



**HAL**  
open science

## Etude théorique et expérimentale des effets de dérive dans un plasma chaud non collisionnel

D. Henry, J.M. Lafaille, G. Mourges

► **To cite this version:**

D. Henry, J.M. Lafaille, G. Mourges. Etude théorique et expérimentale des effets de dérive dans un plasma chaud non collisionnel. [Rapport de recherche] Note technique CRPE n° 37, Centre de recherches en physique de l'environnement terrestre et planétaire (CRPE). 1976, 70 p. hal-02191410

**HAL Id: hal-02191410**

**<https://hal-lara.archives-ouvertes.fr/hal-02191410v1>**

Submitted on 23 Jul 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

RP 182 (16)

**CENTRE NATIONAL D'ETUDES  
DES TELECOMMUNICATIONS**

**CENTRE NATIONAL DE LA  
RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**CENTRE DE  
RECHERCHES  
EN PHYSIQUE DE  
L'ENVIRONNEMENT  
TERRESTRE  
ET PLANETAIRE**

**CRPE**

**NOTE TECHNIQUE  
CRPE / 37**

*Etude théorique et expérimentale  
des effets de dérive  
dans un plasma chaud  
non collisionnel*

*par*

*D. Henry  
J.M. Lafaille  
G. Mourgues*

*Novembre 1976*

17 MAI 1977



Centre de Recherche en Physique  
de l'Environnement Terrestre et Planétaire

Note technique CRPE/37

Etude théorique et expérimentale des  
effets de dérive dans un plasma chaud  
non collisionnel

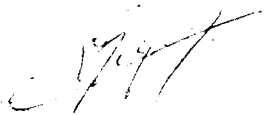
par

D. HENRY

J.M. LAFAILLE

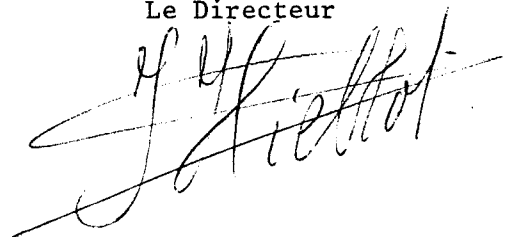
G. MOURGUES

Le Chef du Département PCE



Novembre 1976

Le Directeur



RESUME

Le présent rapport détaille le travail théorique et expérimental entrepris sur l'étude de la propagation des ondes électroniques longitudinales dans un plasma chaud non collisionnel animé d'une vitesse de dérive.

Ce travail a bénéficié du soutien de la D.R.M.E. et a fait l'objet du 1er rapport D.R.M.E. 75.113.

-----

### III

#### PLAN

	<u>Pages</u>
A - <u>INTRODUCTION</u>	1
Références	2
B - <u>PARTIE THEORIQUE</u>	
I Formulation du problème	4
II Première approche du problème : 1 BAG $\epsilon$	5
III Etude du cas quasi-continu de la fonction de distribution par le modèle M.W.B. avec $N = 100$	
a) Allure de la fonction diélectrique $\epsilon(K)$	6
b) Recherche des racines et branches de dispersion du modèle	8
c) Calcul mathématique du champ	9
d) Discontinuité à l'origine du champ dans le cas d'une excitation monopolaire	11
e) Détermination de la nature amont-aval des divers pôles	
Méthode	12
Etude numérique relative à la limite $N$ tendant vers l'infini et $(\nu)$ tendant vers zéro	15
La solution est finalement donnée par l'étude de coefficients d'excitation	16
IV Comportement du champ électrostatique en fonction de la dérive et de la fréquence	18
V Conclusion	20
Références	21
Légendes	22

	<u>Pages</u>
C - <u>ETUDE EXPERIMENTALE</u>	
I Description du plasma	39
II Excitation des ondes électrostatiques	39
III Détection des ondes électrostatiques	40
a) Détection interférométrique	40
b) Détection quadratique (utilisation d'un analyseur de spectre	41
IV Exploitation des résultats	
a) Caractéristiques des signaux détectés	43
a.1) Présence d'un gradient de densité	43
a.2) Légère non linéarité	44
a.3) Diverses causes d'atténuation	44
a.4) Phase à l'origine	45
b) Exploitation numérique	45
b.1) Programmes d'optimisation	45
b.2) Expression analytique	46
b.3) Renormalisation en fréquence	47
c) Diagrammes de dispersion	47
c.1) Atténuation (exploitation de $k_i$ )	47
c.2) Longueur d'onde (exploitation de $k_r$ )	48
V Conclusion	49
Références	51
Légendes	52
D - <u>Conclusion générale</u>	63

ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE  
DES EFFETS DE DERIVE DANS  
UN PLASMA CHAUD NON COLLISIONNEL

-----

A) INTRODUCTION

Le présent travail s'insère dans l'ensemble du thème du contrat D.R.M.E. qui est la "recherche de méthodes de diagnostic des plasmas hors d'équilibre par propagation d'ondes électroniques longitudinales". Une des motivations de cette recherche est l'étude d'un plasma hors d'équilibre particulier : le sillage créé par le déplacement d'un engin dans le plasma ionosphérique. Pour créer un sillage, il faut soit déplacer un obstacle dans un plasma immobile, soit interposer un obstacle fixe devant un jet de plasma. On conçoit aisément que la deuxième solution est plus facile à réaliser en laboratoire.

Le caisson de simulation spatiale du C.R.P.E. à Orléans est équipé d'une source à plasma du type KAUFMAN injectant un faisceau d'ions à une vitesse de 10 Km/s. Les ions sont neutralisés par l'émission d'électrons à l'aide d'un filament chaud. Il était supposé jusqu'à présent que les électrons étaient entraînés à la même vitesse par les ions. En fait, pour pouvoir étudier sérieusement le sillage, il était important de connaître la vitesse de dérive des électrons d'une manière précise, donc de posséder une méthode permettant de mettre en évidence et de mesurer cette dérive. Plusieurs tentatives ont été faites pour cela au laboratoire.

Une première idée consiste à utiliser la sonde quadripolaire et à mesurer le déplacement en fréquence (par effet Doppler) d'une résonance ou d'une anti-résonance caractéristique. Cette technique a été utilisée conjointement par les équipes des Docteurs Storey et Beghin. L'équipe du Docteur Storey s'est attachée à mettre en évidence le déplacement en fréquence prévu par la théorie de la résonance oblique basse, (Pottelette (1973)). L'équipe du

Docteur Beghin a essayé de mettre en évidence la présence de la vitesse de dérive par le déplacement en fréquence de la première anti-résonance qui apparaît après la fréquence plasma (E. Michel (1976)). Les résultats obtenus, bien qu'intéressants, donnaient des valeurs différentes et le problème de la mesure précise restait en suspend.

Compte tenu de l'expérience que nous avons acquise sur la propagation des ondes électroniques longitudinales (O.E.L.) (et en particulier de la grande sensibilité des caractéristiques de propagation à toute perturbation du plasma), nous avons entrepris l'étude du comportement des O.E.L. dans un plasma présentant une vitesse de dérive. Nous étions de plus guidés par des recherches théoriques relativement anciennes sur les ondes de surface dans un plasma avec dérive (Trivelpiece et Gould (1959)). Ces études prévoyaient une dissymétrie dans la propagation (longueur d'onde plus grande et atténuation plus faible en aval qu'en amont), ce qui a été récemment confirmé (Anicin et Babovic (1975)). Nous pouvions donc nous attendre à des phénomènes identiques dans la propagation des O.E.L. Nous verrons qu'en fait on retrouve bien en effet de dissymétrie, mais on observe aussi un nouveau mode rétrograde en dessous de la fréquence plasma.

Le présent rapport détaille le travail théorique et expérimental entrepris sur la propagation des O.E.L. dans un plasma chaud non collisionnel animé d'une vitesse de dérive et montre le bon accord obtenu.



REFERENCES

POTTELETTE R. ( 1973) Ann. Geophys., 29(2), 201-226

Michel E. Thèse de Docteur Ingenieur présentée à  
l'Université d'Orléans (France)  
le 12 Février 1976

TRIVELPIECE A.W. et GOULD R.W. ( 1959)  
Journ. Appl. Phys., 30, 1784

ANICIN B.A. et BABOVIC V.M. (1975)  
FIZIKA, 7, 71-82

B) PARTIE THEORIQUE

I. FORMULATION DU PROBLEME

Nous utiliserons les variables normalisées

$\Omega = \omega / \omega_p$  avec  $\omega =$  fréquence excitatrice et  $\omega_p =$  fréquence plasma électronique

$V_D = v_D / V_T$   $v_D =$  vitesse de dérive  $V_T =$  vitesse thermique du plasma

$K = k * \lambda_D$   $k =$  nombre d'onde  $\lambda_D =$  longueur de Debye

$\alpha_j$  et  $\xi_j$  seront donnés par  $a_j = \alpha_j * V_T =$  vitesse des divers Bags approximant la fonction de distribution électronique du plasma. considéré sans vitesse de dérive.

$A_j = \xi_j / V_T =$  leur hauteur relative (voir figure 1).

Le champ électrostatique E à la distance  $X = x / \lambda_D$  de la source est donné par la relation bien connue

$$E(x) = \frac{i\sigma}{2\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} W(k) \frac{\exp(-i k x)}{\epsilon(k, \Omega, V_D)} dk$$

où W(K) est un facteur dépendant de la géométrie de la source et valant 1/K pour une excitation monopolaire,  $\Delta/i$  pour une excitation dipolaire, et  $k * \Delta^2$  pour une excitation quadripolaire ( $\Delta$  est la distance entre les grilles de la source portant une densité de charge oscillante en  $\frac{+}{-} \sigma \exp(i\omega t)$ ).

. Les distances  $X > 0$  correspondent à l'aval de l'écoulement de plasma à travers la source

.  $\epsilon(K, \Omega, V_D)$  est la fonction diélectrique du plasma valant pour le modèle M.W.B. :

$$\mathcal{E}(k, \Omega, V_D) = 1 - \sum_{j=1}^N \frac{2 \alpha_j \xi_j}{(k V_D - \Omega)^2 - k^2 \alpha_j^2}$$

avec 
$$\sum_{j=1}^N 2 \alpha_j \xi_j = 1$$

(Normalisation de la fonction de distribution) et

N = nombre de "Bags" considérés.

## II. PREMIERE APPROCHE DU PROBLEME : 1 BAG (Modèle Hydrodynamique)

Dans ce cas particulier 
$$\mathcal{E}(k, \Omega, V_D) = 1 - \frac{1}{(\Omega - k V_D)^2 - k^2 \alpha^2}$$

conduit à l'équation de dispersion  $\Omega = k V_D \pm \Omega_k$  avec  $\Omega_k = (1 + k^2 \alpha^2)^{1/2}$

Ce modèle ne donnant une approche du cas maxwellien qu'au voisinage de la fréquence plasma, nous ne l'étudierons que pour  $\Omega$  peu différent de 1.

1) Cas où  $V_D < \alpha$

Pour  $\Omega = 1$  nous avons 2 racines de  $\mathcal{E}$  :  $K_1 = 0$  et 
$$K_2 = \frac{-2 V_D}{\alpha^2 - V_D^2}$$
 telles que (voir figure 2)  $\left( \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial k} \right)_{K_1} = - \left( \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial k} \right)_{K_2} = -2 V_D$

Le pôle  $K_1$  est un pôle "aval" car, lorsqu'on applique la relation de causalité en rajoutant une petite partie imaginaire négative à la fréquence, il se déplace d'une petite quantité imaginaire négative et contribue donc au calcul de l'intégrale du champ pour les distances positives, par une méthode de résidu. On démontre de la même façon que le pôle  $K_2$  est un pôle "amont". Pour une excitation dipolaire et une fréquence  $\Omega$  proche de 1, ces deux pôles auront des coefficients d'excitation presque égaux en module, valant  $\left( \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial k} \right)_{K_1}^{-1}$  et  $\left( \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial k} \right)_{K_2}^{-1}$ . Les champs amont et

aval seront presque identiques. Par contre, pour une excitation monopolaire, le pôle aval  $K_1$  sera favorisé, vu la forme  $k^{-1} \left( \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial k} \right)_{K_1}^{-1}$

du coefficient d'excitation, par la petitesse de la racine aval de  $\epsilon$ . Le contraire (renforcement du pôle amont) se produit pour une excitation quadripolaire étant donné la forme en  $k \left( \frac{\partial \epsilon}{\partial k} \right)^{-1}$  des coefficients d'excitation.

2) Cas où  $V_D > \alpha$

Les branches de dispersion ont une allure donnée par la figure 3. Les 2 pôles sont des pôles aval et par conséquent le champ amont sera réduit au champ froid pour une excitation monopolaire, et nul pour une excitation dipolaire ou quadripolaire. On remarquera que pour les dérivées très fortes par rapport à la vitesse thermique, le plasma peut être considéré comme froid, et nous retrouvons une propagation du type faisceau.

Tous ces résultats préliminaires observables au voisinage de la fréquence plasma, seront conservés lorsqu'on considèrera un grand nombre de "Bags".

III. ETUDE DU CAS QUASI-CONTINU DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION PAR LE MODELE M.W.B. AVEC  $N = 100$ .

Il s'agit de calculer l'intégrale  $E(X)$

$$E(X) = \frac{i\sigma}{2\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} W(k) \frac{\exp(-iKX)}{\epsilon(k, \Omega, V_D)} dk$$

avec  $W(k) = \frac{1}{k}$  pour une excitation monopolaire et  $\frac{\Delta}{i}$  pour une excitation dipolaire et  $\epsilon(\Omega, k, V_D) = 1 - \sum_{j=1}^N \frac{2\alpha_j \beta_j}{(kV_D - \Omega)^2 - k^2 \alpha_j^2}$

a) Allure de la fonction diélectrique  $\epsilon(K)$

- Ses asymptotes sont données par la relation

$$K_{Asy}^j = \frac{\Omega}{V_D \pm \alpha_j} \quad (\text{voir figure 4}), \text{ et le changement de signe des}$$

branches infinies permet de localiser les racines réelles de  $\varepsilon$  (pôles de l'intégrale  $E(X)$  qui sont au moins au nombre de  $2N - 3$  dans les intervalles 1 et 2 de la figure 4). De plus, il existe toujours une autre racine réelle dans l'intervalle 4, et on montre qu'une condition suffisante mais non nécessaire pour avoir 2 racines réelles dans l'intervalle 3, est que  $\Omega > 1$  (alors  $\varepsilon_{(K=0)} = 1 - \frac{1}{\Omega^2}$  est positif).

- Le minimum de  $\varepsilon$  se trouvant dans l'intervalle 2 est toujours strictement positif et les autres branches de ce même intervalle sont strictement monotones, elles donnent par conséquent des racines simples.

- Si nous considérons le terme  $D = \sum_{j=1}^N \frac{2\alpha_j \gamma_j}{V_D^2 - \alpha_j^2}$

(remarquons que pour une distribution maxwellienne et une vitesse de dérive nulle,  $D = -\lambda_D^{-2}$ ), nous remarquons qu'il change de signe chaque fois que  $V_D = \alpha_j$ , qu'il est presque toujours négatif pour les faibles vitesses de dérive et presque toujours positif pour les fortes vitesses de dérive. Si, de plus, nous faisons tendre  $\Omega$  vers zéro,  $\varepsilon$  est équivalent à  $K^{2N-2} * (K^2 - D)$ . Ainsi, lorsque  $D$  est négatif il apparaît 2 racines imaginaires conjuguées tendant à la limite vers  $\pm i \sqrt{|D|}$ , les  $2N - 2$  autres racines réelles tendent vers l'origine. Lorsque  $D$  est positif, il apparaîtra à la limite 2 racines réelles dans l'intervalle 5, la plus négative tendant vers  $-\sqrt{D}$ , l'autre tendant vers zéro, ainsi que les  $2N - 3$  racines des intervalles 1 et 2, celle de l'intervalle 4 tendant vers  $+\sqrt{D}$ . Ces remarques montrent que pour des dérivées  $V_D$  et des fréquences  $\Omega$  variant, nous aurons dans les intervalles 1 et 5 alternativement des passages de racines réelles simples, double et complexes conjuguées (cela concordant avec le fait qu'une des branches de l'intervalle 1 peut ne pas être monotone).

b) Recherche des racines et branches de dispersion du modèle

- Etant donné la rapide croissance des branches de  $\varepsilon$ , les racines réelles localisées entre les asymptotes seront recherchées par une méthode de dichotomie accélérée, les deux racines restantes étant obtenues au moyen des fonctions symétriques des coefficients du polynôme numérateur de  $\varepsilon$ , puis raffinées par une méthode Newton-Raphson dans le plan complexe.

- Les figures 5 et 5 bis montrent le comportement des branches de dispersion d'un modèle 3 Bags équidistants approximant grossièrement une maxwellienne coupée à 6 fois la vitesse thermique. On remarquera sur la figure 5, la compression des branches positives, la "rotation" des branches négatives autour de l'origine. Les parties hâchurées indiquent les zones les plus excitées pour une excitation monopolaire.

L'effet de dérive dissymétrise la branche de Debye-Landau définie comme étant celle qui passe par le point  $\Omega = 1$   $K = 0$ , en faisant glisser son minimum vers les  $K$  négatifs et les fréquences  $\Omega$  plus petites. La branche gauche perd de plus en plus d'excitation avec les dérives croissantes, la branche de droite tend à former l'une des branches du mode faisceau, l'autre étant formée par les branches de gauche ayant disparu par suite de leur "rotation", du demi-plan  $K$  négatif pour réapparaître dans le demi-plan  $K$  positif.

- On remarquera de plus que l'excitation se transmet pour les  $K$  négatifs par un "zig-zag" (voir figure 5) avec très brève incursion des pôles dans le plan complexe (voir figure 5 bis). La figure 6 qui montre une partie des branches de dispersion d'un modèle 100 Bags équidistants approximant une maxwellienne, et relative à une vitesse de dérive de 2.43 fois la vitesse thermique, permet de constater l'importance de ce mode de transfert de l'excitation à travers le faisceau des asymptotes des branches de dispersion centré à l'origine.

c) Calcul mathématique du champ

- Connaissant les pôles de l'intégrale du champ, nous calculerons celle-ci par une méthode de résidu. Etant donné l'existence d'une exponentielle  $\exp(-iKX)$  au numérateur de l'expression à intégrer, le contour d'intégration sera fermé à l'infini par un demi-cercle dans le demi-plan des imaginaires négatifs (resp. positifs) pour les distances positives (resp. négatives). Le reste du contour consistera en l'axe réel pour une excitation dipolaire, et pour une excitation monopolaire, il faudra exclure l'origine par un demi-cercle de rayon tendant vers zéro, la contribution de ce pôle à l'intégrale donnant le champ froid.

- Soient  $\bar{\Phi}_M = \frac{\exp(-iKX)}{K \epsilon(K)}$  et  $\bar{\Phi}_D = \frac{\exp(-iKX)}{\epsilon(K)}$

les expressions à intégrer pour une excitation monopolaire et dipolaire.

Si  $K_i$  est un pôle simple de  $\bar{\Phi}_M$  et de  $\bar{\Phi}_D$ , nous avons de façon évidente comme valeurs de résidus :

$$\mathcal{R}[\bar{\Phi}_M, K_i] = \frac{\exp(-iK_i X)}{K_i \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial K}\right)_{K_i}} \quad \text{et} \quad \mathcal{R}[\bar{\Phi}_D, K_i] = \frac{\exp(-iK_i X)}{\left(\frac{\partial \epsilon}{\partial K}\right)_{K_i}}$$

Pour la singularité à l'origine de  $\bar{\Phi}_M$  nous avons

$$\mathcal{R}[\bar{\Phi}_M, 0] = \left(1 - \frac{1}{\epsilon_0}\right)^{-1}$$

Si  $K_i$  est pôle double de  $\bar{\Phi}_M$  et  $\bar{\Phi}_D$ , nous avons

$$\mathcal{R}[\bar{\Phi}_M, K_i] = \lim_{K \rightarrow K_i} \frac{d}{dK} \left[ (K - K_i)^2 \frac{\exp(-iKX)}{K \epsilon(K)} \right]$$

et en posant

$$\epsilon(K) = (K - K_i)^2 \Theta(K) \quad \text{avec} \quad \Theta(K) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\left(\frac{\partial^n \epsilon}{\partial K^n}\right)_{K_i} (K - K_i)^{n-2}}{n!}$$

On obtient  $\theta(k_i) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial k^2} \right)_{k_i}$  et  $\left( \frac{\partial \theta}{\partial k} \right)_{k_i} = \frac{1}{6} \left( \frac{\partial^3 \varepsilon}{\partial k^3} \right)_{k_i}$

d'où

$$\mathcal{R}_b[\Phi_M, k_i] = \frac{-2 \exp(-i k_i X)}{k_i^2} \left\{ \frac{i X k_i + 1}{\left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial k^2} \right)_{k_i}} + \frac{\left( \frac{\partial^3 \varepsilon}{\partial k^3} \right)_{k_i} k_i}{3 \left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial k^2} \right)_{k_i}^2} \right\}$$

et

$$\mathcal{R}_b[\Phi_D, k_i] = -2 \exp(-i k_i X) \left\{ \frac{i X}{\left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial k^2} \right)_{k_i}} + \frac{\left( \frac{\partial^3 \varepsilon}{\partial k^3} \right)_{k_i}}{3 \left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial k^2} \right)_{k_i}^2} \right\}$$

Remarquons que ces résidus contiennent une partie spatiale (fonction de la distance X). On pourrait penser que le cas d'un pôle double puisse être totalement ignoré du fait qu'il ne se présente que pour un ensemble de fréquences de mesure nulle. En fait, du point de vue numérique, si deux pôles simples sont suffisamment voisins, on aura parfois intérêt à les considérer comme étant un pôle double, ce qui permettra de traiter sans aucune difficulté numérique, la convergence en partie principale des résidus des pôles simples (qui divergent en raison du terme  $\frac{\partial \varepsilon}{\partial k}$  au dénominateur qui tend vers zéro).

Nous reviendrons d'ailleurs longuement sur ce problème qui implique la connaissance de la nature amont ou aval des pôles de dispersion.

