



HAL
open science

Les ondes de gravité de moyenne échelle dans la thermosphère : étude expérimentale et théorie de leur propagation et de leur production par le jet stream de la tropopause

D. Vidal-Madjar

► To cite this version:

D. Vidal-Madjar. Les ondes de gravité de moyenne échelle dans la thermosphère : étude expérimentale et théorie de leur propagation et de leur production par le jet stream de la tropopause. [Rapport de recherche] Note technique CRPE n° 62, Centre de recherches en physique de l'environnement terrestre et planétaire (CRPE). 1978, 127 p. hal-02191386

HAL Id: hal-02191386

<https://hal-lara.archives-ouvertes.fr/hal-02191386v1>

Submitted on 23 Jul 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

RP 182 (25)
CENTRE NATIONAL D'ETUDES
DES TELECOMMUNICATIONS

CENTRE NATIONAL DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

CENTRE DE
RECHERCHES
EN PHYSIQUE DE
L'ENVIRONNEMENT
TERRESTRE
ET PLANETAIRE

CRPE

NOTE TECHNIQUE
CRPE / 62

*les ondes de gravité de moyenne échelle
dans la thermosphère :
étude expérimentale et théorie
de leur propagation et de leur production
par le jet stream de la tropopause*

par
D. VIDAL-MADJAR



CRPE/ETE

92131 ISSY LES MOULINEAUX

18 DEC 1978

CENTRE DE RECHERCHE EN PHYSIQUE DE
L'ENVIRONNEMENT TERRESTRE ET PLANETAIRE

NOTE TECHNIQUE CRPE/62

LES ONDES DE GRAVITE DE MOYENNE ECHELLE
DANS LA THERMOSPHERE :
ETUDE EXPERIMENTALE
ET THEORIE DE LEUR PROPAGATION ET DE LEUR PRODUCTION
PAR LE JET STREAM DE LA TROPOPAUSE

par

D. VIDAL-MADJAR

C R P E / E T E

92131 - ISSY les MOULINEAUX

P/ le Directeur du CRPE
le Directeur Adjoint


M. PETIT

L'Ingénieur en chef chargé
du département ETE


I. REVAH

octobre 1978

REMERCIEMENTS

Je remercie les membres du jury qui ont bien voulu consacrer une partie de leur temps à commenter et juger ce travail.

Je tiens également à exprimer mon amitié à tous les techniciens et ingénieurs des groupes techniques du C.R.P.E. avec lesquels j'ai travaillé depuis mon arrivée au laboratoire. Ma reconnaissance va également à Maryse Le Floch qui a soigneusement réalisé les figures.

Je remercie enfin tous les membres passés et présents, techniciens et chercheurs du groupe travaillant autour de l'exploitation du Sondeur Ionosphérique à Diffusion Incohérente. En particulier, je remercie tous les co-auteurs des articles qui forment le corps de ce travail. Parmi eux, ma reconnaissance va particulièrement à François Bertin et Jacques Testud qui m'ont accueilli dans leur groupe et m'ont aidé tant par leurs idées que par leur travail.

INTRODUCTION

La source primaire de l'énergie reçue par la thermosphère de moyenne latitude est le rayonnement solaire électromagnétique (lumière) ou corpusculaire (vent solaire). La classification en termes de sources d'énergie se fait sur les divers processus de conversion. On peut distinguer deux familles : la conversion se fait in situ (absorption du rayonnement par des réactions photochimiques) ou bien se fait à l'extérieur et parvient à la thermosphère de moyenne latitude à l'aide de différents vecteurs (ondes de marées, de gravité, mouvements convectifs de l'atmosphère), l'énergie se dissipe alors par viscosité, conduction thermique ou freinage ionique. La conversion in situ est, de loin, la plus importante.

Entre 100 et 130 km, l'énergie provient de l'absorption des rayonnements ultra-violets. Néanmoins une partie non négligeable est amenée dans cette région par les ondes de marées (Evans, 1976). En ce qui concerne ce processus, la conversion se fait par l'intermédiaire de la vapeur d'eau de la troposphère ou de la couche d'ozone de la stratosphère. On montre que celles-ci engendrent des ondes de marées dont certaines peuvent atteindre la basse thermosphère. Les ondes sont dissipées à ces altitudes par viscosité. On a pu évaluer le flux d'énergie vertical associé (Salah et al 1975) : $10^{-4} \text{ J/m}^2/\text{s}$.

