivité des évanouissements dus aux trajets multiples. Ann. Telecomm., 35, n° 11-12, pp. 482-487.

MARTIN L. (1981). Relative amplitudes and delays of rays during multipath fadings. Proc. of IEE International Conf. on Ant. and Propag. York (Avril 1981).

MARTIN L. (1982 a). Statistical results on selective fadings. IEEE International conference on Communications, (Philadelphie-Juin 1982)

MARTIN L. (1982 b). Computing method of outage time for high bit-rate digital radio links. IEEE International Conference on Communications, Paper 7B.6.

MARTIN L. et P. LEFORESTIER (1980). Un analyseur de liaison. Note technique C.N.E.T. LAB/MER/15.

MARTIN A.L., R.P. COUTTS et J.C. CAMPBELL (1983). Results of a 16 QAM 140 Mbit/s digital radio field experiment. IEEE International Conference on Communications, pp. F 2.2.1./F 2.2.8.

MATHEWS R.C. (1979). 44.736 Mbit/s on 4 GHz radio field experiment results IEEE International Conference on Communications, pp. 48.5.1. - 48.5.6.

MATSUURA S.T. (1982). Estimated performance of a QPR digital microwave radio in the presence of frequency selective fading. IEEE International Conference on Communications, pp. 7 B.2.1./7 B.2.5.

MEADOWS R.W., R.E. LINDGREN et J.C. SAMUEL (1966). Measurement of multipath propagation over a line of sight radio link at 4 Gc/s using frequency sweep technique. Proc. I.E.E., 113, n° 1, pp. 41-48.

MISME P., J. BATTESTI et L. BOITHIAS (1973). The respective influences of multipath configurations and precipitation rates for frequencies lying between 10 GHz and 30 GHz. IEE Conference Publication 98, pp. 56-64.

MOGENSEN G. (1972). Improved data for propagation analysis. AGARD Conference Proceedings, CP 107, pp. 11/1-11/4.

MOGENSEN G. (1975). Analysis of 13.5 - 15 GHz amplitude and phase propagation data. E.S.A. Publication SP 113, pp. 257-263.

MOGENSEN G. et E.L. CHRISTENSEN (1977). Fading and intermodulation noise statistics from a 14 GHz line of sight propagation experiment. Proc. of URSI Comm. F. symposium, La Baule (Avril mai 1977), pp. 453-458.

MON J.P. et S. MAYRARGUE (1981). Sodar monitoring of the lower atmosphere and prediction of propagation anomalies on line of sight paths. IEEE International Conference on Communications, pp. 68-6-1/68-6-4.

MON J.P., A. WEILL et L. MARTIN (1980). Effect of tropospheric disturbances on a 4.1 and 6.2 GHz line-of-sight path. Ann. Telecomm., 35, n° 11-12, pp. 470-473.

MORAIS D.H., A. SEWERINSON et K. FEHER (1979). The effects of the amplitude and delay slope components of frequency selective fading on QPSK, Offset QPSK and 8 PSK systems. IEEE Trans. on Communications, COM 27, n° 12, pp. 1849-1853.

MOREAU P., G. RAOULT et G. CORNET (1976). Etude et réalisation d'un réfractomètre hyperfréquence au moyen d'un interféromètre de Perot et Fabry. C.R. Acad. Sci., 283, série B, pp. 401-404.

MORITA K. (1970). Prediction of Rayleigh fading occurrence probability of line of sight microwave links. Rev. of the Elec. Comm. Lab., 18, n° 11-12, pp. 810-822.

MORITA K. et K. KAKITA (1958). Fading in microwave relays. Reports of the Elec. Comm. Lab., 6, n° 9, pp. 352-370.

MUELLER M.S. et J. SALZ (1981). A unified theory of data-aided equalization. B.S.T.J., 60, n° 9, pp. 2023-2038.

NAKAGAMI M. (1960). The m distribution. A general formula of intensity distribution of rapide fading. In : statistical methods in radio wave propagation (W.C. HOFFMAN ed.) pp. 3-36 PERGAMON PRESS.

NAKAGAMI M. (1964). On the intensity distribution and its application to signal statistics. Radio Science, 68 D, n° 9, pp. 995-1003.

NICHOLS R.A. (1982). An IF combiner for digital and analog radio systems. IEEE International Conference on Communications, 4B.7.1/4 B.7.4.

NILSSON J. (1977). On the correlation of deep fading on line of sight microwave links and the presence of inversion layers monitored by an acoustic sounder. Proc. of URSI Comm. F symposium, La Baule (Avril-mai 1977), pp. 49-53.

NOONKESTER V.R. et J.H. RICHTER (1980). FM-CW radar sensing of the lower atmosphere. Radio Science, 15, n° 2, pp. 337-353.