- Par passage à la limite des contours d'intégration on obtient :

Pour une excitation monopolaire :

pour les distances positives

$$E(X) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \left\{ \frac{1}{2 \left( 1 - \frac{1}{\Omega^2} \right)} + \sum_{\substack{\text{pôles} \\ \text{aval } k_i}} \mathcal{R}_b[\Phi_M, k_i] \right\}$$

pour les distances négatives

$$E(X) = \frac{-\sigma}{\varepsilon_0} \left\{ \frac{1}{2 \left( 1 - \frac{1}{\Omega^2} \right)} + \sum_{\substack{\text{pôles} \\ \text{amont } k_i}} \mathcal{R}_b[\Phi_M, k_i] \right\}$$

Pour une excitation dipolaire :

pour les distances positives



$$E(X) = -i\sigma\Delta \sum_{\substack{\text{pôles} \\ \text{aval } k_i}} \mathcal{B}_0[\Phi_D, k_i]$$

pour les distances négatives

$$E(X) = i\sigma\Delta \sum_{\substack{\text{pôles} \\ \text{amont } k_i}} \mathcal{B}_0[\Phi_D, k_i]$$

d) Discontinuité à l'origine du champ dans le cas d'une excitation monopolaire

- Cas où tous les pôles sont simples (calcul déjà fait par NOYER (1973)):

Nous pouvons écrire :

$$\Phi_M = \frac{1}{K \varepsilon(K)} = \frac{1}{K \prod_{i=1}^{2N} (K - k_i)} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\Omega^2}} * \frac{1}{K} + \sum_{i=1}^{2N} \frac{1}{k_i \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial K}\right)_{k_i} (K - k_i)}$$

en multipliant par K puis en faisant tendre K vers l'infini :

$$\frac{1}{\varepsilon(\infty)} = 1 = \frac{1}{1 - \frac{1}{\Omega^2}} + \sum_{i=1}^{2N} \frac{1}{k_i \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial K}\right)_{k_i}} \quad (\text{I})$$

D'autre part,

$$E(X \rightarrow 0^+) - E(X \rightarrow 0^-) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \left\{ \frac{1}{1 - \frac{1}{\Omega^2}} + \sum_{i=1}^{2N} \frac{1}{k_i \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial K}\right)_{k_i}} \right\} \quad (\text{II})$$

La comparaison de I et de II montre que la somme des excitations chaude et froide est égale à l'unité, et la discontinuité du champ à l'origine est de  $\sigma/\varepsilon_0$ .

- Cas où il existe un pôle double  $K_0$

$\bar{\Phi}_M$  s'écrit alors  $\bar{\Phi}_M(K) = \frac{1}{K (K - K_0)^2 \prod_{i=1}^{2N-2} (K - k_i)}$  soit

$$\bar{\Phi}_M(K) = \frac{\alpha'}{K} + \frac{\beta'}{(K - K_0)^2} + \frac{\gamma'}{K - K_0} + \sum_{i=1}^{2N-2} \frac{\delta'_i}{K - k_i} \quad (\text{III}) \text{ avec}$$

$$\alpha' = \left( K \bar{\Phi}_M(K) \right)_{K=0} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\Omega^2}} \quad \beta' = \left( \frac{(K - K_0)^2}{K \varepsilon(K)} \right)_{K=K_0} = \frac{2}{K_0 \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial K^2}\right)_{K_0}}$$

$$\delta'_i = \left( \frac{K - k_i}{K \varepsilon(K)} \right)_{k_i} = \frac{1}{k_i \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial K}\right)_{k_i}}$$

En multipliant III par K et en faisant tendre K vers l'infini, on obtient :

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{\Omega^2}} + \gamma' + \sum_{i=1}^{2N-2} \frac{1}{K_i \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial K} \right)_{K_i}} = 1 \quad (\text{IV})$$

La discontinuité du champ à l'origine est donnée par :

$$E(X \rightarrow 0^+) - E(X \rightarrow 0^-) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \left\{ \frac{1}{1 - \frac{1}{\Omega^2}} + \sum_{i=1}^{2N-2} \frac{1}{K_i \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial K} \right)_{K_i}} - \frac{2}{K_0^2} \left( \frac{1}{\left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial K^2} \right)_{K_0}} + \frac{\left( \frac{\partial^3 \varepsilon}{\partial K^3} \right)_{K_0} K_0}{3 \left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial K^2} \right)_{K_0}^2} \right) \right\}$$

Elle sera encore égale à  $\sigma/\varepsilon_0$  si :

$$\gamma' = \frac{-2}{K_0^2} \left\{ \frac{1}{\left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial K^2} \right)_{K_0}} + \frac{\left( \frac{\partial^3 \varepsilon}{\partial K^3} \right)_{K_0} K_0}{3 \left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial K^2} \right)_{K_0}^2} \right\} \quad (\text{V})$$

On montre qu'il en est bien ainsi en calculant  $\mathcal{P}_0[\underline{\Phi}_M, K_0]$  comme étant le coefficient de  $(K - K_0)^{-1}$  dans le développement en série de Laurent de  $\underline{\Phi}_M$  écrit sous la forme :

$$\underline{\Phi}_M(K) = \left( \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(K - K_0)^j}{j!} (-iX)^j \exp(-iK_0 X) \right) * \left( \frac{\alpha'}{K} + \frac{\beta'}{(K - K_0)^2} + \frac{\gamma'}{K - K_0} + \sum_{i=1}^{2N-2} \frac{\delta_i'}{K - K_i} \right)$$

ce qui donne :

$$\mathcal{P}_0[\underline{\Phi}_M, K_0] = (-iX \beta' + \gamma') \exp(-iK_0 X) \quad (\text{VI})$$

Il suffit de faire  $X = 0$  dans VI et d'utiliser la valeur de  $\beta'$  pour démontrer la propriété.

#### e) Détermination de la nature amont - aval des divers pôles

##### Méthode

C'est un problème qui en principe ne pose pas de difficultés : le signe de la partie imaginaire du pôle détermine sa nature (positif amont, négatif aval).

Quant aux pôles réels, il suffit d'appliquer la relation de causalité : on se met en régime transitoire en prenant une fréquence  $\Omega$  complexe à petite partie imaginaire négative  $\Omega = \Omega_0 - i\gamma$  avec  $\gamma > 0$

Cela conduit à déplacer les pôles de  $\frac{1}{\epsilon}$  (et à modifier leur excitation). La détermination de la nature amont - aval d'un pôle réel devra se faire en considérant son déplacement. A priori, il suffit de calculer celui-ci pour un  $\gamma$  infinitésimal.

Soit, donc une fréquence réelle  $\Omega_0$  donnant un pôle  $K_0 = K_0^r + i K_0^i$  (le pôle conjugué  $K_0'$  est aussi pôle de  $1/\epsilon$ ).

Modifions très légèrement la fréquence  $\Omega = \Omega_0 - i\gamma$ . En première approximation le pôle  $K_0$  sera déplacé d'une quantité

$$\delta K_0 = \delta K_0^r + i \delta K_0^i = \left( \frac{dK}{d\Omega} \right)_{\Omega_0} \times (-i\gamma) = \left[ \frac{dK_0^r}{d\Omega} + i \frac{dK_0^i}{d\Omega} \right] \times (-i\gamma)$$

soit

$$\delta K_0^r = \left( \frac{dK_0^i}{d\Omega} \right)_{\Omega_0} \gamma \quad \text{et} \quad \delta K_0^i = - \left( \frac{dK_0^r}{d\Omega} \right)_{\Omega_0} \gamma \quad (\text{VII})$$

Si, le pôle  $K_0$  considéré est réel, nous aurons

$$\delta K_0^r = 0 \quad \text{et} \quad \delta K_0^i = - \left( \frac{dK_0}{d\Omega} \right)_{\Omega_0} \gamma$$

ce qui signifie que le pôle se déplacera parallèlement à l'axe imaginaire, dans la direction positive si  $\frac{dK}{d\Omega}$  est négatif (négative si  $\frac{dK}{d\Omega}$  est positif).

On montre que tous les pôles réels positifs de  $\frac{1}{\epsilon}$  sont des pôles se déplaçant dans la direction des imaginaires négatifs (pôles aval) puisque d'une part  $\frac{\partial \epsilon}{\partial \Omega}$  est du signe de  $\Omega - \kappa v_D$ , et que d'autre part  $\frac{\partial \epsilon}{\partial K}$  est positif pour  $K > \Omega/v_D$ , et négatif pour  $0 < K < \Omega/v_D$

Remarquons que deux pôles complexes conjugués se déplaceront d'après VII dans le même sens parallèlement à l'axe imaginaire et en sens opposés parallèlement à l'axe réel.

- La figure 7 montre alors les champs amont et aval à 50 longueurs de Debye de la grille, en fonction de la fréquence. Ce calcul donne des courbes de champ discontinues, divergentes à certaines fréquences. Cela est dû à la divergence des coefficients d'excitation citée au paragraphe 3 c, lorsque l'on se rapproche des pôles doubles. D'autre part, on remarquera la structure en X du champ dans les bandes de fréquence donnant deux pôles complexes conjugués (donc à excitations conjuguées). Ce résultat tout-à-fait inadmissible est clairement lié à l'apparition des "zig-zag" de la figure 6. Ces effets "passe bande" sont très certainement dus à la manière de discrétiser la fonction de distribution de vitesse. Il faut comparer ce résultat avec ceux sans problème donnés par le même modèle dans le cas sans dérive (voir NOYER, NAVET, FEIX (1975) et NAVET, BERTRAND (1971)). Le diagramme de la figure 6 fournit la réponse : pour reconstituer le pôle "faisceau rapide qui devient une assez bonne approximation pour la valeur  $V_D = 2.43$ , le modèle utilise les branches aval ( $\frac{d\Omega}{dk} > 0$ ) des courbes de dispersion qui "bout à bout" redonnent le pôle faisceau. Malheureusement, le passage d'une branche à l'autre se fait par annulation de  $\frac{d\Omega}{dk}$  au pôle double et par conséquent, divergence du coefficient d'excitation. Dans le cas sans dérive, la construction du pôle de Landau par différentes branches de dispersion se faisait sans difficulté. On retrouve d'ailleurs ce même processus pour les dérives faibles.

- Plus précisément, il faudra calculer les pôles et leur coefficient d'excitation pour des  $\nu$  certes petits (et à la limite tendant vers zéro) à condition que le nombre de bords  $N$  soit suffisamment élevé. Il faut donc prendre la double limite  $N$  tendant vers l'infini et  $\nu$  tendant vers zéro, dans cet ordre, ce qui signifie que pour un nombre  $N$  donné, il faut prendre  $\nu$  petit mais supérieur à un  $\nu$  critique. Nous savons, en effet, que la constante diélectrique du modèle discrétisé M.W.B. n'est une fonction analytique équivalente à celle du modèle continu maxwellien que si  $\text{Imag} \left( \frac{\Omega}{k} \right) \gg \Delta\nu$ , intervalle de vitesse entre 2 bords adjacents. Nous devons donc considérer des

valeurs de  $\nu$  plus grandes que celles prises dans l'étude infinitésimale précédente et n'accorder foi à celle-ci que dans la mesure où le déplacement infinitésimal qu'elle donne reste stable par rapport à la fréquence de départ  $\Omega_0$ , réelle considérée .

Etude Numérique relative à la limite N tendant vers l'infini et  $\nu$  tendant vers zéro

. Celle-ci confirme le déplacement prévu par l'étude infinitésimale lorsque les pôles appartiennent à des branches de dispersion réelles à pente variant lentement avec la fréquence (voir figure 8), ou pour les pôles complexes dont les parties réelle et imaginaire appartiennent à des branches de dispersion réelle et imaginaire à pente variant aussi lentement avec la fréquence (il s'agit alors de pôles à grande incursion dans le plan complexe, qui sont des pôles physiques).

. Par contre, l'étude numérique n'est pas en accord avec l'extrapolation des résultats infinitésimaux pour les pôles réels ou complexes proches dans l'espace  $(\Omega, K)$  des pôles doubles. (Voir figure 8). Elle montre le déplacement de deux pôles complexes conjugués, pour diverses valeurs de  $\nu$ , le pôle à partie imaginaire positive remontant vers le haut après la très brève descente prévue par l'étude infinitésimale, tandis que son conjugué va vers la bas . Les résultats peuvent paraître décevants. Nous nous attendions à voir le pôle amont (à partie imaginaire positive) franchir l'axe réel et devenir ainsi un pôle aval, ce qui aurait eu pour conséquence de voir leurs excitations converger en partie principale et supprimer les divergences du champ au voisinage des fréquences conduisant aux pôles doubles.

Remarquons finalement que ces pôles ne gardent leur nature réelle ou complexe que dans un petit intervalle de fréquence  $(\Omega_0 - \Delta\Omega, \Omega_0 + \Delta\Omega)$ , et que le terme  $\left( \frac{dK_0^2}{d\Omega} \right)_{\Omega_0}$  varie très rapidement dans cet intervalle. Ces pôles peuvent être facilement reconnus, par le fait qu'ils appartiennent, lorsqu'ils sont réels, à des branches de dispersion localement non monotones (à "zig-zag", voir figure 6).

Il s'agit là de pôles de modèle, dus à la discrétisation, et n'ayant pas de sens physique, à très brève incursion dans le plan complexe (voir aussi la figure 5 bis dans le cas d'un modèle à 3 bags).

La solution est finalement donnée par l'étude des coefficients d'excitation

En différentiant  $\varepsilon$ , nous obtenons  $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \kappa} = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial \Omega} \left( \frac{d\kappa}{d\Omega} \right)^{-1}$   
Le terme  $\frac{d\kappa}{d\Omega}$  qui varie très rapidement dans le cas des pôles de modèle va intervenir non seulement dans le déplacement des pôles mais aussi dans le comportement de leur coefficient d'excitation. Nous avons tracé sur les figures 8 Bis et 8 Ter la variation des parties réelles et imaginaires des coefficients d'excitation monopolaire des 2 pôles conjugués dont les déplacements ont été étudiés à la figure 8. Nous constatons que le pôle se déplaçant vers les imaginaires positifs (pôle amont) perd son excitation jusqu'à annulation de celle-ci, tandis que le pôle se déplaçant vers les imaginaires négatifs (pôle aval) voit la partie imaginaire de son excitation s'annuler, tandis que sa partie réelle se renforce d'une quantité égale (à la variation près des excitations des autres pôles non concernés) à celle qu'à perdu le pôle amont. (On constate le même phénomène lorsque la fréquence de départ  $\Omega_0$  conduit à deux pôles réels simples, proches d'un pôle double). Il s'en suit que, pour ces pôles de modèle, le pôle amont ne contribue pas au champ amont, tandis que le pôle aval contribue au champ aval par une excitation somme des excitations amont et aval calculées à partir d'une fréquence  $\Omega_0$  purement réelle. Le calcul du champ doit donc se faire avec les excitations calculées pour  $\nu \neq 0$  tel que  $\text{Imag}\left(\frac{i\nu}{\kappa}\right) \gg \Delta \nu$ , ou plus simplement avec les excitations relatives à une fréquence réelle à condition de considérer le pôle amont comme étant en fait un pôle aval. Cette façon de raisonner permet de résoudre le problème de la nature du pôle double, comme étant un pôle aval. On pourra d'ailleurs, d'un point de vue numérique, remplacer 2 pôles simples très proches (réels ou complexes) par le pôle double correspondant, ce qui évitera la possibilité "d'overflow" des

coefficients d'excitations. On constate d'autre part, sur les figures 8 Bis et 8 Ter, qu'au-delà d'un certain  $\nu$  critique, les coefficients d'excitation se stabilisent à une valeur devant être considérée comme celle relative à  $N$  tendant vers l'infini et  $\nu$  tendant vers zéro. C'est un résultat déjà rencontré dans les études des modèles numériques en plasma (GRANT, FEIX (1967) et NAVET, BERTRAND (1971)).

Cette interprétation nouvelle lisse de façon évidente (voir figure 7), les champs, d'une part par la prise en compte du pôle double comme pôle aval à excitation finie, et d'autre part, supprime la structure en  $X$  du champ dans les bandes de fréquence donnant des pôles complexes conjugués, puisque les excitations conjugués devenant de même nature s'ajoutent en détruisant les parties imaginaires des excitations. Il s'agit là d'un phénomène bien connu dans les études de propagation dans les structures périodiques (où c'est un véritable effet physique). Ici, le phénomène est un parasite du modèle lié à la discrétisation, bien connu en analyse numérique sous le nom d'"aliasing". Le phénomène n'est évidemment pas un phénomène physique du cas continu, puisque ces "bandes passantes de fréquence" peuvent être déplacées par modification de la discrétisation de la fonction de distribution électronique.

IV. COMPORTEMENT DU CHAMP ELECTROSTATIQUE EN FONCTION DE LA DERIVE  
ET DE LA FREQUENCE

- Pour une dérive nulle nous retrouvons les résultats classiques obtenus notamment par NAVET (1973). Les branches de dispersion sont symétriques. Pour les fréquences  $\omega$  supérieures à la fréquence plasma, tous les pôles sont réels et vont par paires de pôles, symétriques par rapport à l'origine, l'excitation se répartissant entre ces divers pôles, et donnant un amortissement par mélange de phase. Pour les fréquences  $\omega$  inférieures à la fréquence plasma, une paire de pôles deviennent imaginaires purs conjugués et sont prédominants du point de vue excitation, donnant à une courte distance un effet d'écran, le champ se réduisant au champ froid, pour une excitation monopolaire, à longue distance. Pour les fréquences légèrement supérieures à la fréquence plasma, le pôle de Debye-Landau devenu réel est pratiquement le seul excité et donne une onde très peu amortie.

- Pour les dérives bien inférieures à la vitesse thermique la dissymétrie des branches de dispersion s'accroît avec les dérives croissantes, le minimum de la branche de Debye-Landau se déplace vers les  $K$  négatifs et les  $\omega$  de plus en plus petits, la dissymétrie étant de plus provoquée par une "rotation" dans le plan des  $(\Omega, K)$ , non uniforme de l'ensemble des branches dans le sens direct. La propagation du champ s'effectue pour des fréquences forcées allant en dessous de la fréquence plasma jusqu'à une "fréquence plasma apparente"  $\Omega_c \simeq \sqrt{1 - V_D^2}$  \* correspondant à la fréquence plasma modifiée par effet Doppler dans ce domaine de vitesse. Le champ monopolaire est dissymétrisé avec une longueur d'onde plus grande (resp. plus petite) vers l'aval (resp. vers l'amont) et un amortissement plus fort (resp. plus faible) vers l'amont (resp. vers l'aval), voir figure 9 C et 9 D. En dessous de la fréquence plasma apparente  $\Omega_c$ , nous observons un effet d'écran dissymétrique (voir figure 9 A) dû à une paire de pôles complexes conjugués à toute petite partie réelle, avec excitation prédominante en partie imaginaire. Au fur et à mesure que

\* Relation d'autant plus vraie que  $V_D$  est petit



la fréquence se rapproche de la fréquence plasma  $\omega_p$ , nous constatons pour une excitation monopolaire, un champ de moins en moins amorti, à amplitude et longueur d'onde croissante, fortement dissymétrisé en amplitude, grande dans la direction aval et faible dans la direction amont (voir figure 9 B), cela étant dû à la prédominance du pôle aval de la branche de Debye-Landau sur le pôle amont (conséquence de la forme du coefficient d'excitation déjà rencontré dans l'étude du cas 1 "Bag"), ce phénomène étant, comme prévu, moins sensible pour une excitation dipolaire (voir figure 9 B').

- Pour les dérivées voisines de la vitesse thermique, le comportement du champ aval reste globalement inchangé, avec propagation au-dessus de la fréquence plasma apparente  $\Omega_c$  qui décroît avec les dérivées grandissantes. La limite de propagation au-dessus de la fréquence plasma se déplace vers les fréquences de plus en plus grandes lorsque la dérive augmente : Par exemple on constate que pour une dérive de 1.23 fois la vitesse thermique, on a une propagation sensiblement non amortie jusqu'à la fréquence  $\omega = 1.6 \omega_p$  et que cette propagation reste encore décelable au-dessus de  $2 \omega_p$ . En ce qui concerne le champ amont, il n'y a propagation que dans une bande de fréquence de plus en plus étroite au voisinage supérieur de la fréquence  $\Omega_c$  (voir figure 10 B), le champ de plus en plus rapidement amorti, au fur et à mesure que la dérive augmente, se réduisant au champ froid (voir figures 10 C et D).

- Pour les dérivées d'ordre Supérieur à la vitesse thermique, il n'y a plus de propagation amont, seule la propagation aval subsiste dans une bande de fréquence de plus en plus large de part et d'autre de la fréquence plasma (voir figures 11 A, B, C, D) pour tendre pour les dérivées très fortes (voir figures 12 A, B, C, D) vers une propagation de type faisceau de température négligeable.

La figure 13, tracée à partir des valeurs de champ données par le modèle à 100 "Bags" montre le comportement de la branche de dispersion qui peut être considérée à la limite comme celle du cas maxwellien. On notera la "rotation" progressive, non uniforme des deux branches amont aval, accompagnée du glissement

du minimum (point de leur jonction) vers les  $\Omega$  plus petits et les  $K$  plus négatifs, ainsi que de l'allongement de la branche aval et du raccourcissement de la branche amont, l'ensemble tendant finalement vers une propagation de type faisceau pour les fortes dérives.

On remarquera d'autre part sur les figures 9 Bis, 10 Bis et 11 Bis, que les courbes de champ données par le modèle à 100 "Bags" pour le cas d'une excitation dipolaire, sont davantage "bruitées" que dans le cas d'une excitation monopolaire, cela étant dû d'une part à la réduction d'échelle provoquées par le fait que les champs réels ne sont plus translatés d'une valeur égale en module au champ froid, et d'autre part, au fait que les coefficients d'excitation d'après leur forme, repercutent davantage la discrétisation du spectre (Phénomène qui devient moins sensible, voir figure 12 Bis, pour les très fortes dérives puisque tous les pôles étant de type aval, la discrétisation du spectre revient à être plus fine).

## V. CONCLUSION

Cette étude unidimensionnelle de linéaire montre la bonne adaptation du modèle analytico-numérique "Multi Water Bag" à un problème où la fonction de distribution de vitesse des particules est fondamentalement non symétrique. Elle permet de mettre nettement en évidence les problèmes dus à la discrétisation d'une fonction de distribution et fait la preuve que ceux-ci peuvent être surmontés à condition de considérer la relation de causalité non seulement au moment de la détermination de la nature des pôles du modèle, mais aussi au moment du calcul des coefficients d'excitation de ceux-ci. Elle laisse apparaître la possibilité d'obtenir des pôles multiples et montre que seul un traitement particulier de ceux-ci sauvegarde la notion de continuité.