Au-dessus de 130 km, les marées venant de la mésosphère se propagent peu. L'essentiel de l'apport d'énergie est constitué par la conversion in situ du rayonnement électromagnétique. A partir des mesures des paramètres atmosphériques (température, vents), on peut remonter au dépôt d'énergie total (Alcaydé et al, 1977). Il est de $7 \times 10^{-9} \text{ J/m}^3/\text{s}$ entre 120 et 200 km et de $10^{-9} \text{ J/m}^3/\text{s}$ entre 250 et 300 km. Dans ces chiffres sont incluses des sources extérieures considérées comme peu importantes :

Le chauffage par friction de l'atmosphère neutre sur les ions (Alcaydé, 1976) qui représente environ 4 % de l'énergie totale ; le dépôt dans les zones aurorales du rayonnement corpusculaire. Le flux d'énergie associé à ce dernier peut atteindre $0.1 \text{ J/m}^2/\text{s}$ dans la basse

thermosphère aurorale (Banks, 1977). Les processus de transport des zones aurorales aux moyennes latitudes et surtout leur efficacité sont encore peu connus. Parmi eux, on peut citer les ondes de gravité de grande échelle (Testud, 1970 ; Richmond et al, 1975) et les collisions ions-neutres (Straus et al, 1976). Testud (1970) donne une valeur du flux d'énergie associé à une onde de grande échelle : $0.3 \times 10^{-4} \text{ J/m}^2/\text{s}$ à 200 km d'altitude.

Le travail présenté ici traite d'un autre vecteur de l'énergie : les ondes de gravité de moyenne échelle. Il s'agit d'ondes atmosphériques dont les longueurs d'onde horizontales sont de l'ordre de quelques dizaines de km à quelques centaines de km et dont les périodes sont comprises entre une dizaine de minutes et une heure. La détection de ces ondes est extrêmement fréquente dans l'atmosphère en général et dans la thermosphère en particulier. Jusqu'à ces dernières années, leur origine et surtout leur énergie moyenne étaient mal connues. La série d'articles que nous allons discuter porte sur la théorie de leur propagation et de leur dissipation (Ar_3 , Ar_4 , Ar_5) et enfin sur un mécanisme possible de production (Ar_6).

Dans une première partie, on montre que les ondes de gravité de moyenne échelle sont souvent détectées. On discute les différentes méthodes de mesure en comparant leurs avantages et inconvénients respectifs. En particulier, on compare les quantités d'information disponibles. Dans une deuxième partie, on s'intéresse à la théorie de la propagation de ce type d'ondes dans la thermosphère. On discute les différents modèles et on donne les caractéristiques essentielles, que nous avons obtenues, de la propagation dans une thermosphère réaliste ainsi que de l'interaction non linéaire de l'onde avec l'atmosphère moyenne. Enfin, on présente un mécanisme de production de ces ondes fondé sur une théorie d'interaction non linéaire entre deux instabilités pouvant exister dans le Jet Stream de la tropopause.

Détection des ondes de gravité de moyenne échelle dans la thermosphère

De nombreuses techniques permettent de détecter des fluctuations de courtes périodes des paramètres atmosphériques. Ces périodes vont de quelques secondes à une heure. Les mesures peuvent être divisées en deux catégories. La première est l'ensemble des expériences qui ne donnent accès qu'au spectre de puissance des fluctuations. La seconde concerne celles qui permettent de distinguer un paquet d'ondes et d'en donner un certain nombre de caractéristiques.

I - MESURES DU SPECTRE DES FLUCTUATIONS

Pour atteindre les fluctuations de courtes périodes d'un paramètre de la thermosphère, il est nécessaire de disposer d'un instrument capable d'enregistrer ce paramètre pendant un temps suffisant et surtout avec une cadence d'acquisition relativement élevée. Si on exclut les mesures in situ faites par satellite, les techniques utilisées sont radioélectriques. Elles utilisent soit la réflexion des ondes, soit la mesure de leur polarisation après propagation dans l'ionosphère, ou encore la diffusion incohérente.