NORTON K.A., E.L.S. SHULTZ et H. YARBROUGH (1952). The probability distribution of the phase of the resultant vector sum of a constant vector plus a Rayleigh distributed vector. Proc. IRE, 43, n° 10, pp. 1354-1361.

NORTON K.A., L.E. VOGLER, W.V. MANSFIELD et P.J. SHORT (1955). The probability distribution of the amplitude of a constant vector plus a Rayleigh distributed vector. Proc. IRE, 43, n° 10, pp. 1354-1361.

OLSEN R.L. (1981). Cross polarization during clear air conditions on terrestrial links : a review. Radio Science, 16, n° 5, pp. 631-647.

PEARSON K.W. (1965). Method for the prediction of the fading performance of a multisection microwave link. Proc. IEE, 112, n° 7, pp. 1291-1300.

PICKERING L.W. et De ROSA J.K. (1979). Refractive multipath model for line of sight microwave relay links. IEEE Trans. on Communications, COM 27, n° 8, pp.1174-1182.

RAMADAN M. (1979). Availability prediction of 8 PSK digital microwave systems during multipath propagation. IEEE Trans. on Communications, COM 27, n° 12, pp. 1862-1869.

RANADE A. et P.E. GREENFIELD (1983). An improved method of digital radio characterisation from field measurements. IEEE International Conference on Communications, pp. C.2.6.1.-C.2.6.5.

RAO K.N. et H.N. SRIVASTAVA (1971). Errors in the computation of mean monthly values of radio refractive index. Radio Science, 6, n° 8-9, pp. 753-55.

RICAGNI A. et T. TESTI (1982). IF combining techniques for space diversity in analog and digital radio systems. IEEE International Conference on Communications, 4B.6.1-4B.6.5.

RICE S.O. (1944 et 1945). Mathematical analysis of random noise
parties 1 et 2. B.S.T.J., 23, pp. 282-332.
parties 3 et 4. B.S.T.J., 24, pp. 46-156.

RICE S.O. (1948). Statistical properties of a sine wave plus random-noise. B.S.T.J., 27, pp. 109-157.

RICE S.O. (1958). Distribution of the duration of fades in radio transmission : gaussian noise model. B.S.T.J., 37, n° 3, pp. 581-635.

RIVET P. (1956). Essais de diversité et étude de l'effet de focalisation sur des liaisons longues en visibilité. L'onde électrique. XXXVI, 346, pp. 23-31.

ROBINSON J.M., A.J. PATE et J.K. CHAMBERLAIN (1981). An electronic diversity combining system for use in terrestrial radio relay systems. IEE CP 193, pp. 102-105.

ROORYCK M. (1973). Etude de la propagation à 13 GHz sur un trajet de 53 kilomètres. Note technique CNET/EST/APH/21.

ROORYCK M. (1977). Dégradation de la qualité due aux trajets multiples dans un système à transmission numérique à quatre états de phases. Ann. Telecomm., 32, n° 11-12, pp. 541-545.

ROORYCK M. et M. JUY (1977). Résultats de 5 ans de mesures à 13 GHz sur un trajet de 53 km. Note technique C.N.E.T. TCR/APH/43.

RUMMLER W.D. (1978). A multipath channel model for line of sight digital radio systems. IEEE International Conference on Communications pp. 47.5.1/47.5.4.

RUMMLER W.D. (1979). A new selective fading model : application to propagation data. B.S.T.J., 58, n° 5, pp. 1037-1071.

RUMMLER W.D. (1980). Time- and frequency- domain representation of multipath fading on line of sight microwave paths. B.S.T.J., 59, n° 5, pp. 763-796.

RUMMLER W.D. (1981a). More on the multipath fading channel model. IEEE Trans. on Communication, COM 29, n° 3, pp. 346-352.

RUMMLER W.D. (1981b). A comparison of calculated and observed performance of digital radio in the presence of interference. IEEE International Conference on Communications, pp. 68.1.1. - 68.1.5.

RUMMLER W.D. (1982 a). A statistical model of multipath fading on a space-diversity radio channel. B.S.T.J., 61, n° 9, pp. 2185-2219.

RUMMLER W.D. (1982 b). A simplified method for the laboratory determination of multipath outage of digital radio in the presence of thermal noise. IEEE Trans. on Communications, COM 30, n° 3, pp. 487-494.

RUTHROFF C.L. (1971). Multiple path fading on line of sight microwave radio systems as a function of path lengh and frequency. B.S.T.J., 50, n° 7, pp. 2375-2398.

SAKAGAMI S. et Y. HOSOYA (1982). Some experimental results on in-band amplitude dispersion and a method for estimating in band linear amplitude dispersion. IEEE Trans. on Communications, COM 30, n° 8, pp. 1875-1887.