REFERENCES

NOYER M.L., NAVET M. et FEIX M.R. (1975) J. Plasma Phys. 13, p.63, 86

NOYER M.L., Thèse de Doctorat 3ème Cycle présentée à l'Université  
d'Orléans (FRANCE) le 20 Juin 1973

NAVET M. et BERTRAND P. (1971) Phys. Lett. A 34, 117

GRANT F.C. et FEIX M.R. (1967) Phys. Fluids, 10, 696

NAVET M., Thèse de Doctorat 3ème Cycle présentée à l'Université  
d'Orléans (FRANCE) le 14 Mai 1973

LEGENDES

Figure 1 : Fonction de distribution des vitesses des particules d'un plasma maxwellien dérivant à la vitesse  $V_D$ , discrétisé au moyen du modèle "Multi Water Bag"

Figure 2 et 3 : Branches de dispersion du modèle à 1 "Bag" de largeur normalisée  $V_D - \alpha$ ,  $V_D + \alpha$  et de hauteur  $\xi$ , selon que  $V_D < \alpha$  (figure 2) ou que  $V_D > \alpha$  (figure 3)

Figure 4 : Allure de la fonction dielectrique  $\epsilon(K)$  du modèle "Multi Water Bag" dont les asymptotes sont données par la figure inférieure où les  $\alpha_i$  sont les abscisses positives des divers "Bags" approximant la fonction de distribution du plasma supposé sans vitesse de dérive. Le plasma sera animé d'une vitesse de dérive  $V_D$

Figure 5 : Branches de dispersion du Modèle à 3 "Bags" d'abscisse 2, 4 et 6. Le plasma est animé d'une vitesse de dérive  $V_D = 1.5$ . Les zones hachurées indiquent les branches excitées

Figure 5 Bis : Cette figure montre dans les mêmes conditions que celles de la figure 5, le cheminement des pôles complexes en fonction de la fréquence  $\Omega$ . On remarquera une très brève incursion dans le plan complexe au voisinage de la fréquence  $\Omega = 0.8$

Figure 6 : Comportement local d'une partie des branches de dispersion du modèle à 100 "Bags" équidistants approximant une maxwellienne coupée à 6 fois la vitesse thermique, et relatif à une dérive  $V_D = 2.43$

LEGENDES (SUITE N° 1)

Figure 7 : Cette figure montre le comportement du champ amont calculé à une distance fixe de - 50 longueurs de Debye représenté en trait plein —, et du champ aval calculé à une distance fixée de 50 longueurs de Debye représenté en pointillé -----, en fonction de la fréquence  $\Omega$ . Il s'agit du modèle à 100 "Bags" équidistants approxi- mant une maxwellienne, le plasma étant animé d'une vitesse de dérive  $V_D = 2.43$ . On remarquera les discon- tinuités obtenues lorsqu'on considère des valeurs infinitésimales du paramètre  $\nu$  intervenant dans la relation de causalité. Les courbes ..... relatives au champ amont et - - - - - relatives au champ aval effectuent un lissage du champ lorsqu'on considère d'une part des valeurs de  $\nu$  petites mais supérieures à un  $\nu$  critique tel que  $\text{Im}(\Omega/K) \gg \Delta V$ , et d'autre part lorsqu'on effectue le traitement particulier dû à l'existence d'un pôle double

Figure 8 : Cette figure montre le déplacement de 4 pôles voisins en fonction du paramètre  $\nu$  intervenant dans la relation de causalité. Il s'agit d'un modèle à 100 "Bags" approxi- mant une maxwellienne, le plasma étant animé d'une vitesse de dérive  $V_D = 2.43$ . Les deux chemins extrêmes sont relatifs à 2 pôles simples réels pour  $\nu = 0$ , ceux du milieu sont relatifs à deux pôles simples complexes conjugués pour  $\nu = 0$

Figure 8 Bis : Cette figure montre dans les mêmes conditions que celles de la figure 8, le comportement de la partie réelle du coefficient d'excitation aval, et de moins la partie réelle du coefficient d'excitation amont, des deux pôles initialement (pour  $\nu = 0$ ) complexes conjugués, en fonction du paramètre  $\nu$

LEGENDES (SUITE N° 2)

Figure 8 Ter : Cette figure montre dans les mêmes conditions que celles de la figure 8, le comportement de la partie imaginaire du coefficient d'excitation amont, et de moins celle du coefficient d'excitation aval, des deux pôles initialement (pour  $\nu = 0$ ) complexes conjugués, en fonction du paramètre  $\nu$ .

Figure 9, 10, 11, 12 et 9 Bis, 10 Bis, 11 Bis et 12 Bis : Les figures 9, 10, 11 et 12 (resp. 9 Bis, 10 Bis, 11 Bis, 12 Bis) montrent le comportement du champ électrostatique créé par une excitation monopolaire (resp. dipolaire) pour diverses dérivées valant 0.63 pour les figures 9 et 9 Bis, 1.23 pour les figures 10 et 10 Bis, 2.43 pour les figures 11 et 11 Bis et 4.83 pour les figures 12 et 12 Bis, en fonction de la distance par rapport à la source, l'axe de distance étant gradué toutes les 5 longueurs de Debye, l'aval (resp. amont) étant vers la droite (resp. gauche) des figures. Le modèle utilisé est un modèle à 100 "Bags" approximant une maxwellienne. Les courbes en trait plein sont relatives à la partie réelle du champ, celles en trait fin ou pointillé à la partie imaginaire.

Figure 13 : Branches de dispersion du cas pouvant être considéré comme maxwellien, résultant des valeurs de champ donné par le modèle à 100 "Bags".

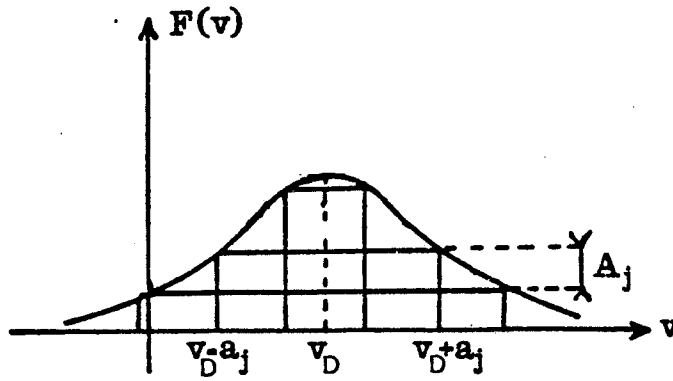


FIGURE 1

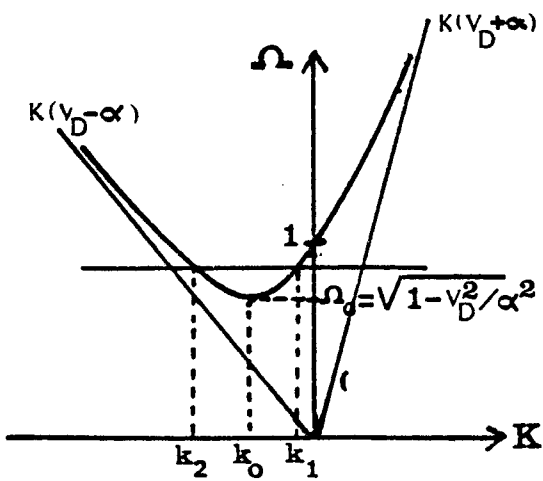


FIGURE 2

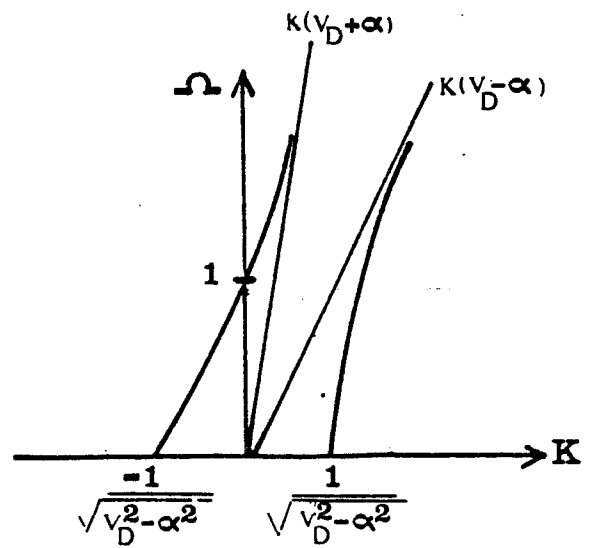


FIGURE 3

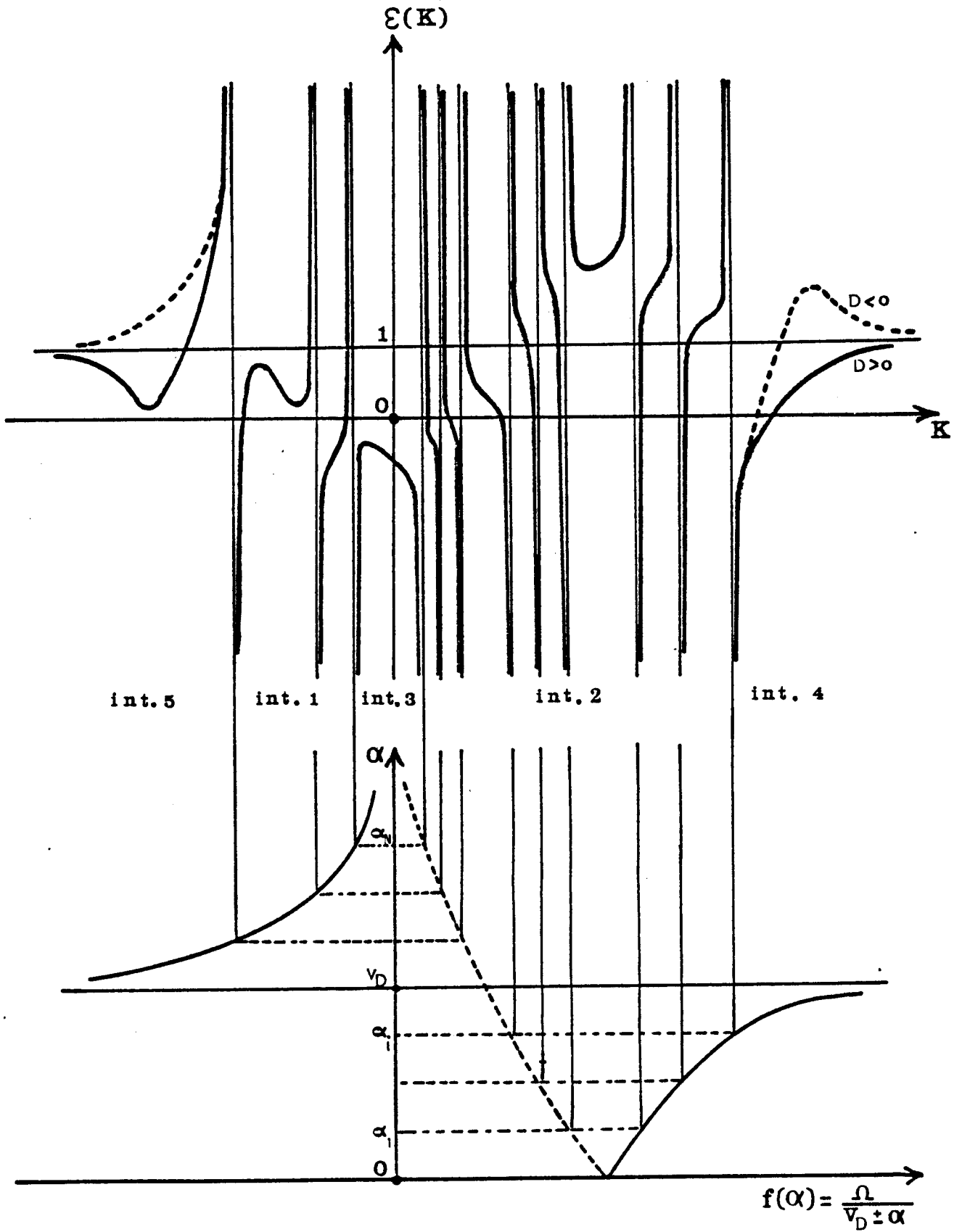
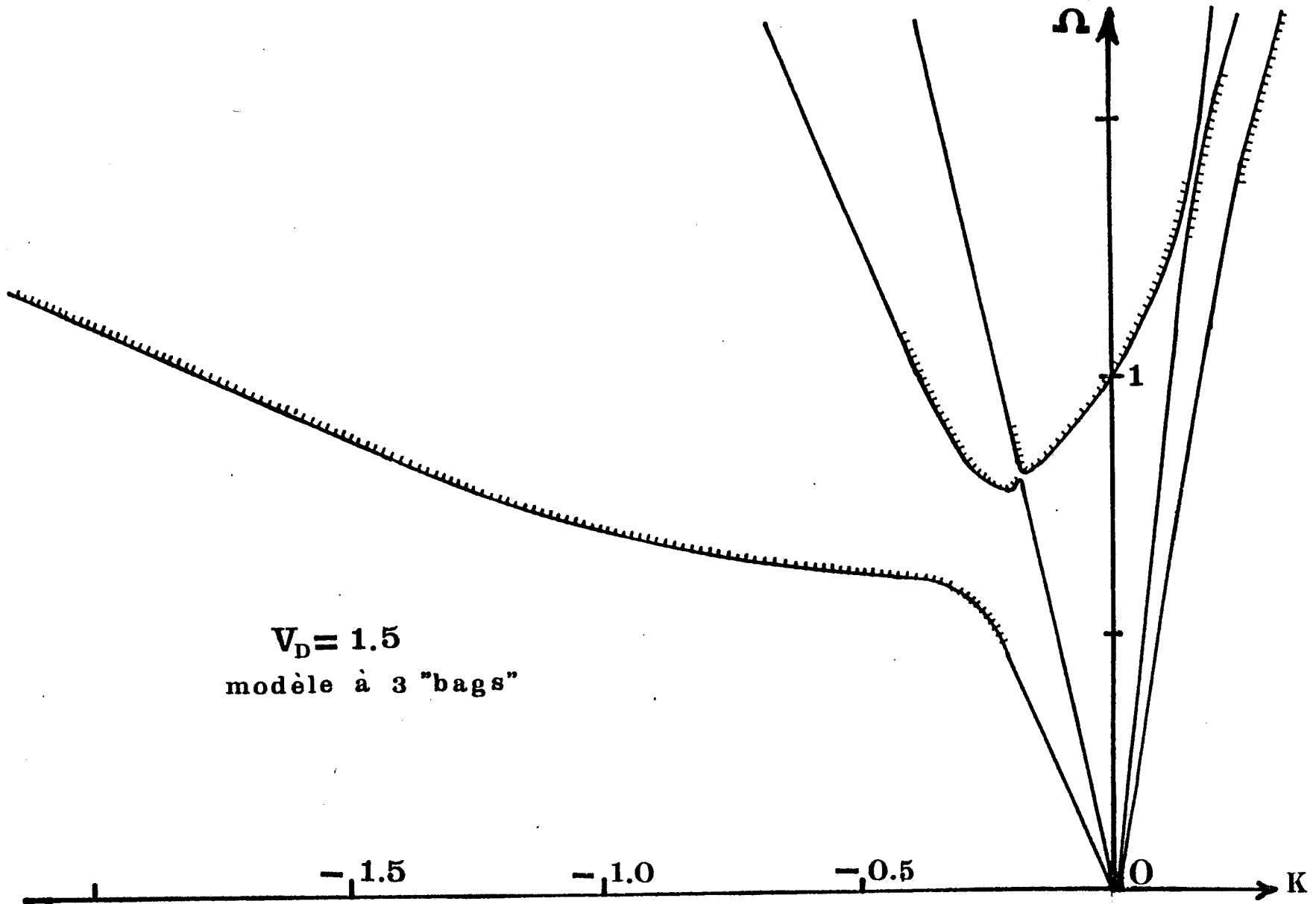


FIGURE 4





$V_D = 1.5$   
modèle à 3 "bags"

FIGURE 5

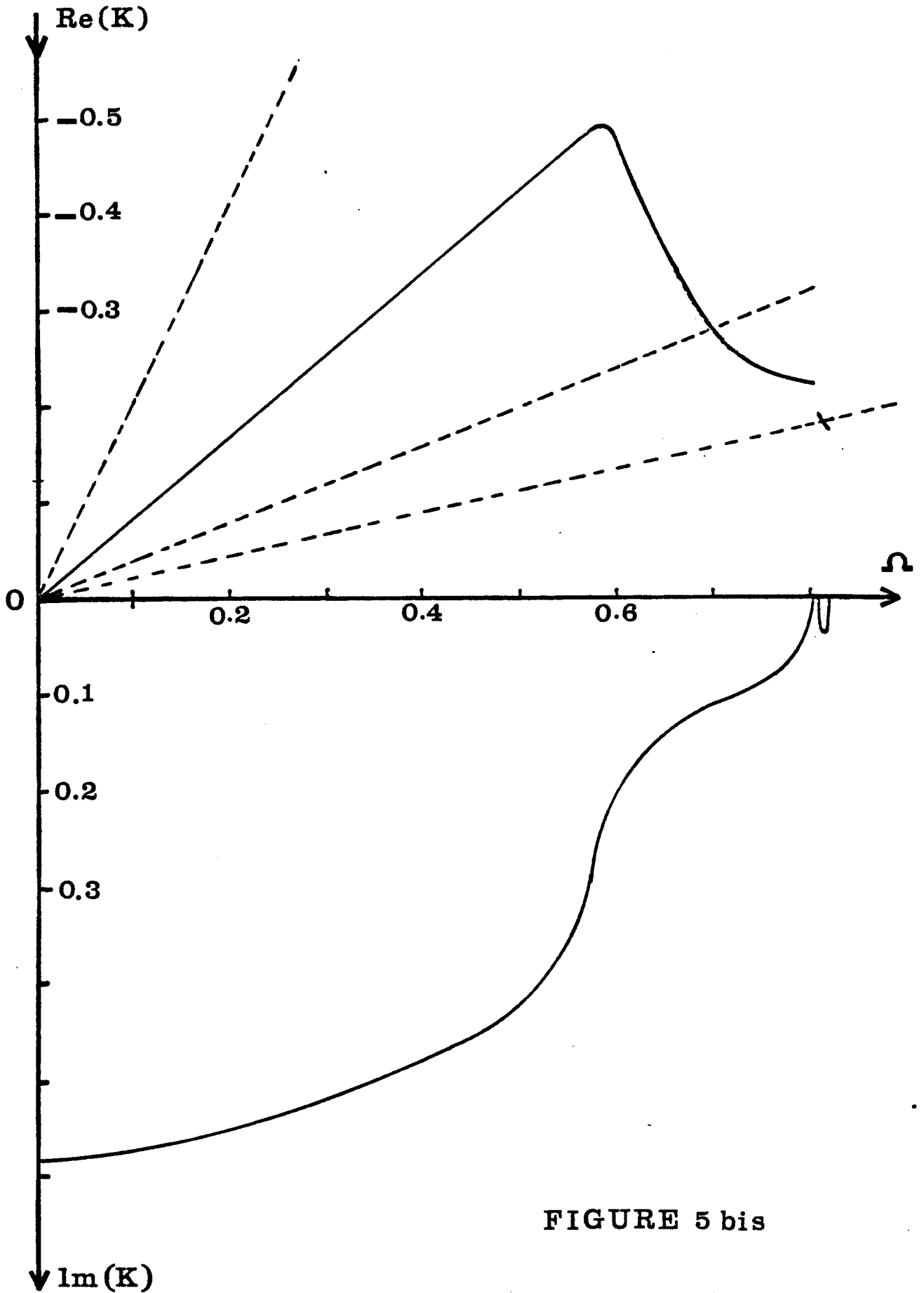
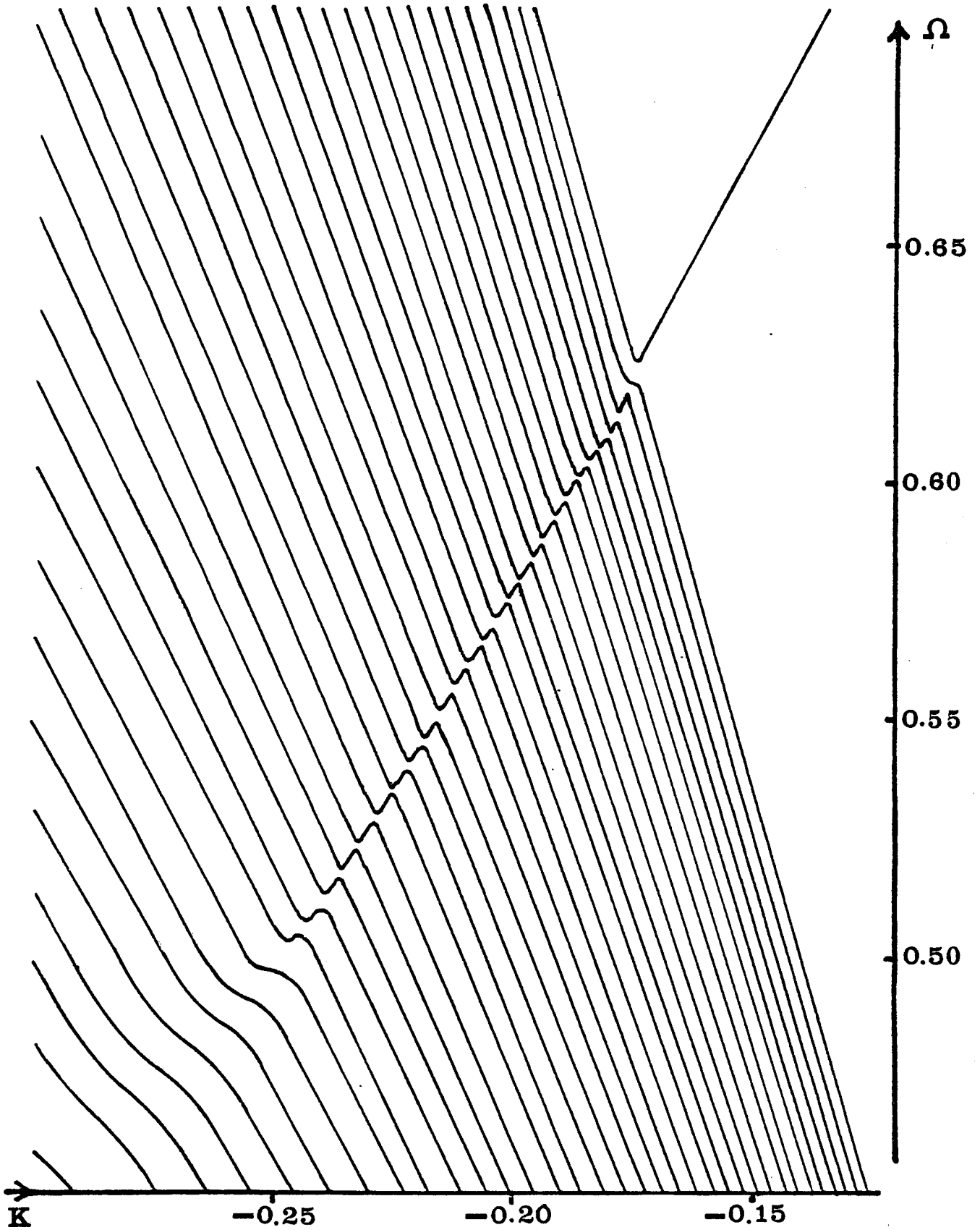
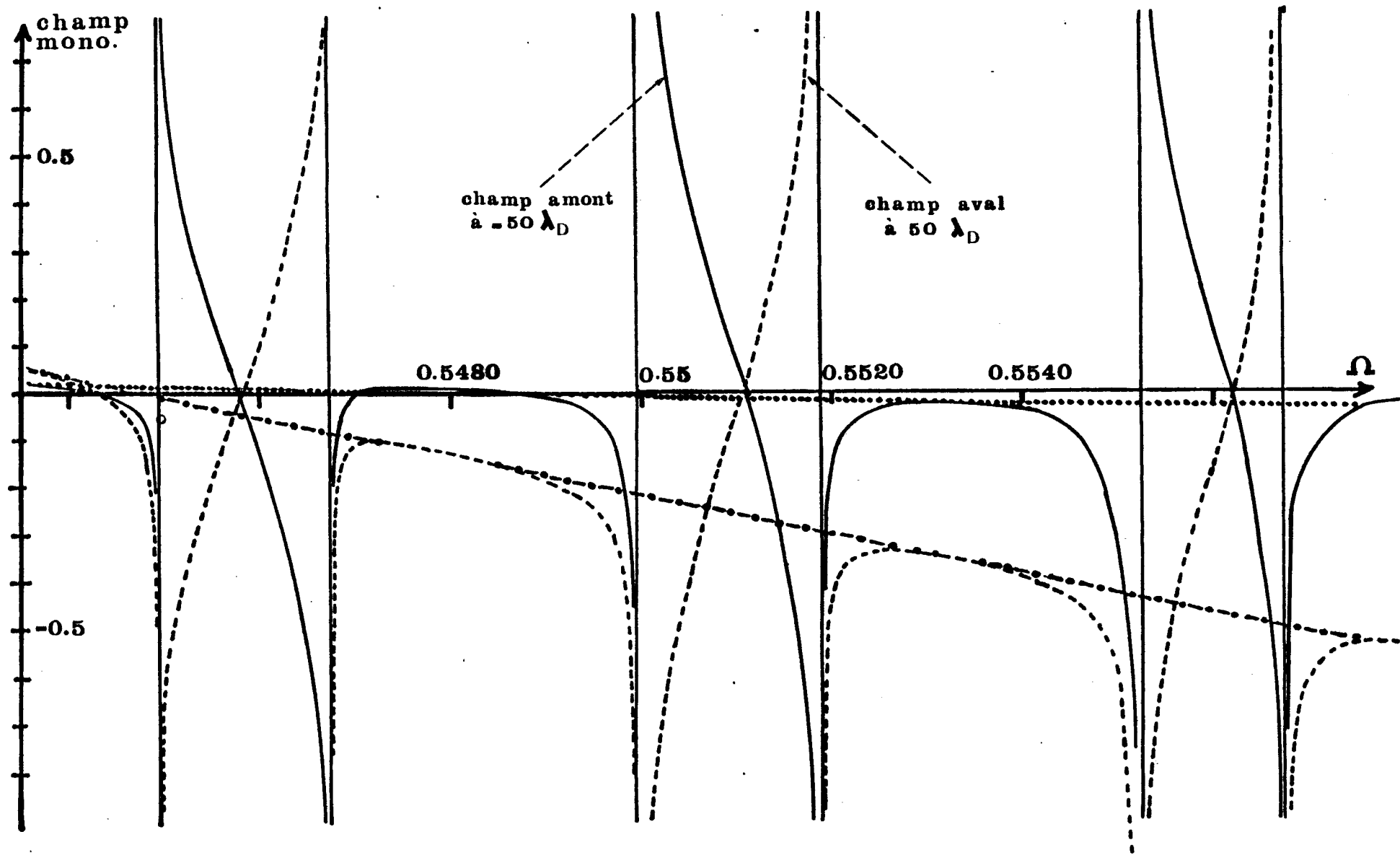