I - a - Mesures utilisant la rotation Faraday

Il s'agit dans ce cas mesurer la polarisation d'un signal balise. Celui-ci, émis dans une polarisation connue par un satellite est reçu au sol dans les deux polarisations. Les changements de polarisation sont dus à la rotation Faraday produite par l'ionosphère. On montre que celle-ci est proportionnelle au contenu électronique intégré le long du trajet satellite-station. Ce sont les fluctuations du contenu électronique total qui ont été étudiées (Nagpal et al, 1974).

Nous verrons dans la deuxième partie que ce genre de mesures peut être extrêmement productif.

I - b - Diffusion incohérente, raie de plasma

C'est la technique que nous avons utilisée. La théorie de la mesure est décrite dans l'article Ar₁. Les traits originaux de la mesure de la raie de plasma à l'aide du Sondeur à Diffusion Incohérente Français sont les suivants.

Le sondeur fonctionne en onde entretenue (fréquence d'émission 935 MHz) et a une structure bistatique. Le volume diffusant est défini comme l'intersection du lobe de l'antenne d'émission (située à St Santin dans le Cantal) et de celui de l'antenne de réception (située à Nançay dans le Cher). L'altitude est donc constante et connue avec précision.

Nous avons appliqué la théorie de l'excitation de la raie de plasma par les particules suprathermiques (Salpeter, 1960 ; Salpeter, 1961 ; Perkins et al, 1965) à l'expérience Française. En utilisant un modèle réaliste de flux de photoélectrons (Lejeune, 1973), nous avons montré que la largeur maximale de la raie, en supposant que la densité électronique est constante dans le volume diffusant (largeur "intrinsèque" de la raie), est de 2 kHz. Dans ces conditions le spectre reçu à Nançay est essentiellement dû au gradient de densité électronique convolué par la forme du lobe :

$$S_M(f) = \frac{P}{\sqrt{\pi} L} \exp \left[- \left(\frac{f-f_0}{L} \right)^2 \right]$$

- 1 -

P, puissance totale de la raie, est une fonction du flux intégré de photoélectrons (Ar₁, (11)).