SALZ J. (1973). Optimum mean square decision feedback equalization. B.S.T.J., 52, n°8, pp. 1341-1373.

SANDBERG J. (1977). Multipath parameters from swept measurements. Proc. of URSI comm. F. Symposium, La Baule (avril-mai 1977), pp. 441-446.

SANDBERG J. (1978). Multipath parameters and multipath propagation related to P.S.K. Communication. PhD Thesis. Technical University of Denmark. Electromagnetics Institute. Rapport LD 34.

SANDBERG J. (1980). Extraction of multipath parameters from swept measurements on a line of sight path. IEEE Trans. on Ant. and Propag., AP 28, n° 6, pp. 743-750.

SASAKI O. et T. AKIYAMA (1977). Characteristics of fadeout and fade speed in microwave radio links. Rev. of the Elec. Comm. Lab., 25, n° 3-4, pp. 315-323.

SASAKI O. et T. AKIYAMA (1982). Studies on radio duct occurrence and properties. IEEE Trans. on Ant. and Propag., AP 30, n° 5, pp. 853-858.

SAXTON J.A., J.A. LANE, R.W. MEADOWS et P.A. MATTHEWS (1964). Layer structure of the troposphere. Simultaneous radar and microwave refractometer investigations. Proc. IEE, 111, n° 2, pp. 275-283.

SCHIAVONE J.A. (1981 a). Meteorological parameters affecting line of sight microwave fading. IEEE International Conference on Communications, pp. 68.5.1/68.5.3.

SCHIAVONE J.A. (1981 b). Prediction of positive refractivity gradients for line-of-sight microwave radio paths. B.S.T.J., 60, n° 6, pp. 803-822.

SCHIAVONE J.A. (1982). Microwave radio meteorology : diurnal fading distributions. Radio Science, 17, n° 5, pp. 1301-1312.

SHARPLESS W.M. (1946). Measurement of the angle of arrival of microwaves : Proc. I.R.E., 34, pp. 837-845.

SHEPPARD P.A. (1946). The structure and refractive index of the lower atmosphere in : Meteorological factors in radio wave propagation (Phys. Soc. and Roy. Meteor. Soc. London). pp. 37-79.

SHKAROFSKY I.P. et S.B. NICKERSON (1982). Computer modeling of multipath propagation : Review of ray-tracing techniques. Radio Science, 17, n° 5, pp. 1133-1158.

SIDDIQUI M.M. (1962). Some problems connected with Rayleigh distributions. J. Res. N.B.S. (Radio Science), 66D, n° 2, pp. 167-174.

SMITH E.K. et S. WEINTRAUB (1953). The constants in the equation for atmospheric refractive index at radio frequencies. Proc. IRE, 41, pp. 1035-1037.

STARAS H. (1956). Diversity reception with correlated signals. J. of Applied Phys., 27, n° 1, pp. 93-94.

STEPHANSEN E.T. et G.E. MOGENSEN (1979). Experimental investigation of some effects of multipath propagation on line of sight path at 14 GHz. IEEE Trans. on Comm., COM 27, n° 3, pp. 643-47.

SUBRAMANIAN M., K.C. O'BRIEN et P.J. PUGLIS (1973). Phase dispersion characteristics during fade in a microwave line of sight radio-channel. B.S.T.J., 52, n° 10, pp. 1877-1902.

SYLVAIN M., F. BAUDIN, C. KLAPISZ, J. LAVERGNAT, S. MAYRARGUE, J.P. MON, B. NUTTEN, M. ROORYCK, L. MARTIN (1983). The PACEM experiment on line of sight multipath propagation. Proceedings of URSI - Commission F Symposium (Louvain, Belgique, 09-15 Juin 1983), ESA-SP-194, pp. 13-23.

TATTERSALL R.L.O. et N.E. CARTWRIGHT (1977). Multipath propagation data collected from tests on line of sight radio paths at 11, 20 and 37 GHz during the period 1972-1975. Research Department Report 594. British Post office Research Center.

TATTERSALL R.L.O., B.C. BARNES et N.E. CARTWRIGHT (1973). Multipath transmission tests at 11, 20 and 37 GHz. IEE Conference publication 98, pp. 65-69.

TAYLOR D.P. et M. SHAFI (1983). Fade margin and outage computation of 49-QPRS radio employing decision feedback equalization. IEEE International Conference on Communications, pp. F 2.1.1/F 2.1.6.

TENNEKES H. et J.L. LUMLEY (1972). A first course in turbulence. The M.I.T. PRESS.

TOY W.W. (1980). The effects of multipath fading on 16 QAM digital radio. IEEE International Conference on Communications, pp. 52.1.1.-52.1.5.