FIGURE 5 bis



$N=100 \quad V_D=2.43$

FIGURE 6



$$V_D = 2.43 \quad N = 100$$

FIGURE 7

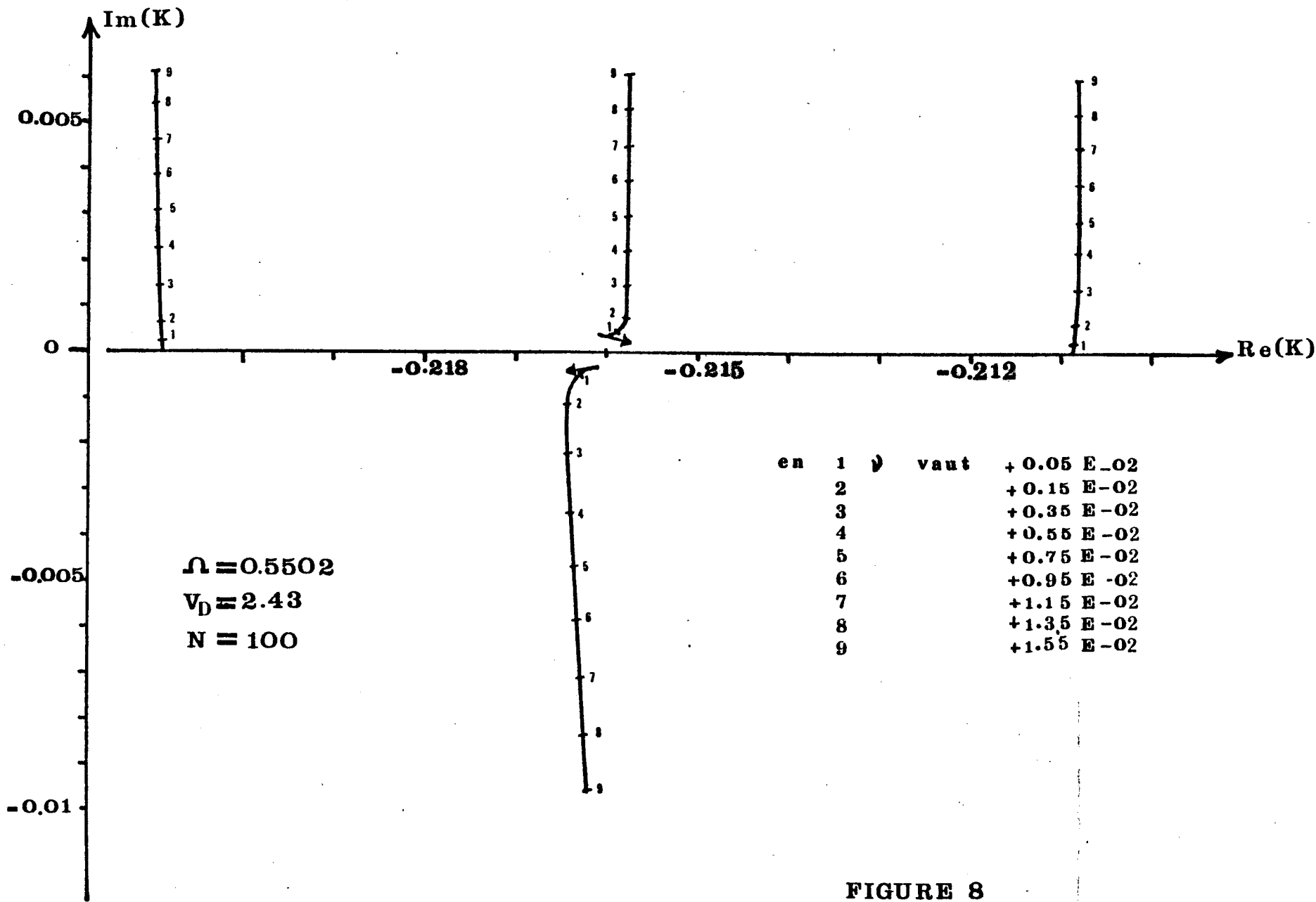


FIGURE 8

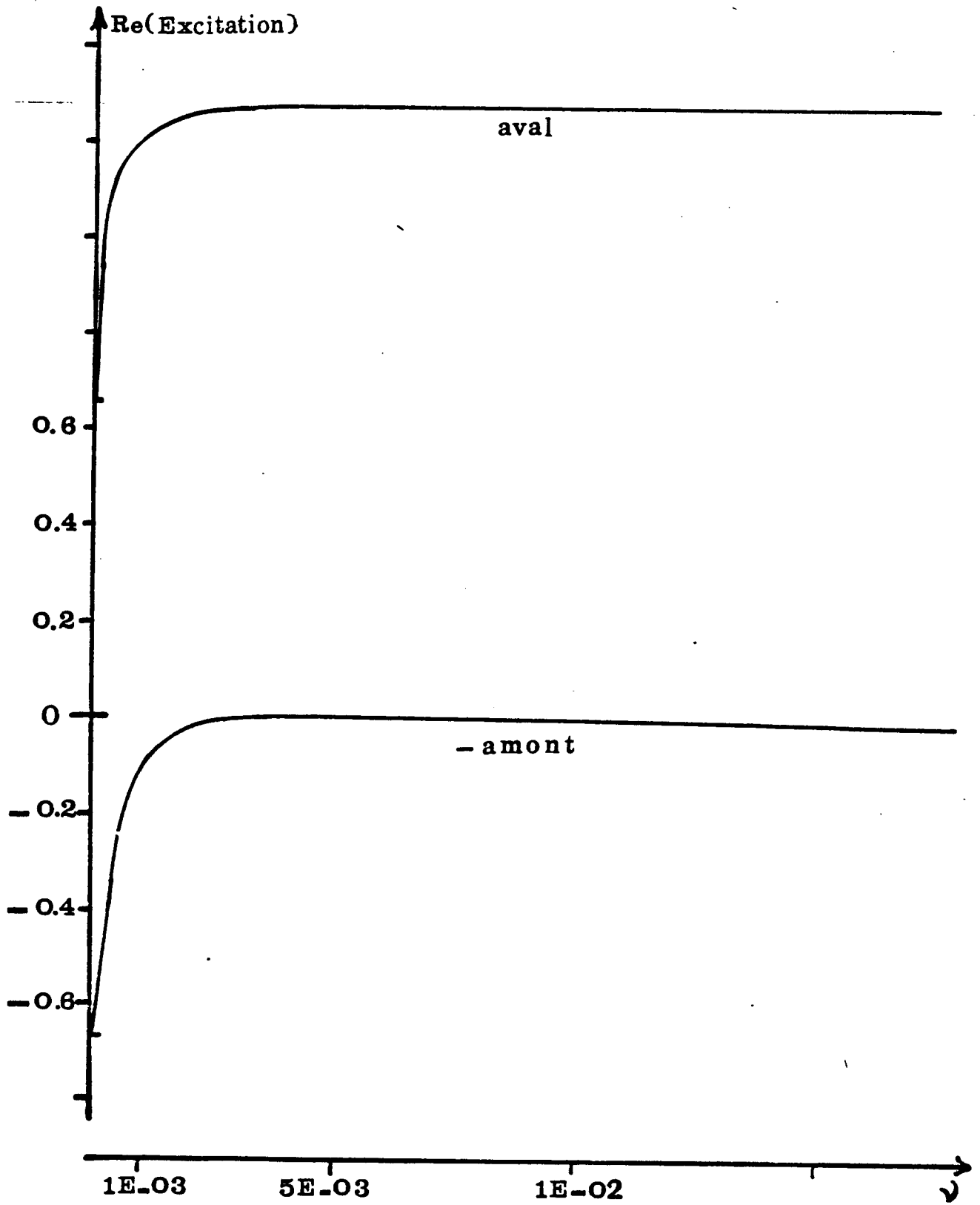


FIGURE 8bis

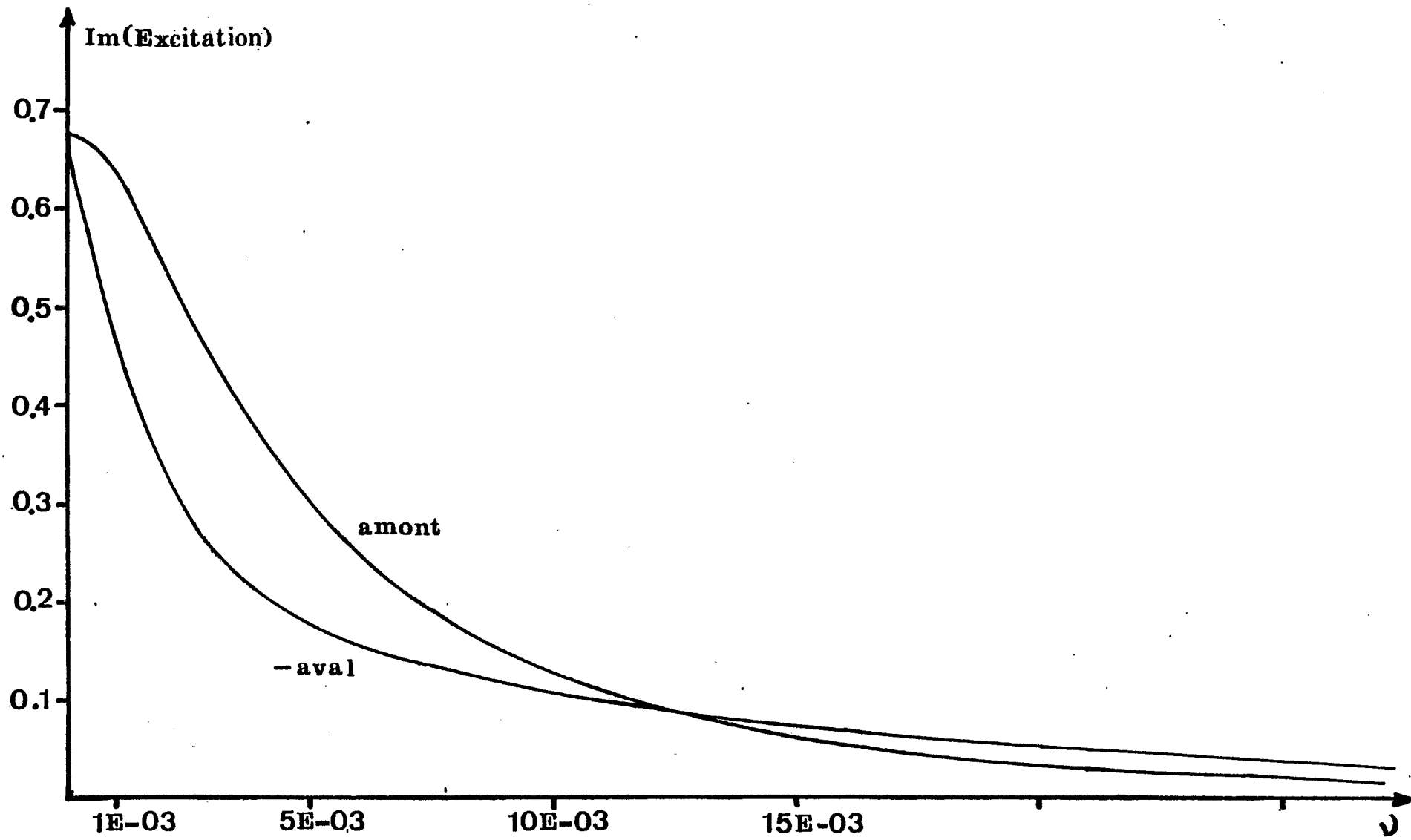
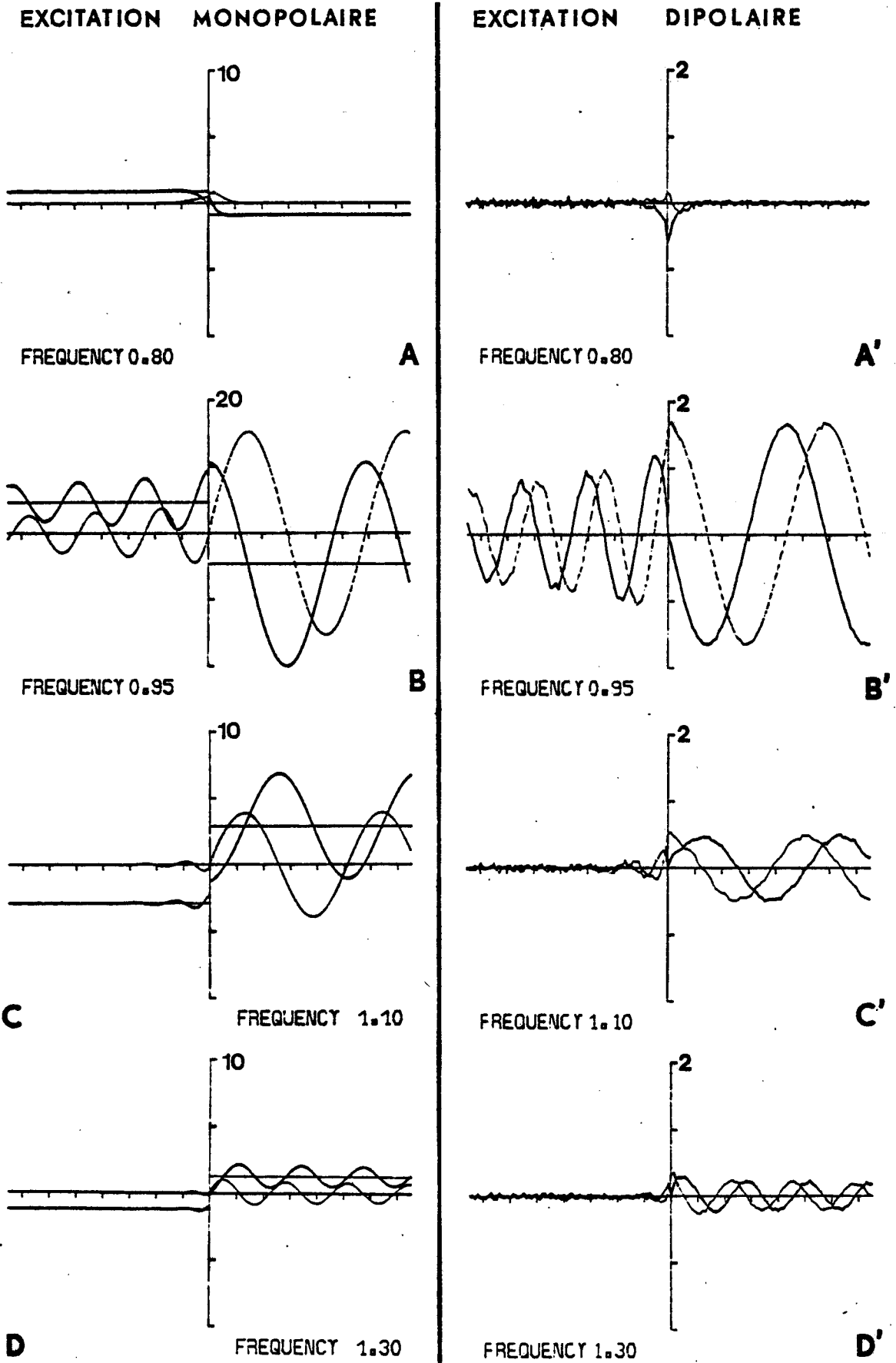


FIGURE 8ter

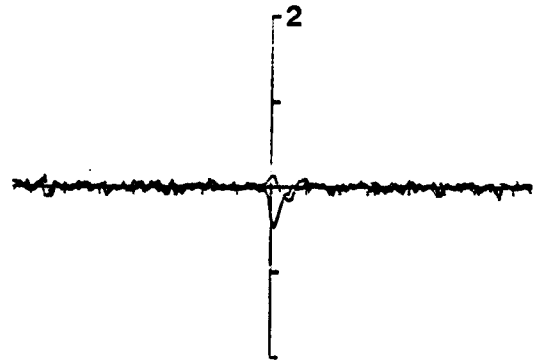
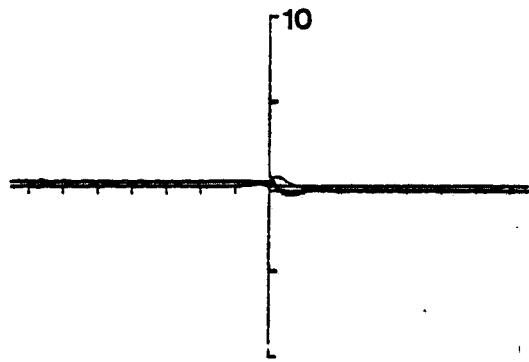


**FIGURE 9 & 9BIS  $V_D = 0.63$**



EXCITATION MONOPOLAIRE

EXCITATION DIPOLAIRE

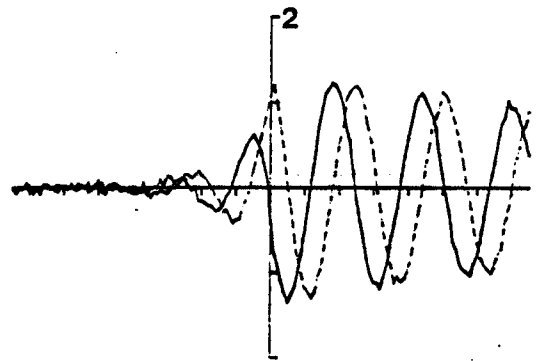
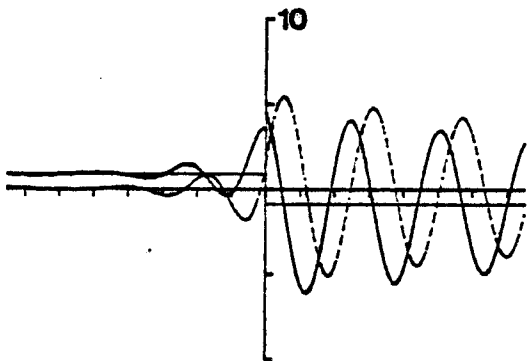