TURNER D., B.J. EASTERBROOK et J.E. GOLDING (1966). Experimental investigation of line of sight propagation at 11.0-11.5 Gc/s. Proc. IEE, 113, n° 9, pp. 1477-89.

UGAI S. (1959). Statistical consideration of the structure of atmospheric refractive index. Reports of the Elec. Comm. Lab., 7, n° 8, pp. 253-289.

UGAI S. (1961). Characteristics of fading due to ducts and quantitative estimation of fading. Rev. of the Elec. Com. Lab., 9, n° 56, pp. 319-360.

VAN GRUNDERBERCK P. (1976). Etude de la détermination des profils atmosphériques de température et humidité par sondage acoustique multifréquence. Faisabilité : Vérification expérimentale. La Météorologie VIème série, n° 3, pp. 51-69.

VETTER M. J. et M.C. THOMPSON Jr (1962). Absolute microwave refractometer. Rev. Scien. Inst., 33, n° 6, pp. 656-660.

VICKERS W.W. et M.E. LOPEZ (1975). Low angle radar tracking errors induced by nonstratified atmospheric anomalies. Radio Science, 10, n° 5, pp. 491-505.

VIGANTS A. (1967). Variations of space diversity performance on line of sight links. Proc. IEEE, 55, pp. 595-96.

VIGANTS A. (1968). Space diversity performance as a function of antenna separation. IEEE Trans. on Communications, COM 16, n° 6, pp. 831-836.

VIGANTS A. (1970). The number of fades in space diversity reception. B.S.T.J., 49, n° 7, pp. 1513-1530.

VIGANTS A. (1971). Number and duration of fades at 6 and 4 GHz. B.S.T.J., 50, n° 3, pp. 815-841.

VIGANTS A. (1975). Space diversity engineering. B.S.T.J., 54, n° 1, pp. 103-142.

VIGANTS A. (1981 a) Distance variation of two-tone amplitude dispersion in line of sight microwave propagation. IEEE International Conference on Communications, pp. 68.3.1-68.3.5.

VIGANTS A. (1981 b). Microwave radio obstruction fading. B.S.T.J., 60, n° 6, pp. 785-801.

VIGANTS A. (1982). One year result on distance variation of two-tone amplitude dispersion. IEEE International Conference on Communications.

VIGANTS A. (1983). Effect of space diversity on distance variation of two-tone amplitude dispersion. IEEE International Conference on Communications, pp. C.2.1.1.-C2.1.5.

VIGANTS A. et M.V. PURSLEY (1979). Transmission unavailability of frequency diversity protected microwave FM radio systems caused by multipath fading. B.S.T.J., 58, n° 8, pp. 1779-1791.

VOGE J. (1954). Problèmes d'actualité dans l'étude de la transmission des ondes ultra-courtes. L'onde électrique, pp. 487-498.

WANG Y.Y. (1979). Simulation and measured performance of a space diversity combiner for 6 GHz digital radio. IEEE Trans. on Communications, COM 27, n° 12, pp. 1896-1907.

WATSON P.A. et M. ARBABI (1973). Crosspolarization isolation and discrimination. Electronics letters, 9, n° 222, pp. 516-517.

WEBSTER A.R. (1982). Raypath parameters in tropospheric multipath propagation. IEEE Trans. on Ant. and Propag., AP 30, n° 4, pp. 796-800.

WEBSTER A.R. (1983). Angles-of-arrival and delay times on terrestrial line of sight microwave links. IEEE Trans. on Ant. and Propag., AP 31, n° 1, pp. 12-17.

WEBSTER A.R. et T. UENO (1980). Tropospheric microwave propagation : an X band diagnostic system. IEEE Trans. an Ant. and Propag., AP 28, n° 5, pp. 693-99.

WHEELER M.S. (1977). Microwave relay fading statistics as a function of a terrain clearance factor. IEEE Trans. on Ant. and Propag., AP 25, n° 2, pp. 269-273.

WHITE R.F. (1968). Space diversity on line of sight microwave systems. IEEE Trans. on Communication Tech., COM 16, n° 1, pp. 119-133.

WONG M.S. (1958). Refraction anomalies in airborne propagation. Proc. of IRE, pp. 1628-1638.

WYLIE R.G. (1979). Psychrometric wet elements as a basis for precise physico-chemical measurements. Journal of Res. of the N.B.S., 84, n° 2, pp. 161-177.

YAMAMOTO H. et S. NAKAMURA (1969). Waveform distorsion and interchannel interference due to frequency selective fading in microwave PCM systems. Rev. of the Elec. Com. Lab., 17, n° 3-4, pp. 173-209.