FREQUENCY 0.60

A

FREQUENCY 0.60

A'

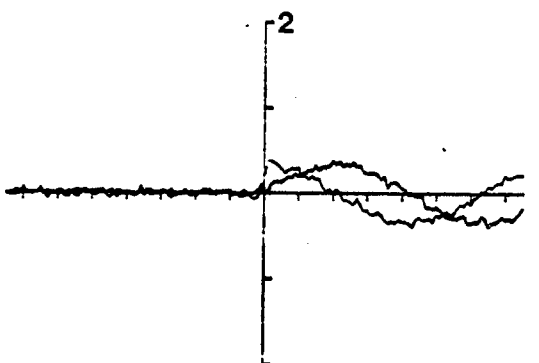
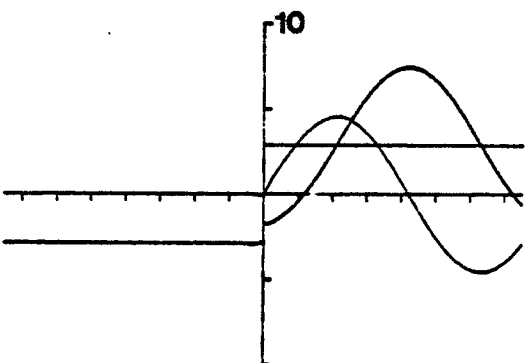


FREQUENCY 0.80

B

FREQUENCY 0.80

B'

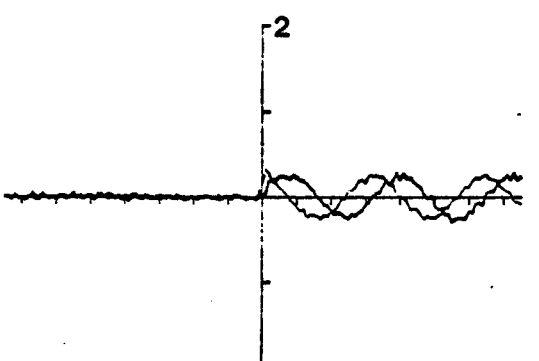
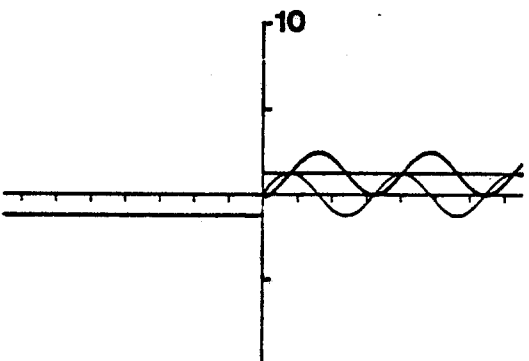


C

FREQUENCY 1.10

FREQUENCY 1.10

C'



D

FREQUENCY 1.30

FREQUENCY 1.30

D'

FIGURE 10 & 10<sub>BIS</sub>  $V_D = 1.23$

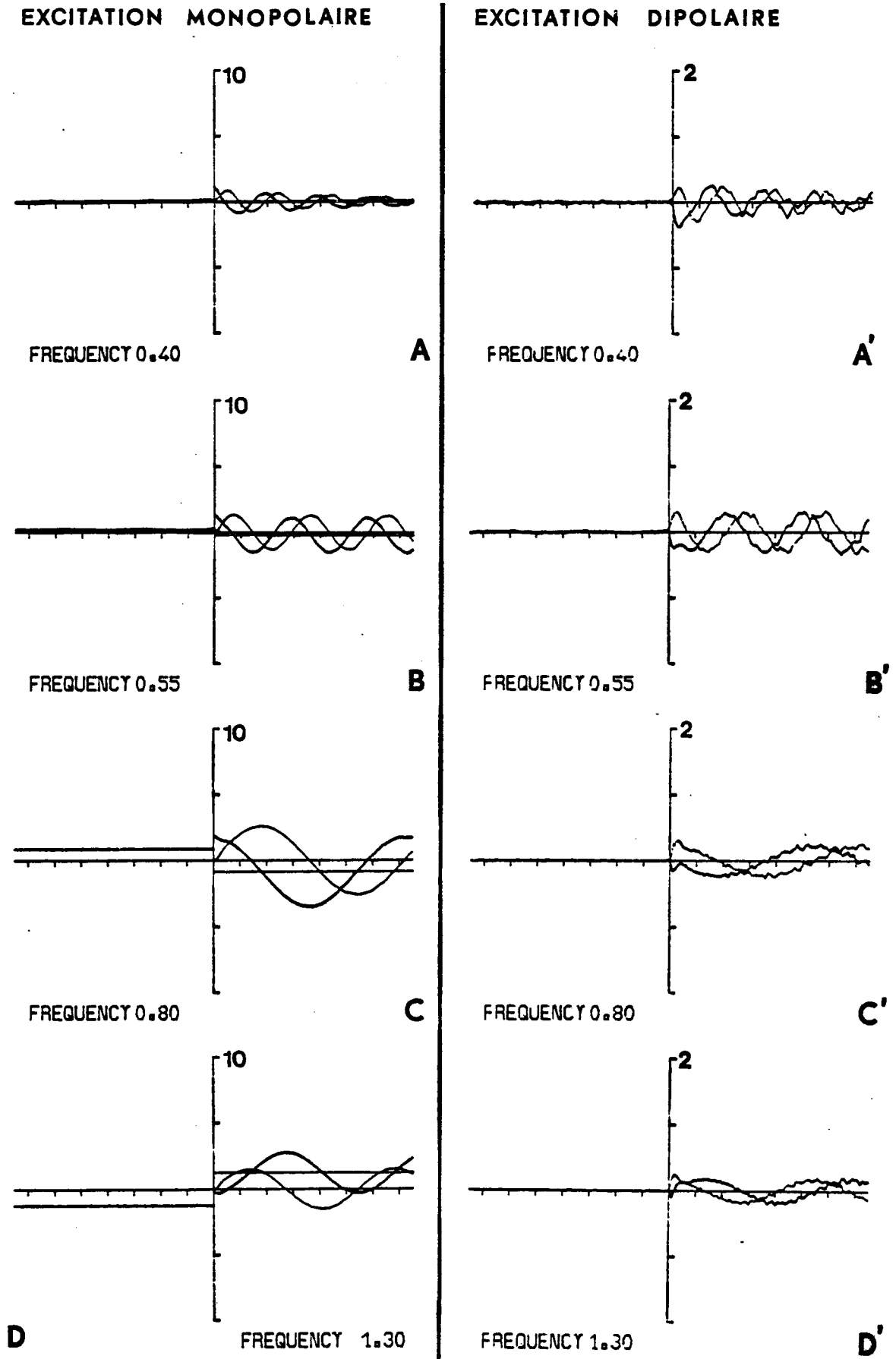
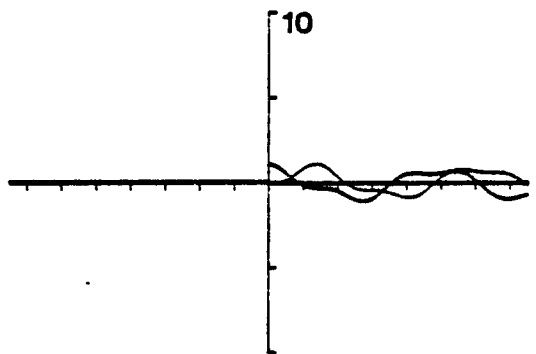


FIGURE 11 & 11BIS  $V_D = 2.43$

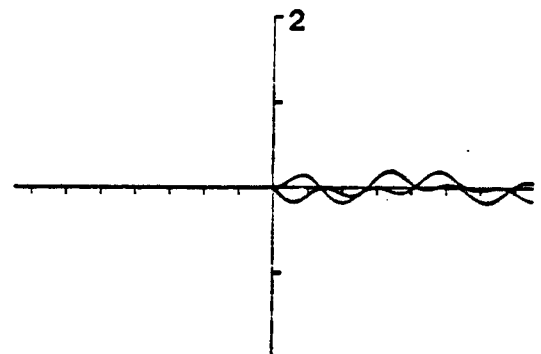
EXCITATION MONOPOLAIRE

EXCITATION DIPOLAIRE



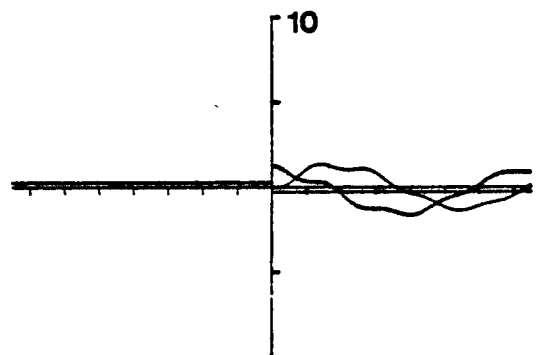
FREQUENCY 0.40

A



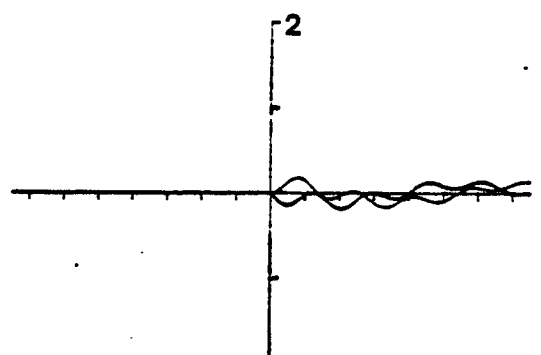
FREQUENCY 0.40

A'



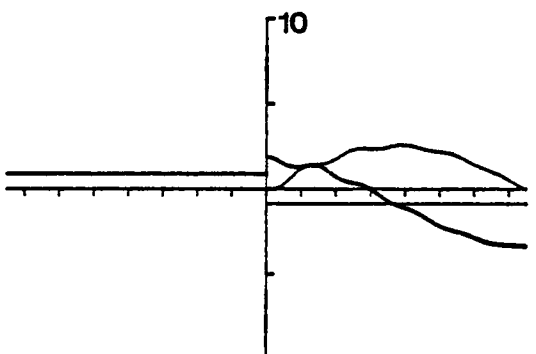
FREQUENCY 0.60

B



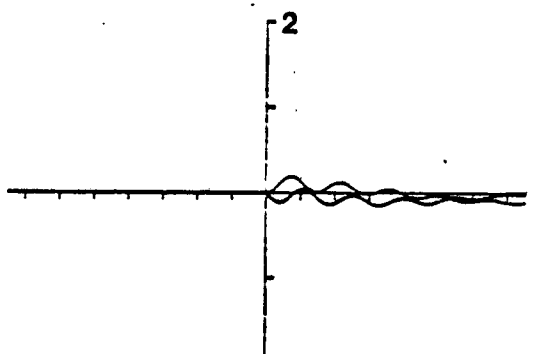
FREQUENCY 0.60

B'



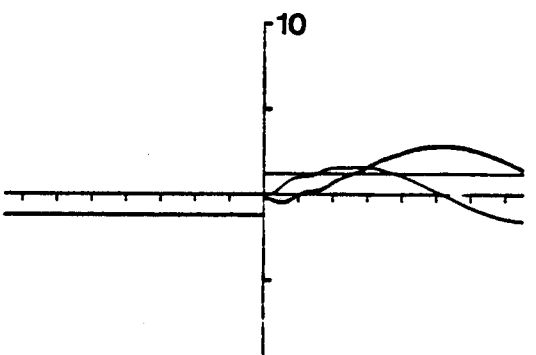
FREQUENCY 0.80

C



FREQUENCY 0.80

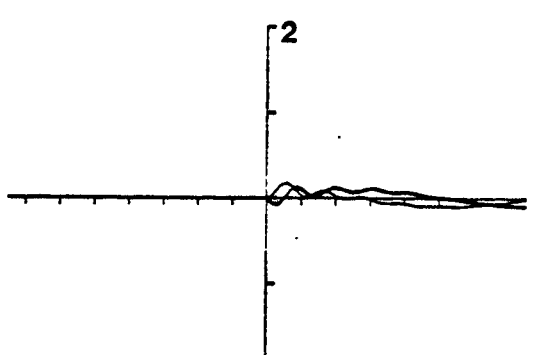
C'



D

E

FREQUENCY 1.30



FREQUENCY 1.30

D'

FIGURE 12 & 12BIS  $V_D = 4.83$

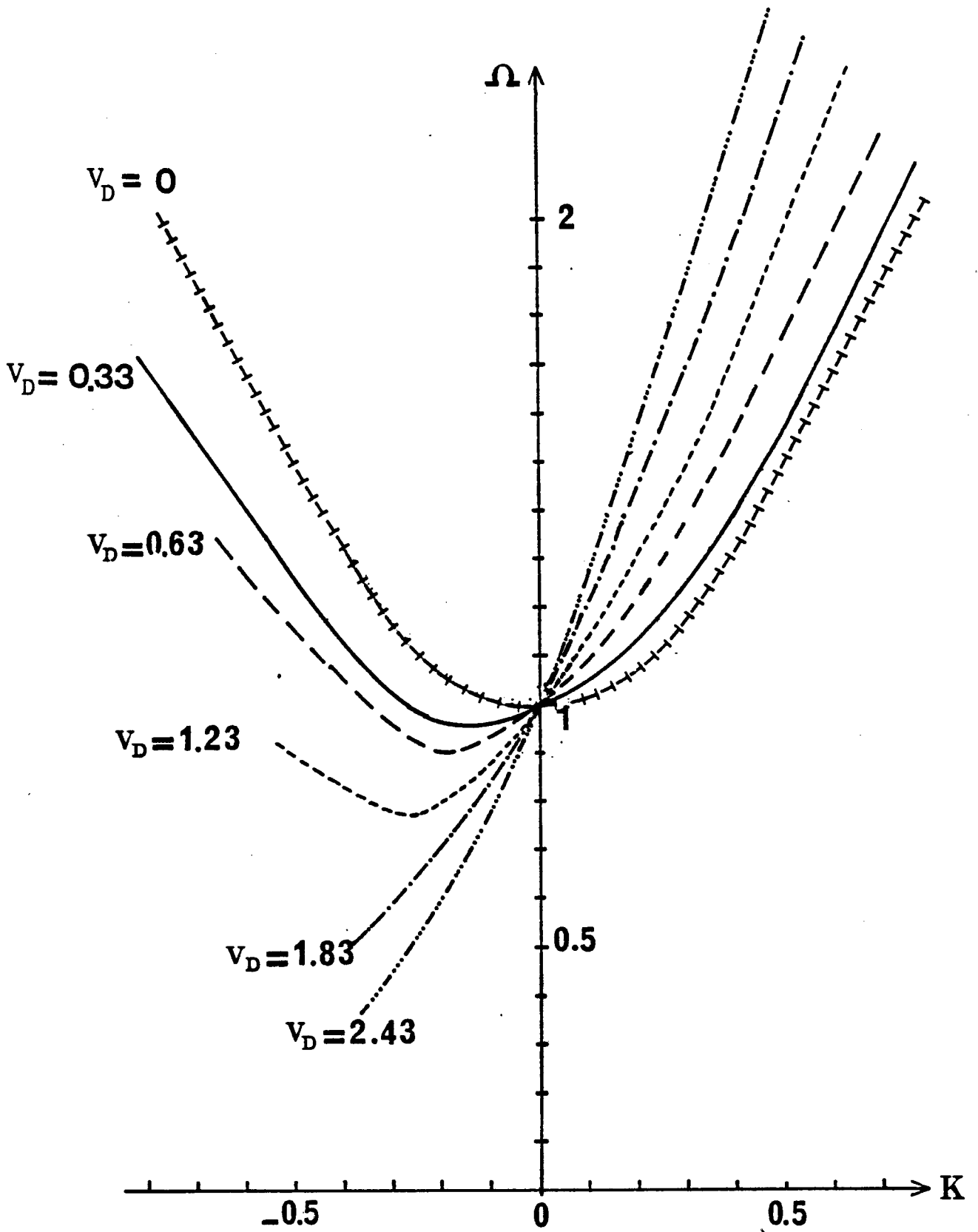


FIGURE 13

## C) ETUDE EXPERIMENTALE

### I. DESCRIPTION DU PLASMA .

Les expériences ont été réalisées dans la chambre de simulation spatiale dont les caractéristiques sont les suivantes (Arnal (1976)) :

- le volume est d'environ  $5.5 \text{ m}^3$  (3 m de longueur x 1.5 m de diamètre)
- un pompage mécanique (pompe primaire + pompe turbomoléculaire), associé à un pompage cryogénique (Azote liquide et hélium liquide), permet d'obtenir une pression résiduelle de  $10^{-8}$  Torr dans l'enceinte.
- la source à plasma (source Kaufman) injecte les ions dans le plasma avec une vitesse d'environ 10 km/s. Les ions sont neutralisés par un filament chaud émettant des électrons et, si on suppose que ces électrons sont entraînés par les ions, on doit avoir un plasma présentant une vitesse de dérive globale de l'ordre du dixième de la vitesse thermique.
- le gaz utilisé est de l'argon à une pression comprise entre  $10^{-5}$  et  $10^{-4}$  Torr.
- l'utilisation d'un champ magnétique multipolaire de confinement (garnissage des parois avec des petits aimants) permet d'améliorer notablement l'homogénéité et d'obtenir un gradient de fréquence plasma  $\frac{\Delta f_p}{f_p} \leq 10\%$  par mètre de déplacement axial (typiquement de 3 à 10%).

Le plasma obtenu a les caractéristiques suivantes :

- fréquence plasma  $f_p$  : entre 2 et 10 MHz.
- température électronique  $T_e$  : entre 500 et 1500 °K (40 à 130 meV.)
- longueur de Debye  $\lambda_D$  : entre 1 et 10 mm.

### II. EXCITATION DES ONDES ELECTROSTATIQUES .

Plusieurs impératifs contradictoires devaient être surmontés :

- utiliser une antenne ayant le meilleur coefficient de couplage avec le plasma.
- compte tenu du fait que les parois du caisson sont métalliques, il fallait utiliser une antenne de dimension restreinte afin de minimiser les effets d'image.

Différents excitateurs ont alors été essayés (antenne plane circulaire de 30 cm de diamètre, antenne plane triplaquée carrée de 25 cm de côté...). Le choix s'est finalement porté sur une antenne mise au point pour les expériences spatiales (Rapport ISOPROBE (1976)) : un anneau circulaire de 1 mm de largeur et 45 mm de diamètre. Le même type d'antenne a été utilisé à la réception.

### III. DETECTION DES ONDES ELECTROSTATIQUES .

Si on excite l'antenne d'émission par une onde électromagnétique de la forme  $\cos \omega t$ , on s'attend à voir se propager dans le plasma une onde de la forme  $A(x) \cos \omega t + B(x) \cos (\omega t - kx + \varphi)$ . Le premier terme  $A(x) \cos \omega t$  correspond à l'onde électromagnétique (encore appelée terme plasma-froid), pratiquement en phase vu les dimensions du caisson. L'amplitude  $A(x)$  dépend de l'antenne d'émission. Le second terme  $B(x) \cos (\omega t - kx + \varphi)$  représente l'O.E.L. qui se propage dans le plasma. L'amplitude  $B(x) = B_0(x) e^{k_i x}$  exprime l'amortissement de cette onde et la phase  $(\varphi - kx)$  correspond au déphasage de l'onde au cours de sa propagation (la phase à l'origine  $\varphi$  n'est en général pas nulle à cause des conditions de réponse du plasma à l'excitation, des effets de gaine autour de l'antenne etc...). L'intérêt de l'expérience étant d'étudier la dépendance spatiale de l'amplitude de l'O.E.L., on récupère le signal à l'aide d'une antenne réceptrice mobile. Deux méthodes de traitement électronique du signal sont alors possibles : une détection interférométrique et une détection quadratique.

#### a) Détection interférométrique

Dans ce premier procédé on fait battre l'onde reçue  $A \cos \omega t + B \cos (\omega t - k_r x + \varphi)$  avec l'onde émise déphasée  $\cos (\omega t + \theta)$ , la phase  $\theta$  étant à priori arbitraire. Le signal produit est de la forme :

$$A \cos \theta + A \cos (2\omega t + \theta) + B \cos (\varphi - \theta - k_r x) + B \cos (2\omega t + \varphi + \theta - k_r x)$$

et on utilise un filtre pour éliminer la partie oscillante à la fréquence  $2\omega$  (par exemple, sur table traçante, on n'observe que le terme continu). En déplaçant alors l'antenne de réception, on peut obtenir une mesure de l'amplitude du signal restant :  $A \cos \theta + B \cos (\varphi - \theta - k_r x)$

Pour se débarrasser du terme plasma froid, il suffit de modifier la phase  $\theta$  à l'aide d'un déphaseur de telle façon que  $\theta = \frac{\pi}{2}$ . Le signal est alors

$$s = B \sin(\varphi - k_r x) = \text{Im} [ A + B \exp i(\varphi - k_r x) ]$$

(pour  $\theta = 0$   $s = A + B \cos(\varphi - k_r x)$

$$= \text{Re} [ A + B \exp i(\varphi - k_r x) ]$$

Malheureusement, il n'existe pas de déphaseur continuellement variable de  $180^\circ$  ( $0^\circ \rightarrow \pm 90^\circ$ ) et couvrant une large gamme de fréquence (de 2 à 10 MHz). Nous avons résolu ce problème en transposant les fréquences de 300 MHz dans les deux branches de l'interferomètre. Nous pouvions alors utiliser une ligne à retard variable à air de 60 cm de longueur, ce qui permettait un déphasage continu de  $210^\circ$ .

Le deuxième problème expérimental à résoudre pour utiliser cette technique tenait au niveau des signaux. Le plasma ayant une température électronique faible (de 40 à 130 meV) nous sommes obligés d'attaquer l'excitateur avec des signaux ne dépassant pas 10 à 20 mV efficaces sur  $50 \Omega$  (de -20 à -30 dBm) afin d'éviter les effets non linéaires. Compte tenu de l'atténuation apportée par le plasma et des pertes par couplage entre antennes et plasma, le niveau du signal recueilli est d'environ -40 dBm à faible distance. A la réception nous avons donc utilisé un premier préampli de 40 dB puis un système de détection synchrone. Le schéma utilisé est représenté figure 1 et le type de signal reçu est montré figure 2.

Les avantages de la méthode interférométrique sont :

- une mesure aisée de la longueur d'onde et de l'atténuation.
- une exploitation numérique relativement aisée.

Ses inconvénients sont :

- la difficulté de toujours veiller à ce que les différents mélangeurs travaillent dans les bonnes conditions (niveaux).
- la faible dynamique du détecteur synchrone (6 dB).

b) Détection quadratique (utilisation d'un analyseur de spectre):

Un analyseur de spectre utilisé à fréquence fixe est un détecteur super-hétérodyne possédant un très grand gain (jusqu'à 140 dB) et une très grande dynamique (100 dB). Le seul point important dans l'utilisation en tant que détecteur est le problème posé par la dérive en phase et en fréquence du générateur d'émission et de l'analyseur de spectre. Il ne nous était pas possible d'avoir à la fois un verrouillage

en phase et en fréquence des deux appareils. Nous avons alors deux possibilités : soit utiliser à l'émission un synthétiseur (stable en phase et en fréquence) mais être tributaire de la dérive de l'analyseur de spectre, soit utiliser à l'émission un oscillateur de poursuite qui est verrouillé en fréquence avec l'analyseur. Dans le premier cas nous ne nous affranchissons pas de la dérive propre de l'analyseur ; dans le second cas nous nous affranchissons de la dérive en fréquence mais non de la dérive en phase. Les deux solutions ont été utilisées et, si nous considérons que le temps de relevé des oscillogrammes est faible devant les temps caractéristiques des dérives (donnés par le constructeur de l'ordre de 5 à 50 Hz/mn), la mesure est alors valide dans les deux cas. Les figures 3 et 4 montrent le montage utilisé ainsi qu'un exemple d'enregistrement.

Dans ce procédé on détecte également l'amplitude du signal en fonction de la distance entre antennes, mais le traitement est différent. L'analyseur se comporte d'abord comme un détecteur quadratique :

$$s^2 = [A \cos \omega t + B \cos(\omega t - k_r x + \varphi)]^2 \\ = A^2 \cos^2 \omega t + B^2 \cos^2(\omega t - k_r x + \varphi) + AB [\cos(\varphi - k_r x) + \cos(2\omega t - k_r x + \varphi)]$$

puis il mesure la valeur efficace du signal détecté

$$\bar{s} = \left( \frac{1}{T} \int_0^T s^2 dt \right)^{1/2}$$

soit encore :

$$\bar{s} = \left( \frac{A^2}{2} + \frac{B^2}{2} + AB \cos(\varphi - k_r x) \right)^{1/2} = \frac{1}{\sqrt{2}} |A + B \exp i(\varphi - k_r x)|$$

Nous avons donc ici encore un signal dont la phase dépend uniquement de la distance de déplacement. Remarquons qu'on détecte la longueur d'onde de l'O.E.L. grâce à la présence du terme froid A alors que, pour la méthode interférométrique, il vaut mieux au contraire supprimer ce dernier pour visualiser correctement l'O.E.L.. Si on supprime le champ froid (en employant une antenne triplaque par exemple), on récupère uniquement  $\bar{s} = \frac{B}{\sqrt{2}}$  c'est à dire un terme correspondant à l'atténuation de l'O.E.L..

L'amplitude du champ électrique apparaît sous forme logarithmique compte tenu de sa grande variation ; cette visualisation logarithmique du signal lui donne fréquemment une allure redressée (voir figure 4). En effet, le terme chaud étant le plus souvent du



même ordre de grandeur et toujours inférieur au terme froid, on comprend qu'à chaque période la somme s'approche de zéro sans l'atteindre, ce qui crée un pic important du logarithme vers les valeurs négatives.

#### IV. EXPLOITATION DES RESULTATS :

##### a) Caractéristiques des signaux détectés :

Si on suppose que le plasma est homogène, l'exploitation des oscillogrammes est aisée puisqu'elle se limite à la détermination de la longueur d'onde pour les propagations "aval" et "amont", la présence d'une vitesse de dérive se caractérisant par un effet de dissymétrie comme l'a montré l'étude théorique (Figure 5A).

##### a.1/ Présence d'un gradient de densité :

Expérimentalement il est très délicat d'obtenir dans un faisceau de plasma un gradient de densité nul ou négligeable. On conçoit en effet que la densité aval soit inférieure à la densité amont. La présence de cette inhomogénéité introduit une variation spatiale de la longueur d'onde, ce qui se traduit dans la propagation par une dissymétrie opposée à celle due à la vitesse de dérive. En présence d'un gradient de densité, le champ résultant correspond à une combinaison des deux phénomènes, ce qui peut masquer partiellement l'effet dû à la vitesse de dérive (figure 5.B).

Dans l'exploitation numérique des résultats, il est possible de tenir compte au premier ordre du gradient de densité. Si nous supposons que la variation de la densité dans la zone de propagation étudiée est faible et monotone, on peut alors utiliser un développement limité :

$$k_r(x) \simeq k_0 + k'x \quad \text{où} \quad |k'| \ll k_0$$

ce qui correspond à remplacer  $\cos(\varphi - k_r x)$   
par  $\cos(\varphi - k_0 x - k'x^2)$

Il faut donc, pour compenser les effets de l'inhomogénéité, comparer les différentes valeurs de  $k_r(x, \omega)$  en un point  $x$  fixé. L'étude de la vitesse de dérive nous amenant à observer la propagation amont et aval, le point le plus logique est  $x = 0$  ce qui correspond à comparer les valeurs de  $k_0(\omega)$ .

Il est par ailleurs intéressant de relier cette variation

de  $k_r$  à celle de la densité ou, ce qui revient au même, à celle de la fréquence plasma ( $\omega_p(x) \propto \sqrt{n(x)}$ ). Jusqu'à une fréquence de l'ordre de  $1.1 \omega_p$ , on peut utiliser l'équation de Bohm et Gross :

$$\omega^2 - \omega_p^2 = 3 k^2 V_T^2 = 3 k^2 \lambda_D^2 \omega_p^2$$

Par différentiation, on obtient

$$\frac{d\omega_p}{\omega_p} = \frac{-3 k^2 \lambda_D^2}{1 + 3 k^2 \lambda_D^2} \frac{dk}{k}$$

et si on utilise ici encore un développement au premier ordre :

$$\omega_p(x) = \omega_0 + \omega' x$$

on peut alors écrire :

$$\frac{\omega'}{\omega_0} = \frac{-3 k_0^2 \lambda_D^2}{1 + 3 k_0^2 \lambda_D^2} \frac{k'}{k_0}$$

Cette formule approchée nous a permis, parallèlement à l'étude de la vitesse de dérive, de connaître l'ordre de grandeur du gradient de densité (Voir Figure 6) et de vérifier la compatibilité de nos mesures avec les résultats précédents sur les caractéristiques du caisson.

#### a.2/ Légère non-linéarité :

Dans les cas où l'amplitude du champ est assez importante (c'est à dire surtout à proximité de l'antenne d'émission dans cette expérience) la théorie (Vidmar (1976)) prévoit des effets non linéaires concrétisés entre autres par une variation spatiale (oscillation) de  $k_r$ . La figure 7 montre dans un cas particulier la variation de  $k_r$  que l'on a essayé d'estimer localement. La dépendance observée est bien l'oscillation attendue à cause d'une légère non-linéarité, superposée à la variation sensiblement linéaire due à l'inhomogénéité. Ces effets non linéaires n'ayant lieu de façon importante qu'à proximité de l'excitateur (où l'intensité du champ est plus grande et où peuvent par ailleurs s'ajouter des effets de gaine), on n'a pas tenu compte de cette zone de propagation lors du dépouillement.

#### a.3/ Diverses causes d'atténuation :

Si nous utilisons un excitateur plan infini, l'amplitude du champ froid est constante alors que le champ chaud est soumis à l'amortissement Landau. Si nous utilisons un excitateur ponctuel, le terme froid décroît comme  $1/x^2$ . Compte tenu du caractère géométrique limité de l'excitateur utilisé et des effets d'influences mutuelles

entre ce dernier et l'antenne réceptrice, l'atténuation expérimentale est plus complexe et il n'est pas possible d'en donner une forme analytique simple. Pour tenter de reproduire les amortissements réels, on a donc été amenés à approximer la dépendance des termes froid et chaud par des expressions de la forme  $A/x^\alpha$  et  $B/x^\beta$ . Les deux paramètres supplémentaires  $\alpha$  et  $\beta$  représentent une "valeur moyenne" pour la zone de propagation étudiée, et on s'attend donc à trouver  $\alpha$  voisin de 2. (Voir figure 8).

#### a.4/ Phase à l'origine :

Les calculs théoriques prévoient une phase à l'origine de l'ordre de  $180^\circ$  près de  $f_p$  et décroissant progressivement jusqu'à  $165^\circ$  environ quand la fréquence augmente jusqu'à  $f \simeq 1.15 f_p$  (Simonen (1966)). Ceci correspond à une interférence destructive à proximité de l'excitateur, or il se trouve qu'on a observé dans tous les cas une interférence constructive. Si l'on tient compte des effets d'influence mutuelle quand le récepteur est à proximité de l'antenne d'émission, ainsi que des effets d'inhomogénéité et de non-linéarité, et si l'on corrige en conséquence la phase à l'origine mesurée de façon à pouvoir comparer les valeurs expérimentales aux prédictions théoriques, on constate que leur différence est de l'ordre de  $100$  à  $140^\circ$  et grossièrement indépendante de la fréquence (voir figure 9). Ce décalage en phase est indépendant du sens de propagation et ne peut donc probablement pas être attribué à la vitesse de dérive. D'autre part, cette différence entre l'expérience et la théorie, assez difficile à expliquer a priori, pourrait être due à la propagation de l'onde dans la gaine qui entoure l'émetteur. Si cette hypothèse était vérifiée, on aurait ainsi un moyen supplémentaire d'étudier les effets de gaine.

#### b) Exploitation numérique :

##### b.1/ Programmes d'optimisation.

Nous avons employé successivement deux programmes de minimisation :

- ce programme ANLMC (approximation non linéaire par la méthode des Moindres Carrés) utilisant la méthode du Gradient et disponible dans la programmathèque du centre de calcul du C.N.E.T.

- le programme Mincon (version simplifiée du programme Minuit du C.E.R.N.) utilisant une méthode de Hooke-Jeeves amé-

liorée et emprunté à la programmathèque du C.E.A..

Ces programmes, utilisés tous deux sur l'ordinateur HB 6080 du centre de calcul du C.N.E.T. se sont révélés à peu près équivalents du point de vue des ajustements recherchés.

b.2/ Expression analytique :

Le principe de l'exploitation numérique consiste à fournir à l'ordinateur le signal enregistré (après numérisation), une forme analytique supposée représenter ce signal et un critère de comparaison. L'ordinateur doit alors ajuster certains paramètres de l'expression de la courbe théorique de telle manière qu'il y ait le meilleur accord possible entre les valeurs théoriques et expérimentales.

Dans le cas présent, les huit paramètres à ajuster sont :

- le nombre d'onde du terme chaud à l'origine :  $k_0$
- le coefficient de variation linéaire du nombre d'onde du terme chaud :  $k'$
- l'atténuation Landau du terme chaud :  $k_i$
- la phase à l'origine :  $\varphi$
- les "atténuations géométriques moyennes" des termes froid et chaud :  $\alpha$  et  $\beta$
- les amplitudes des termes froid et chaud  $A_0$  et  $B_0$ .

La forme analytique est

$$\bar{s}(x) = \text{Log} ( | E(x) | )$$

$$\text{où } E(x) = \frac{A_0}{x^\alpha} + \frac{B_0}{x^\beta} e^{-k_i x} \exp i(\varphi + k_0 x + k' x^2)$$

L'exploitation numérique a néanmoins des limitations.

D'une part les courbes à approximer doivent être à variations assez régulières (on est donc gêné par les fluctuations et le bruit de fond du montage électronique). D'autre part le nombre de paramètres à optimiser est limité par la taille de l'ordinateur et le temps de calcul (avec les programmes et l'ordinateur qui ont été utilisés, il serait déraisonnable de vouloir traiter plus d'une dizaine de paramètres, surtout avec une forme logarithmique du signal qui complique l'ajustement). Nous ne pouvons donc pas, dans le cas d'une représentation logarithmique rechercher l'existence de battements (la supposition de battements entre deux O.E.L. entraîne l'optimisation de six paramètres supplémentaires, soit 14 paramètres). Nous sommes donc obligés de supposer a priori que

la distribution des vitesses est Maxwellienne. Cette remarque montre que la dépendance logarithmique, ajoutée à la présence du terme froid, limite l'emploi de la méthode de détection par analyseur de spectre. En revanche, si l'on utilise la méthode interférométrique, le signal ne contient que le terme chaud et apparaît sous forme linéaire, ce qui rend l'ajustement bien plus aisé et peut permettre le traitement de deux O.E.L..

Comme exemples d'optimisation, on a indiqué sur les figures 2 et 4 les courbes théoriques correspondant aux paramètres ajustés, ce qui permet de voir que dans l'ensemble un bon accord a pu être obtenu avec les valeurs expérimentales.

### b.3/ Renormalisation en fréquence.

Une fois les paramètres ajustés, il subsiste une correction à effectuer si l'on veut comparer les valeurs obtenues pour différentes fréquences de propagation. En effet, la fréquence plasma dérive toujours légèrement entre deux mesures de la dépendance spatiale du champ électrique. Les comparaisons doivent donc être faites en utilisant les fréquences réduites  $\frac{\omega}{\omega_p}$  et on a ainsi renormalisé tous les résultats obtenus. Pour ce, on utilise une sonde radiofréquence auto-oscillant sur une fréquence caractéristique proportionnelle à  $f_p$  et on prend en compte les variations relatives par rapport à une fréquence  $f_0$  à l'instant  $t_0$ .

### c) Diagrammes de dispersion :

#### c.1/ Atténuation (exploitation de $k_i$ )

Nous avons vu qu'une paramétrisation assez bonne (de la forme  $B(x) = (B_0/x^\beta) \exp^{-k_i x}$ ) a pu être obtenue pour l'amortissement du terme chaud. Mais le principal défaut de cette expression est que le coefficient  $\beta$  correspond à une décroissance "géométrique" moyenne qui n'est connue que d'une façon très grossière.

On conçoit alors qu'au cours de l'optimisation il apparaisse sur le coefficient  $k_i$  de l'atténuation Landau une importante imprécision, du même ordre de grandeur que l'incertitude sur  $\beta$  (dans les cas les plus ambigus, l'ordinateur trouve plusieurs couples de valeurs ( $\beta, k_i$ ) notablement différents mais correspondants à des ajustements équivalents). Ces effets sont encore plus grands avec la détection par analyseur de spectre où la forme logarithmique du signal rend l'optimisation plus délicate. Nous n'avons donc pu obtenir qu'un ordre de grandeur de

l'amortissement ( $k_i \lambda_D$  de l'ordre de  $10^{-3}$  à  $10^{-2}$  pour  $\frac{\omega}{\omega_p}$  variant de 1.1 à 1.2 environ) et nous nous sommes limités à vérifier la compatibilité avec les prévisions théoriques.

Il peut par ailleurs être intéressant de noter que les valeurs de  $\beta$ , obtenues pour différentes valeurs de la fréquence d'excitation, varient dans l'ensemble entre 1. et 1.4.

### c.2/ Longueur d'onde (exploitation de $k_p$ )

Deux séries de mesures ont été effectuées et les résultats correspondants ont permis de tracer deux diagrammes de dispersion. Pour tenir compte de l'inhomogénéité et de la légère variation temporelle de fréquence plasma dont il faut compenser les effets, on a représenté sur les diagrammes la quantité  $R_o(\omega) / R_D$  en fonction de la fréquence d'excitation normalisée  $\omega / \omega_p$ .

La figure 10 montre le diagramme de dispersion correspondant à la première série de mesures. Bien que le nombre de points expérimentaux soit peu important, on y remarque nettement l'effet de dissymétrie prévu par la théorie. Cette dissymétrie correspond à une vitesse de dérive du plasma d'environ 15 % de la vitesse thermique  $V_T$ .

Nous avons donc ainsi obtenu une mesure de la dérive, mais nous nous sommes ensuite intéressés à savoir d'une part si cette mesure était reproductible et correspondait bien aux caractéristiques du caisson, d'autre part s'il était possible d'observer des phénomènes de propagation en dessous de la fréquence plasma, comme le prévoit la théorie. Nous avons alors effectué une seconde série de mesures, plus complète. Le diagramme de dispersion correspondant (figure 11) est nettement plus complexe et l'interprétation en est assez difficile. Du point de vue de la reproductibilité de la mesure, une complication intervient ici. En effet, pour les fréquences d'excitation comprises entre  $f_p$  et  $1.1 f_p$  on observe bien une dissymétrie correspondant à une vitesse de dérive  $V_d$  de l'ordre de  $0.1$  à  $0.15 V_T$ . Par contre, pour les fréquences entre  $1.1$  et  $1.2 f_p$ , la dissymétrie, bien qu'existante, est moins nette et correspond à l'effet attendu pour une dérive moins importante ( $V_d$  ne dépassant pas  $0.05 V_T$ ). Ce phénomène inattendu pourrait être dû à une distribution des vitesses non Maxwellienne, mais il est assez difficile de trancher vu le nombre important de paramètres susceptibles de modifier le comportement des O.E.L..

Par ailleurs, en dessous de la fréquence plasma, on observe également une propagation caractérisée par l'apparition d'un

mode rétrograde détecté en aval de l'antenne d'émission. (remarque : dans la partie théorique on a défini les modes de propagation "aval" par leur vitesse de groupe  $\frac{d\omega}{dk}$  positive. Un mode aval peut par ailleurs être rétrograde et avoir une vitesse de phase  $\omega/k$  négative. Un tel mode devrait donc être représenté du côté des  $k \leq 0$ , mais le diagramme expérimental étant séparé en deux zones de détection "amont" et "aval", on a préféré porter le mode rétrograde du côté des  $k \geq 0$  pour rappeler que sa détection se fait en aval de l'excitateur). Toutefois ce mode a un comportement bizarre puisqu'il correspond à l'effet prévu par la théorie pour une dérive de l'ordre de 0.3 fois au moins la vitesse thermique. On peut ici encore se demander si cette déformation du diagramme de dispersion par rapport aux calculs théoriques n'est pas due à une distribution des vitesses non Maxwellienne.

Dans l'ensemble ces mesures ont tout de même permis de mettre clairement en évidence la vitesse de dérive et d'estimer son ordre de grandeur au dixième environ de la vitesse thermique. Ce résultat correspond bien à la valeur approximativement attendue. Il est par ailleurs tout à fait compatible avec les mesures faites par déplacement Doppler d'une antirésonance caractéristique : typiquement  $V_d$  compris entre 0.05 et 0.10  $V_T$  (Michel E. (1976)).

#### V. CONCLUSION :

Nous avons développé deux méthodes de détection : l'une basée sur un principe interférométrique, l'autre utilisant un analyseur de spectre pour mesurer la valeur efficace du signal reçu.

Nous avons vu que ces deux procédés possèdent chacun des avantages et des inconvénients propres et sont complémentaires sous plusieurs points de vue :

- le premier procédé suppose l'élimination du terme froid pour mesurer la longueur d'onde, tandis que le second impose au contraire la présence du terme froid.

- la première méthode permet de mesurer  $k_r$  et  $k_i$  même dans les cas où il y a battement entre plusieurs O.E.L., mais elle est limitée par le rapport signal/bruit. La seconde aboutit à un très bon rapport signal/bruit mais permet difficilement d'extraire  $k_i$  et sup-

pose un maximum de deux ondes (terme froid plus terme chaud constitué d'une seule O.E.L.).

Nous avons ensuite utilisé deux programmes d'optimisation qui se sont révélés équivalents : l'un utilisant la méthode du gradient et l'autre une méthode de Hooke-Jeeves améliorée.

Nous avons ainsi pu obtenir des oscillogrammes dont l'exploitation nous a permis d'une part de tracer des diagrammes de dispersion, d'autre part d'améliorer la connaissance de certains phénomènes (le gradient de densité dans le caisson, l'effet de la gaine autour de l'excitateur, la présence de faibles non linéarités). Enfin, les diagrammes de dispersion obtenus ont permis de mettre clairement en évidence la vitesse de dérive du plasma et d'estimer son ordre de grandeur au dixième de la vitesse thermique.



REFERENCES

ARNAL Y., Communication au Congrès National de Physique des plasmas,  
6-10 Décembre 1976.

Expérience ISOPROBE (Satellite ARCAD 3) Note technique CRPE/1005,  
2e édition (Juin 1976), chapitre 5.

VIDMAR P.J., MALMBERG J.H. et STARKE T.P., Phys. Fluids (1976)  
19 (1), 32.

SIMONEN C. (Landau Waves) Report S.U.I.P.R. N° 100.

MICHEL E., Thèse de Docteur Ingénieur présentée à l'université  
d'Orléans (France) le 12 Février 1976.

LEGENDES

Figure 1 : Schéma du montage électronique de la méthode de détection interférométrique.

Figure 2 : Exemple de signal obtenu par détection interférométrique. On a mentionné en pointillé la courbe analytique ajustée sur les valeurs expérimentales par simulation numérique.

Figure 3 : Schéma du montage électronique de la méthode de détection quadratique par analyseur de spectre.

Figure 4 : Exemple de signal obtenu par détection quadratique. On a mentionné en pointillé la courbe analytique ajustée sur les valeurs expérimentales par simulation numérique.

Figure 5.A. et B : Simulation comparée des effets dûs à la dérive et à l'inhomogénéité. La figure 5.A représente la dissymétrie causée sur la propagation des O.E.L. par la présence d'une vitesse de dérive. La figure 5.B montre la superposition de l'effet dû à la dérive et de l'effet dû au gradient de densité. On remarque (figure 5B) qu'à une distance moyenne de chaque côté de l'excitateur, la dissymétrie causée par la dérive est presque totalement masquée par les effets d'inhomogénéité.

Figure 6 : Gradient de fréquence plasma  $\omega'/\omega_0$  calculé (pour différentes fréquences d'excitation) à partir du gradient de longueur d'onde en utilisant la formule de Bohm et Gross. La valeur moyenne ajustée (6,8 % par mètre) a été indiquée sur la figure ; elle est tout à fait compatible avec les caractéristiques du caisson (typiquement 3 à 10 % par mètre) dont on a ainsi obtenu une nouvelle mesure.

LEGENDES (SUITE N° 1)

Figure 7 : Nombre d'onde  $k_r(x)$  du terme chaud en fonction de la position  $x$  de l'antenne réceptrice. La droite en trait continu représente la variation linéaire moyenne qui correspond au gradient de densité. On remarque qu'à cet effet d'inhomogénéité s'ajoute un effet de non linéarité caractérisé par une oscillation autour du gradient moyen.

Figure 8 : Cette figure montre la variation spatiale de l'amplitude du signal dans le cas d'une propagation dans le vide. L'amplitude dans le vide étant proportionnelle à l'amplitude du terme froid, on atteint ainsi la dépendance spatiale de ce dernier. On remarque alors que dans la zone de propagation étudiée, la dépendance observée est très proche de la forme  $\frac{1}{x^2}$ .

Figure 9 : La figure 9 représente la phase à l'origine  $\varphi$  pour différentes fréquences d'excitation. On a mentionné en trait continu la courbe correspondant aux prévisions théoriques et on voit que cette dernière est décalée par rapport aux valeurs expérimentales. Cette différence, de l'ordre de  $100$  à  $140^\circ$  et grossièrement indépendante de la fréquence, pourrait être due aux effets de gaine.

Figure 10 : Diagramme de dispersion représentant le nombre d'onde normalisé  $k_o(\omega)/k_D$  en fonction de la fréquence d'excitation. On a indiqué en pointillé la courbe de Landau correspondant à une propagation sans dérive. On a également porté en trait continu les courbes théoriques pour la propagation avec une dérive de  $0.15$  et  $0.33 V_T$ . On voit que les points expérimentaux correspondent à une vitesse de dérive égale à  $0.15 V_T$ .

LEGENDES (SUITE N° 2)

Figure 11 : Diagramme de dispersion analogue à la figure 10 pour une autre série de mesures. L'analyse en est plus compliquée, mais on voit que, dans l'ensemble, les points expérimentaux correspondent à une vitesse de dérive de l'ordre du dixième de la vitesse thermique. On notera en particulier l'apparition en aval d'un mode rétrograde caractéristique en dessous de la fréquence plasma. (remarque : dans la partie théorique on a défini les modes de propagation "aval" par leur vitesse de groupe  $\frac{d\omega}{dk}$  positive. Un mode aval peut par ailleurs être rétrograde et avoir une vitesse de phase  $\frac{\omega}{k}$  négative. Un tel mode devrait donc être représenté du côté des  $k \leq 0$ , mais le diagramme expérimental étant séparé en deux zones de détection "amont et aval", on a préféré porter le mode rétrograde du côté des  $k \geq 0$  pour rappeler que sa détection se fait en aval de l'excitateur).

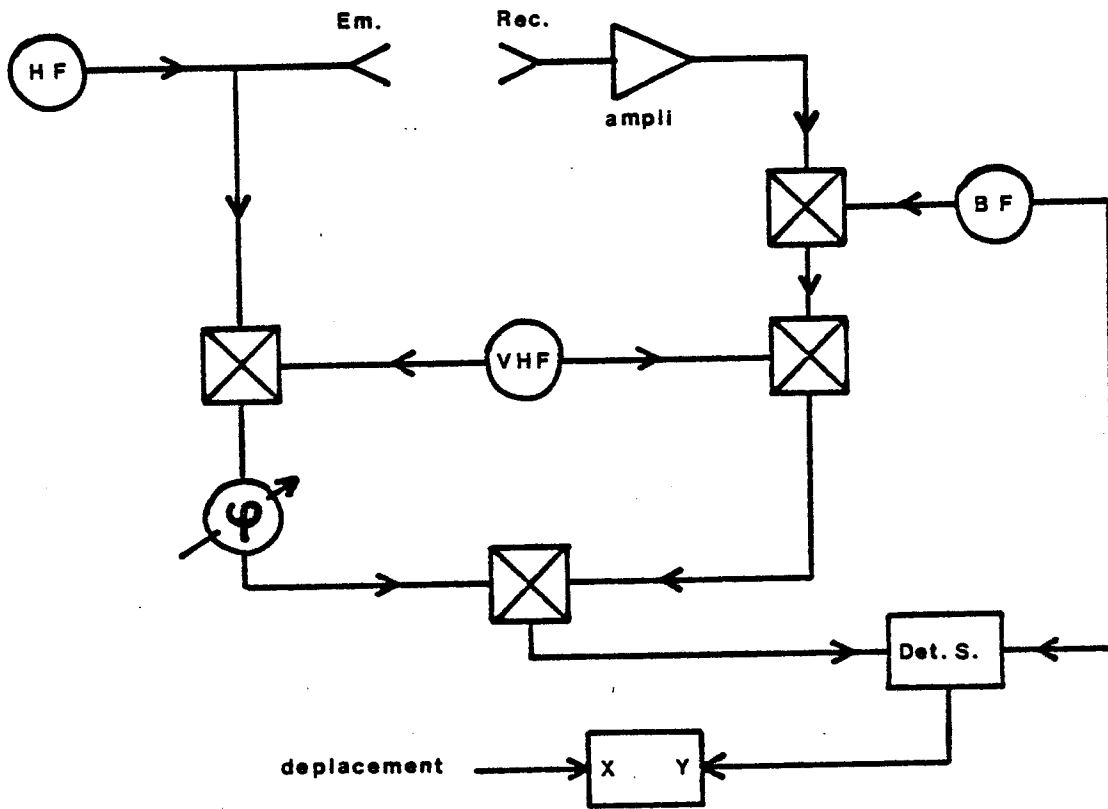


Figure 1

— courbe experimentale  
..... courbe ajustée

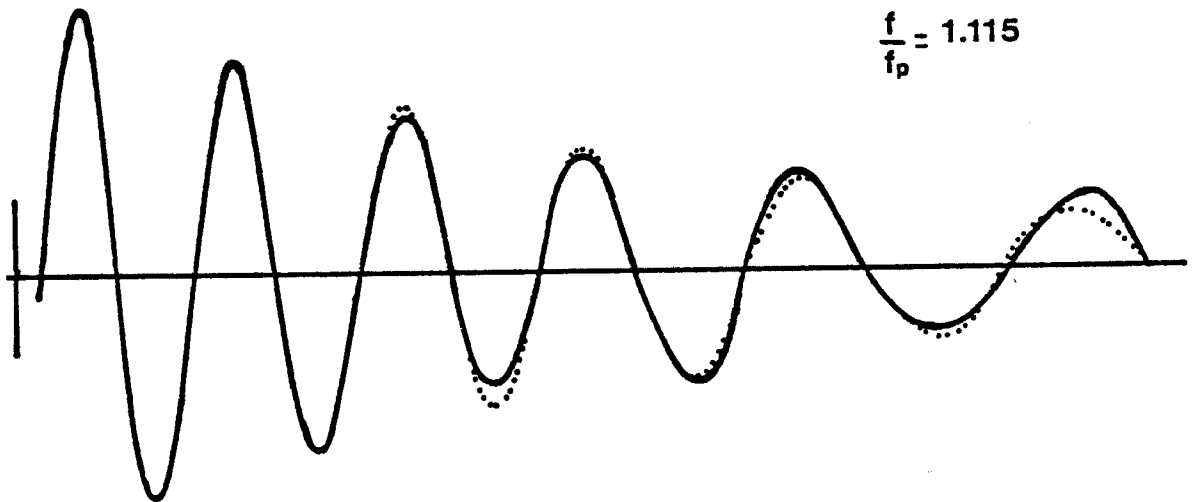


Figure 2

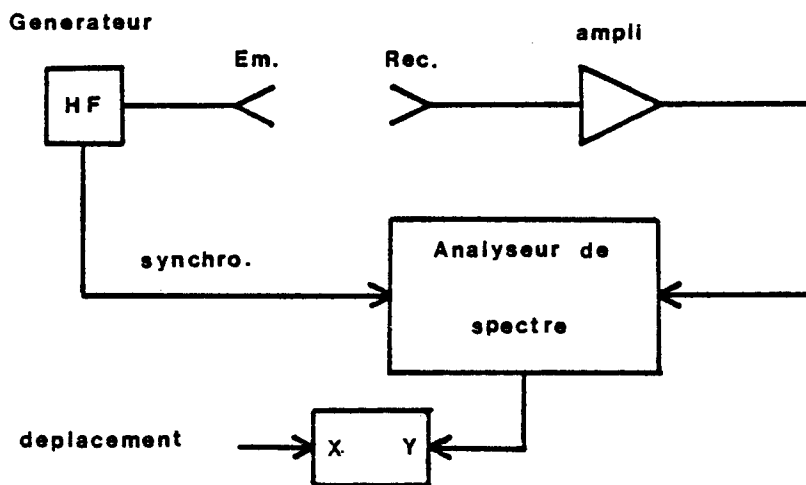


Figure 3

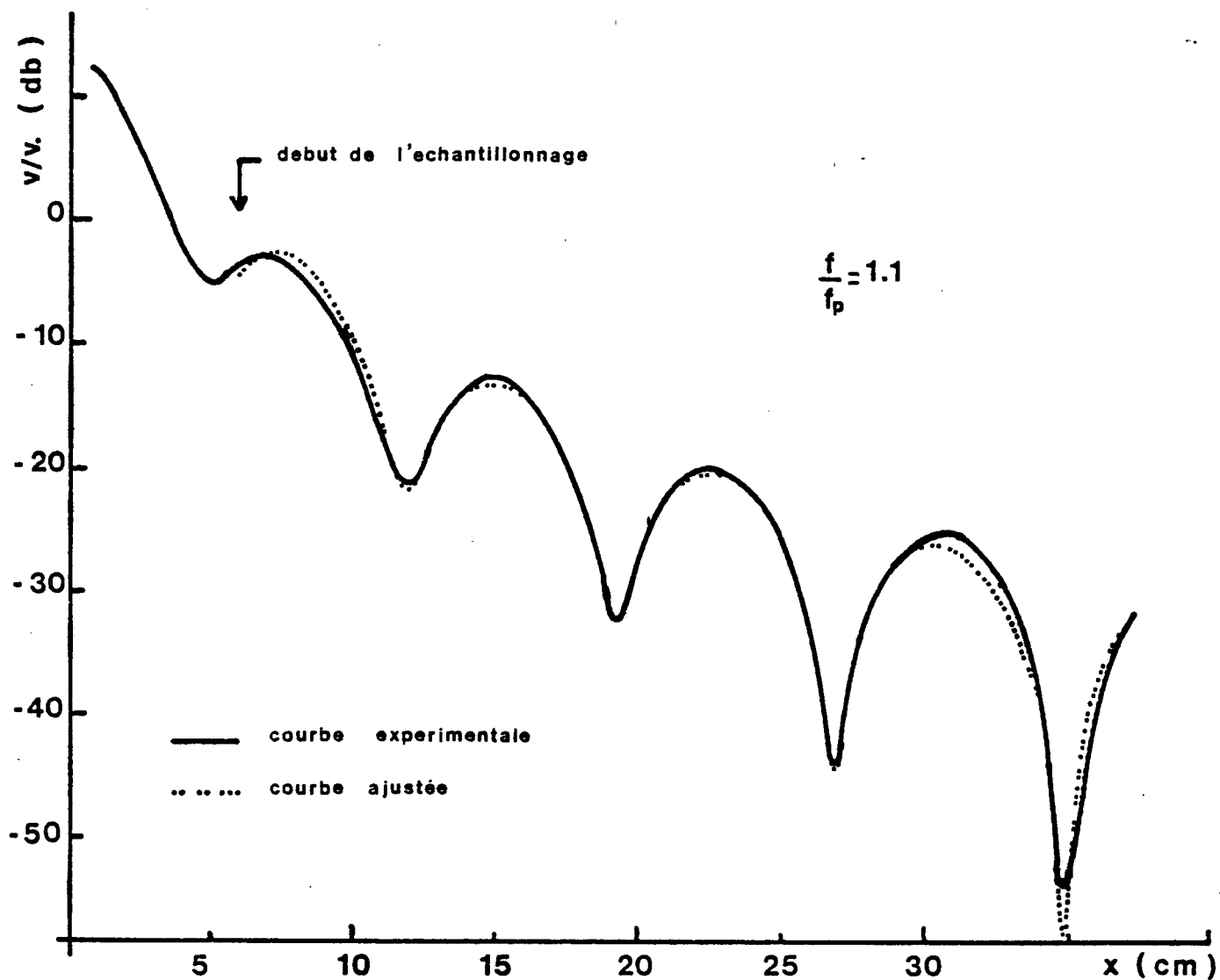
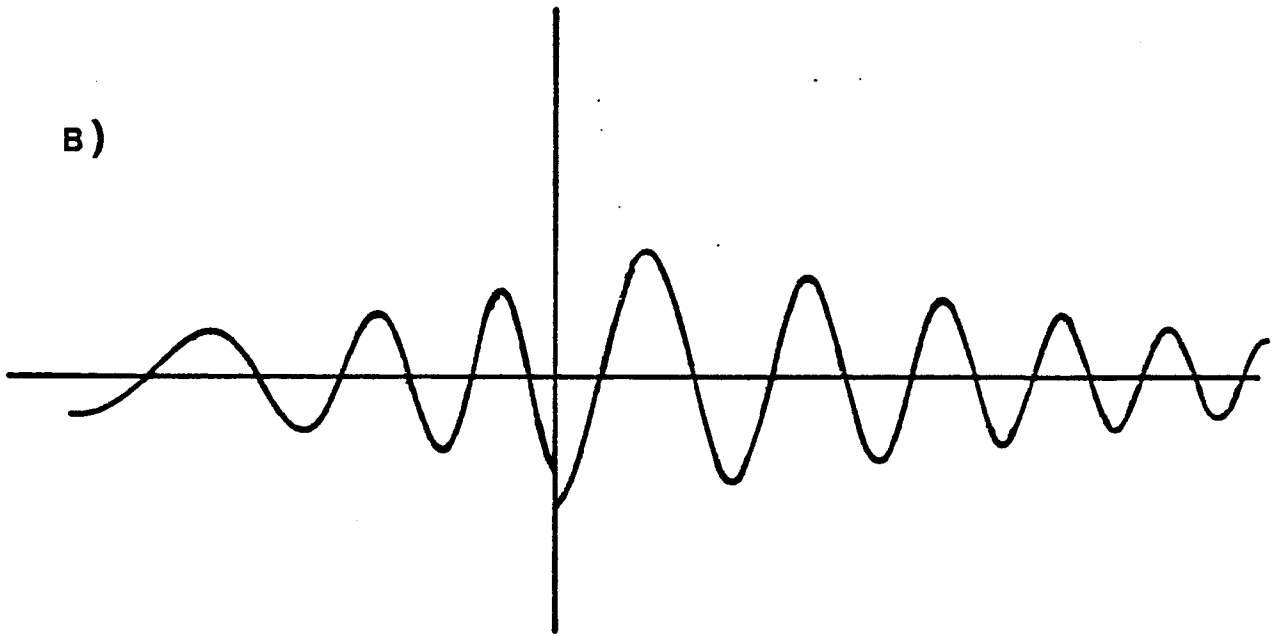
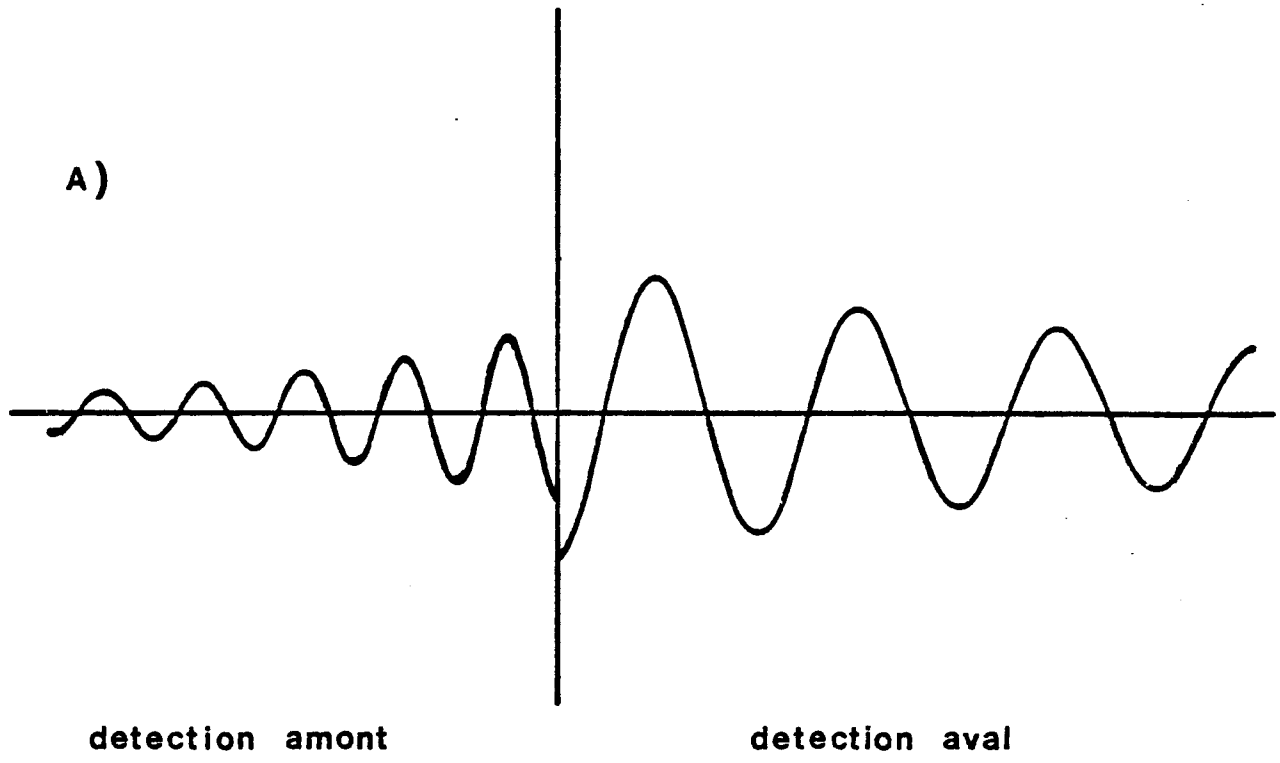


Figure 4



Figures 5 A et B

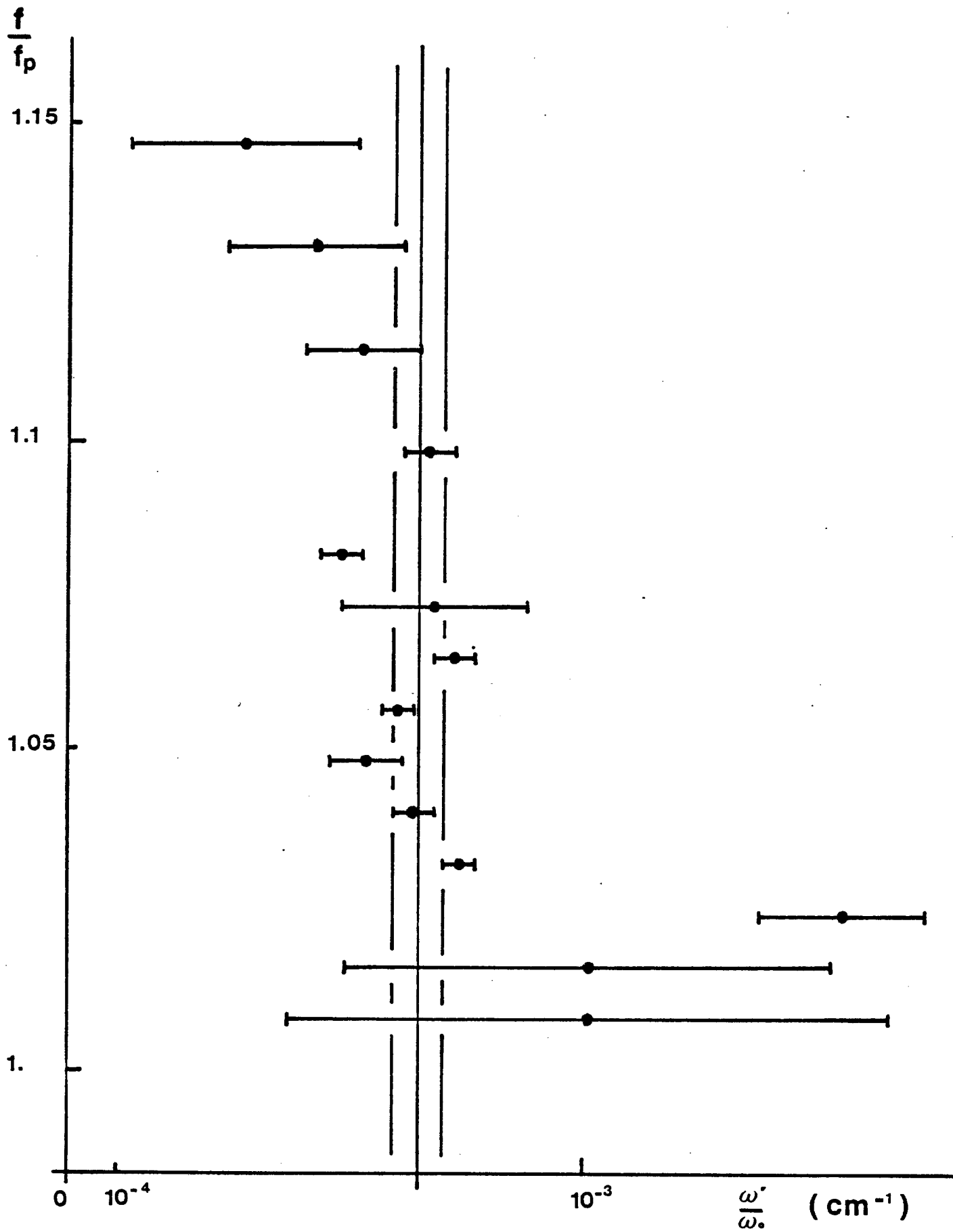


Figure 6



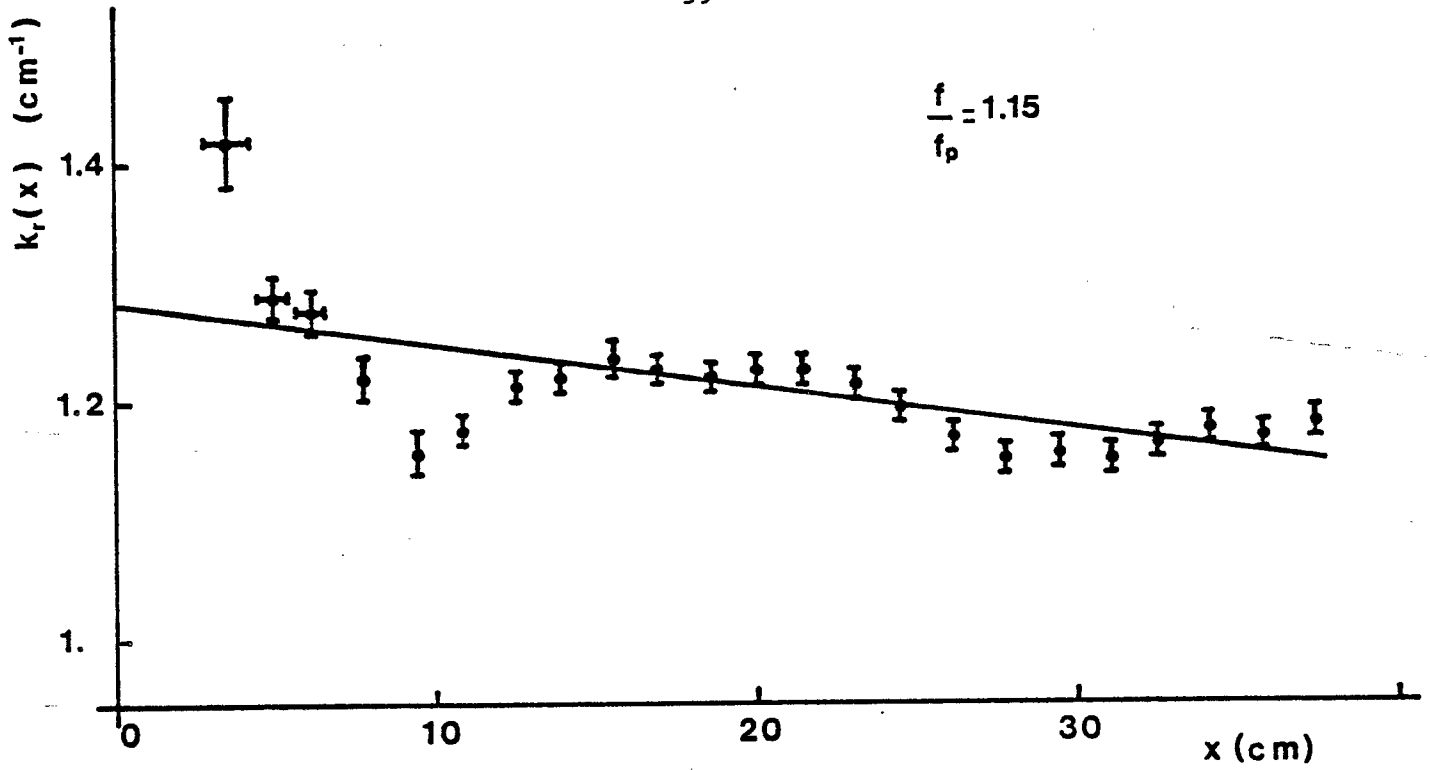


Figure 7

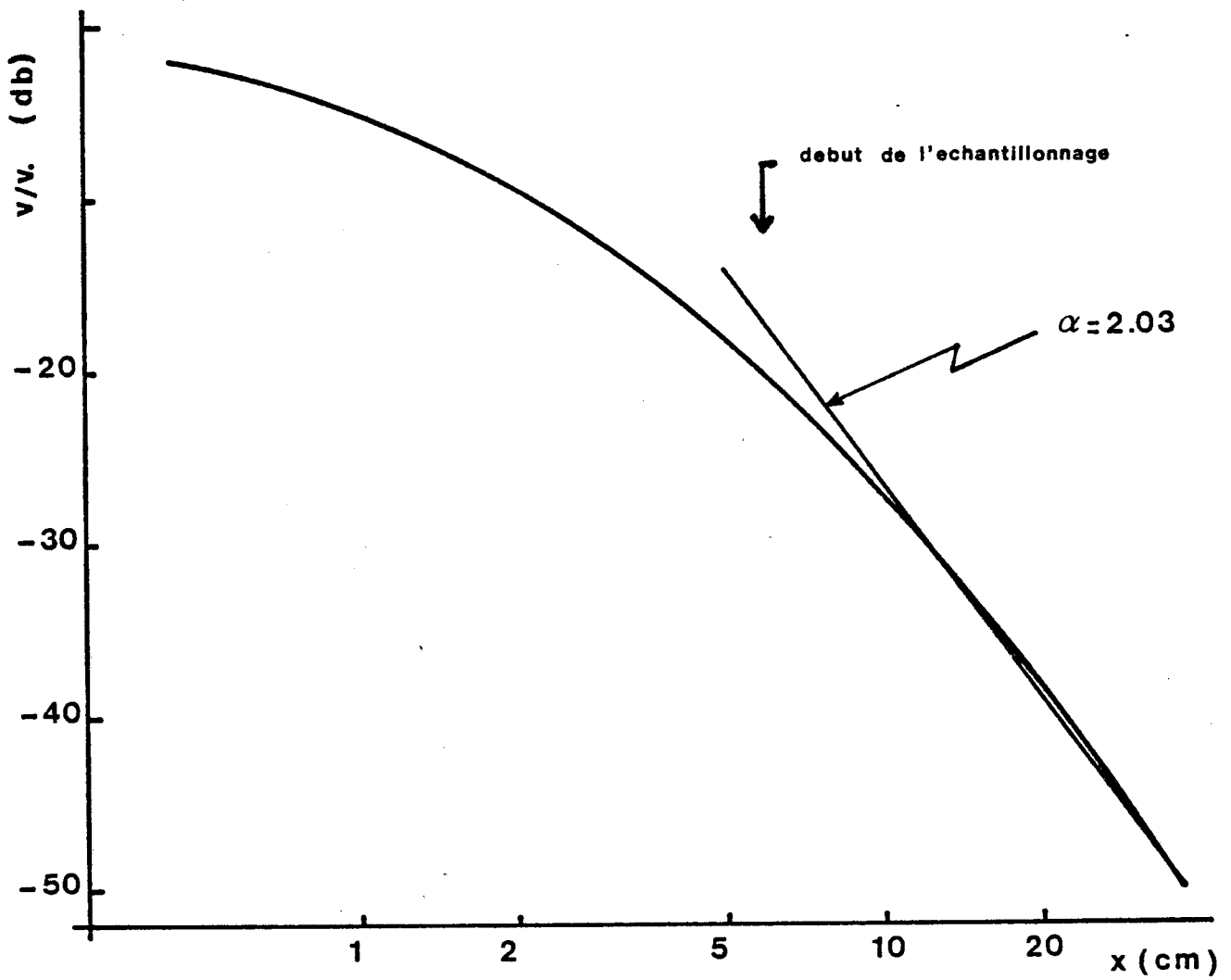


Figure 8

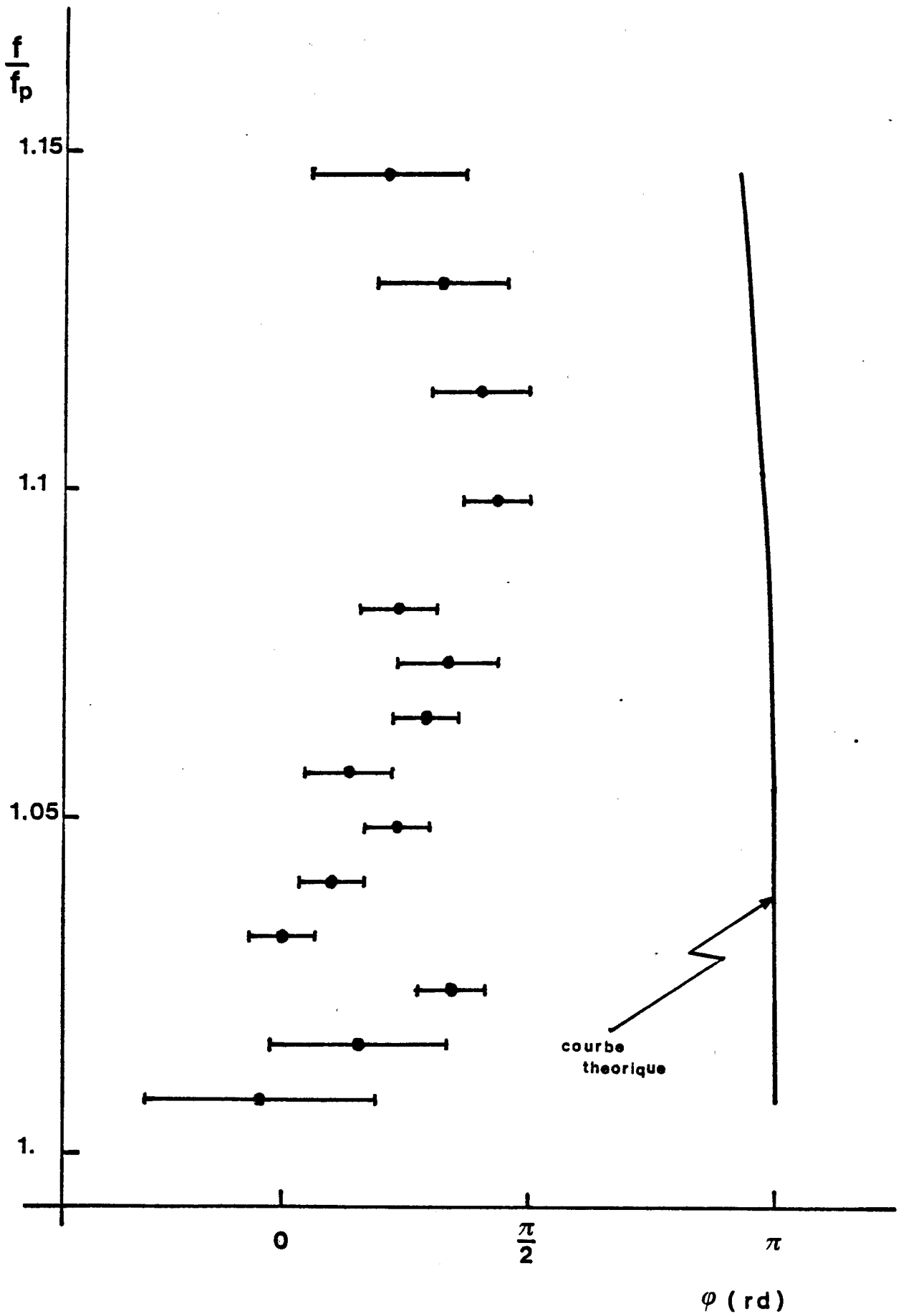


Figure 9

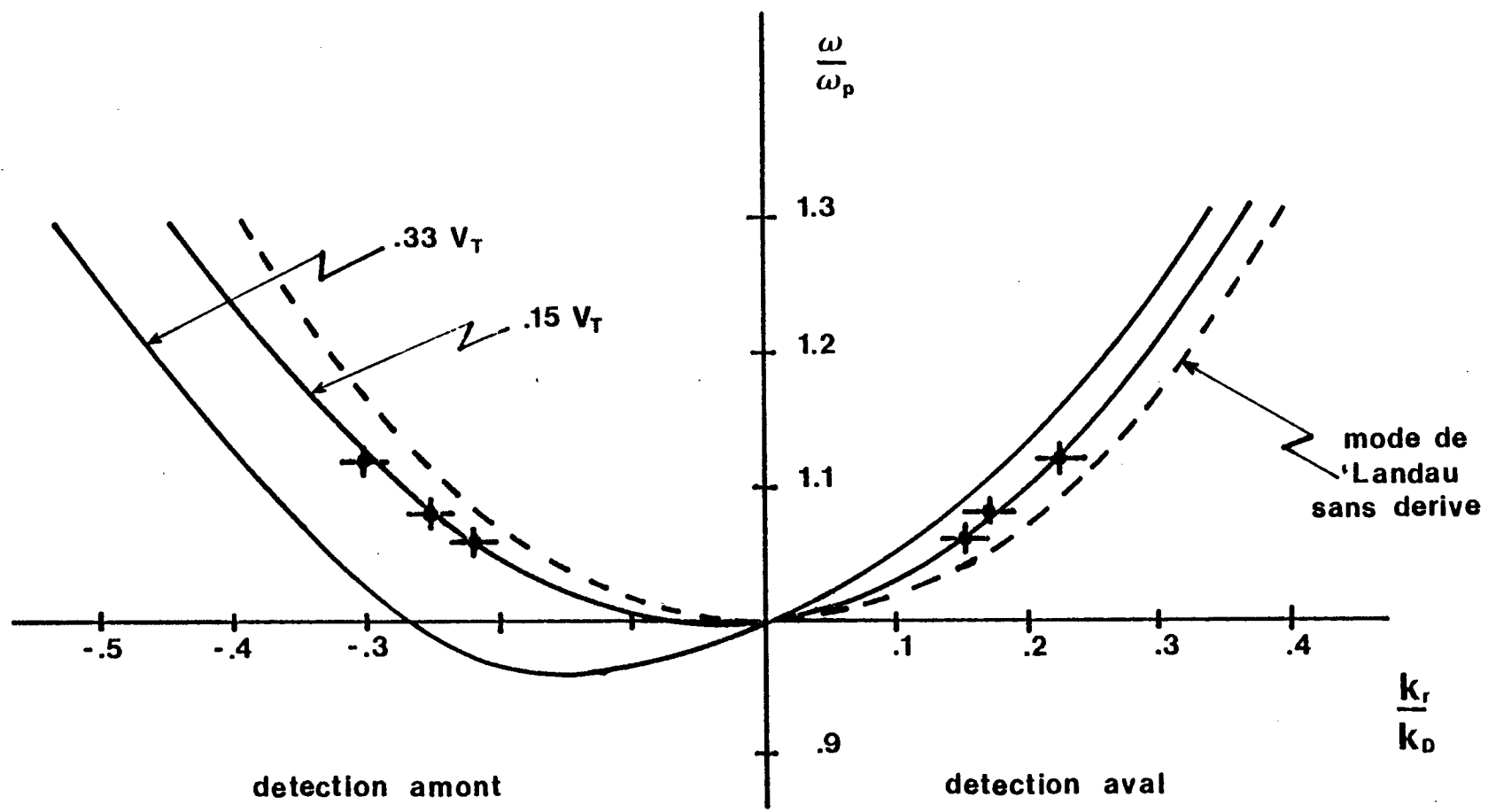


Figure 10

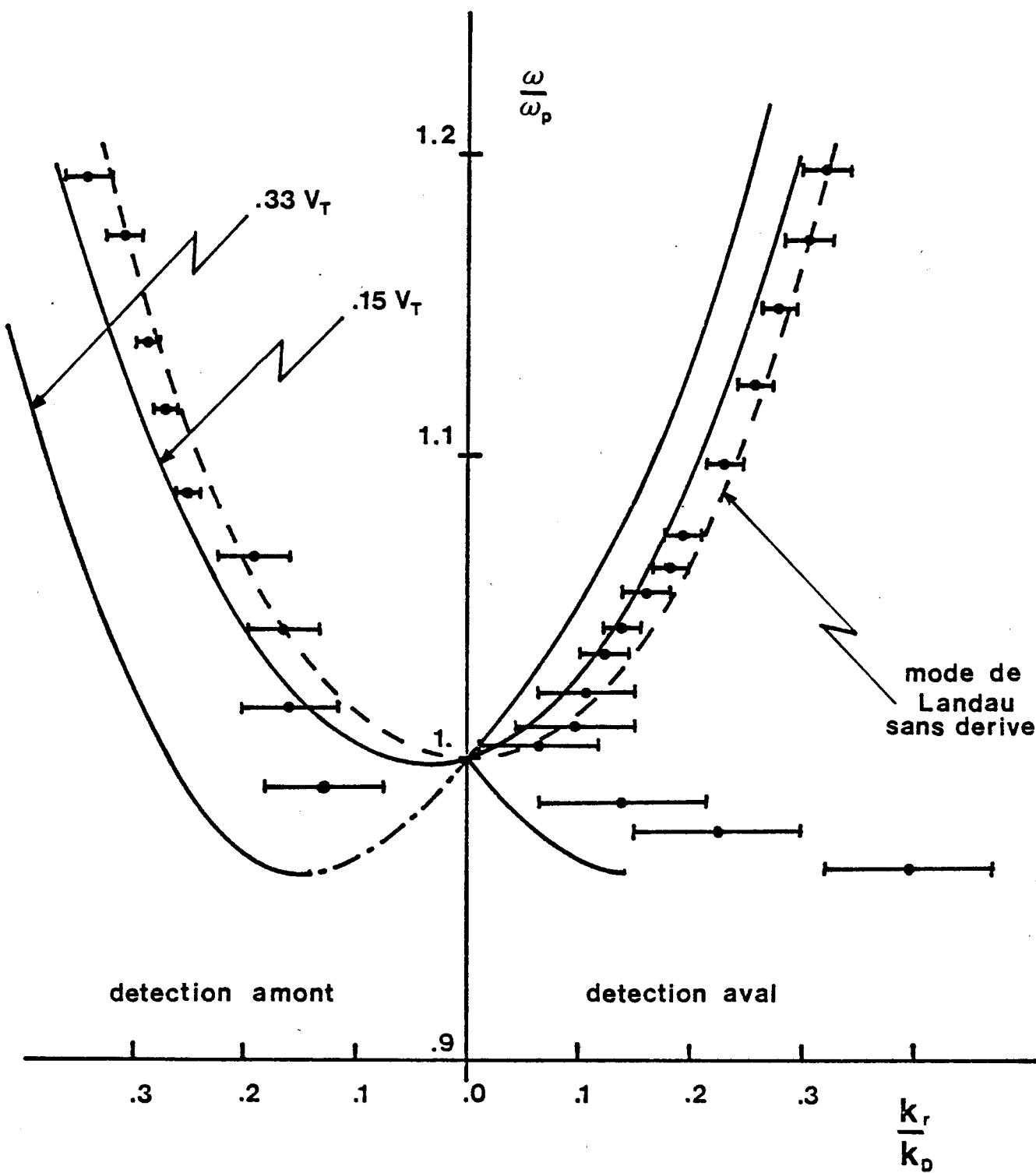


Figure 11

D) CONCLUSION GENERALE

Dans de nombreuses expériences de diagnostic de plasmas spatiaux intervient un effet de dérive du milieu par rapport aux sondes. Le présent travail a montré que l'étude du comportement des O.E.L. était un moyen de mesure sensible de la vitesse de dérive.

L'utilisation du modèle analytico-numérique "Multiple Water Bag" a permis (en supposant le plasma chaud, homogène, non-collisionnel et Maxwellien) de tracer pour différentes vitesses de dérive les diagrammes de dispersion des O.E.L. excitées par une grille plane infinie.

Cette étude théorique a fait apparaître deux nouveaux problèmes dus à la discrétisation :

- le premier se traduit par des branches de dispersion qui ne sont plus monotones pour des vitesses de dérive supérieures à la vitesse thermique et introduisent des pôles dont la contribution au champ doit être déterminée en considérant l'influence de la relation de causalité sur les coefficients d'excitation de ces pôles qui, sinon, pourraient être interprétés comme des pôles de modèle conduisant à des divergences du champ.

- le deuxième problème, toujours lié à l'allure des branches de dispersion est dû à la possibilité d'existence, pour une dérive et une fréquence données, d'un pôle double nécessitant un traitement particulier de son coefficient d'excitation (en rapport avec un problème de convergence en partie principale).

Les diagrammes de dispersion expérimentaux obtenus sont en bon accord avec les diagrammes théoriques : dissymétrie dans les propagations aval et amont, et en particulier, mise en évidence de la propagation d'un mode rétrograde aval pour des fréquences légèrement inférieures à la fréquence plasma. L'exploitation des diagrammes de dispersion expérimentaux donne une vitesse de dérive de l'ordre de 0,1 fois la vitesse thermique des électrons, en accord avec les valeurs attendues. Une amélioration des techniques expérimentales (minimisation du gradient de densité en particulier) devrait permettre d'affiner ce résultat.

Toutefois il apparaît certaines limitations car, les méthodes de détection utilisées étant sensibles, il devient nécessaire de prendre en compte, indépendamment de la dérive, des effets dus entre autre à l'inhomogénéité, aux non-linéarités et au caractère non-Maxwellien de la fonction de distribution des vitesses. En particulier le désaccord obtenu sur les caractéristiques du mode rétrograde pourrait être dû à la présence d'une population électronique monocinétique ayant une vitesse égale à la vitesse de dérive. Une étude théorique en cours devrait confirmer cette hypothèse.

La mise en évidence du mode rétrograde est très intéressante car elle fournit une nouvelle signature particulière du champ, ce qui nous permet de franchir une étape supplémentaire dans la résolution pragmatique du problème inverse.

Sous réserve des restrictions énoncées ci-dessus (que nous serons en mesure de lever prochainement), nous avons maintenant un moyen fiable de diagnostic de la vitesse de dérive, ce qui nous permet d'aborder l'étude des effets de sillage dans des conditions favorables. Parallèlement, nous disposons également d'un programme général de calcul numérique du champ, avec lequel nous allons pouvoir poursuivre la recherche de nouvelles signatures attachées à des distributions stables et non-Maxwelliennes des vitesses.

**CRPE**  
*Centre de Recherches  
en Physique de l'Environnement  
terrestre et planétaire*

*Avenue de la Recherche scientifique  
45045 ORLEANS CEDEX*

**Département PCE**  
*Physique et Chimie  
de l'Environnement*

*Avenue de la Recherche scientifique  
45045 ORLEANS CEDEX*

**Département ETE**  
*Etudes par Télédétection  
de l'Environnement*

*CNET - 38-40 rue du général Leclerc  
92131 ISSY-LES-MOULINEAUX*