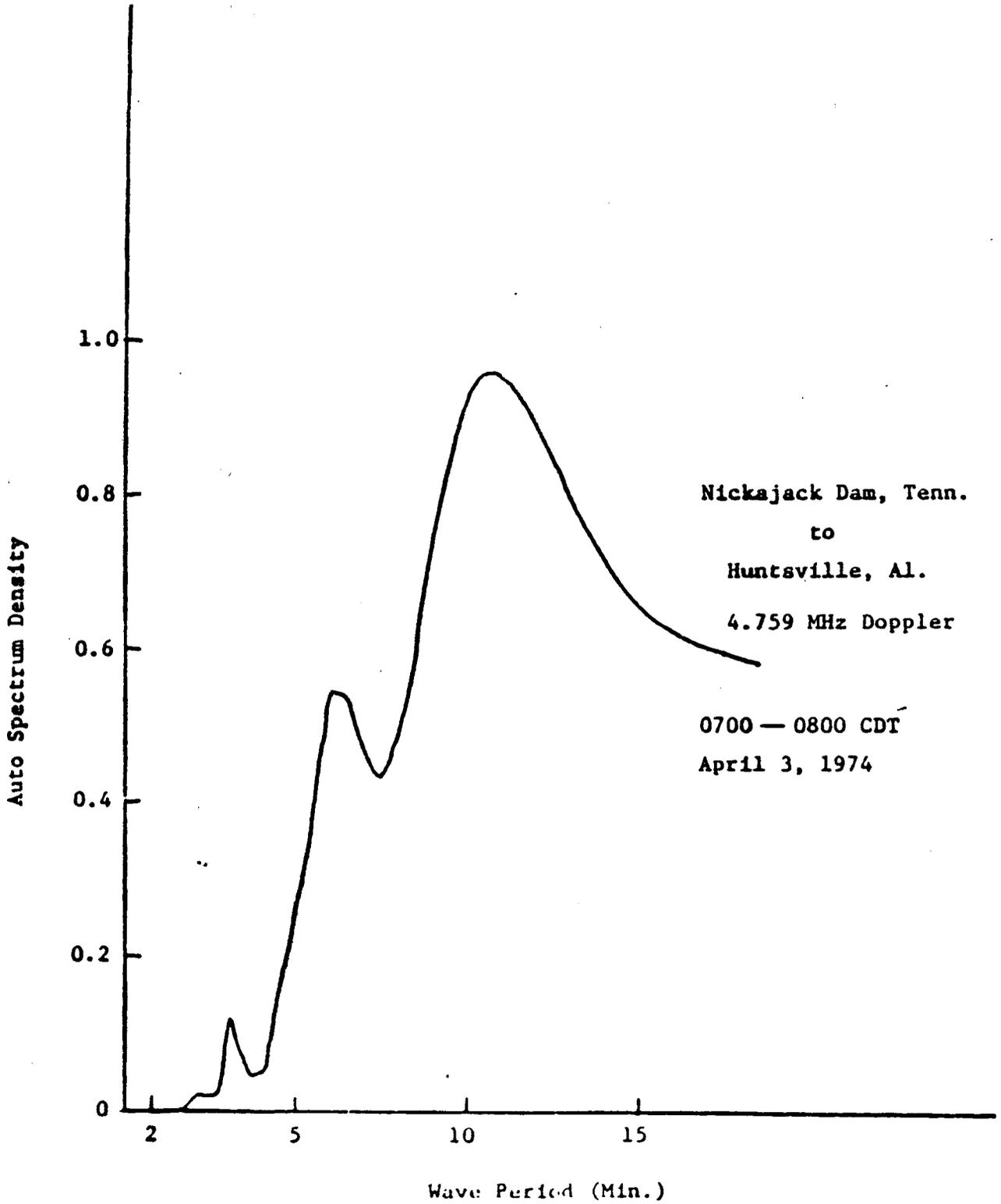


figure 1

f_0 est , avec une bonne approximation (Ar 3, (2)), la fréquence de plasma au centre du volume diffusant. L , largeur du spectre, est le produit du gradient de fréquence de plasma supposé constant dans le volume diffusant par l'écart quadratique moyen du volume diffusant.

Dans le cas général, le spectre a donc une forme Gaussienne et, par ajustement non linéaire, on calcule P , L et f_0 . Compte tenu du récepteur (20 filtres jointifs de 25 kHz), f_0 est mesurée avec une précision meilleure que 10 kHz. On obtient un spectre toutes les 35 à 45 s suivant le cas.

Quand le gradient de densité varie dans le volume diffusant, en particulier quand le maximum de densité est à l'intérieur du volume diffusant la formule (I-1) n'est plus valable. On obtient alors des spectres dissymétriques (Ar 1, fig 3). On peut espérer avec une expérience bien menée, déduire de la dissymétrie du spectre le flux absolu de photo-électrons responsable de l'élargissement intrinsèque de la raie (Ar 1, (6)).

La première partie de Ar 3 est consacrée à l'analyse des fluctuations de courtes périodes du paramètre f_0 , donc de la densité électronique à altitude fixe.

I - C - Résultats expérimentaux.

Utilisant les expériences que nous venons de décrire, la plupart des auteurs cités, et nous mêmes, avons calculé le spectre de puissance des fluctuations du paramètre mesuré. En dessous de 200 km, les techniques disponibles sont celles utilisant des réflexions qui donnent accès aux vitesses des couches. Les spectres obtenus ont tous une forme comparable au spectre représenté sur la figure 1 (d'après Hung et al 1975). On peut distinguer un palier aux basses fréquences, un maximum marqué entre 15 et 10 min suivi d'une chute brutale aux hautes fréquences.

Souvent les spectres présentent des maxima secondaires pour des périodes inférieures à 10 min. Le propos de ce travail n'est pas de les décrire, il s'agit en fait d'ondes dites "acoustiques" (Hines, 1960).

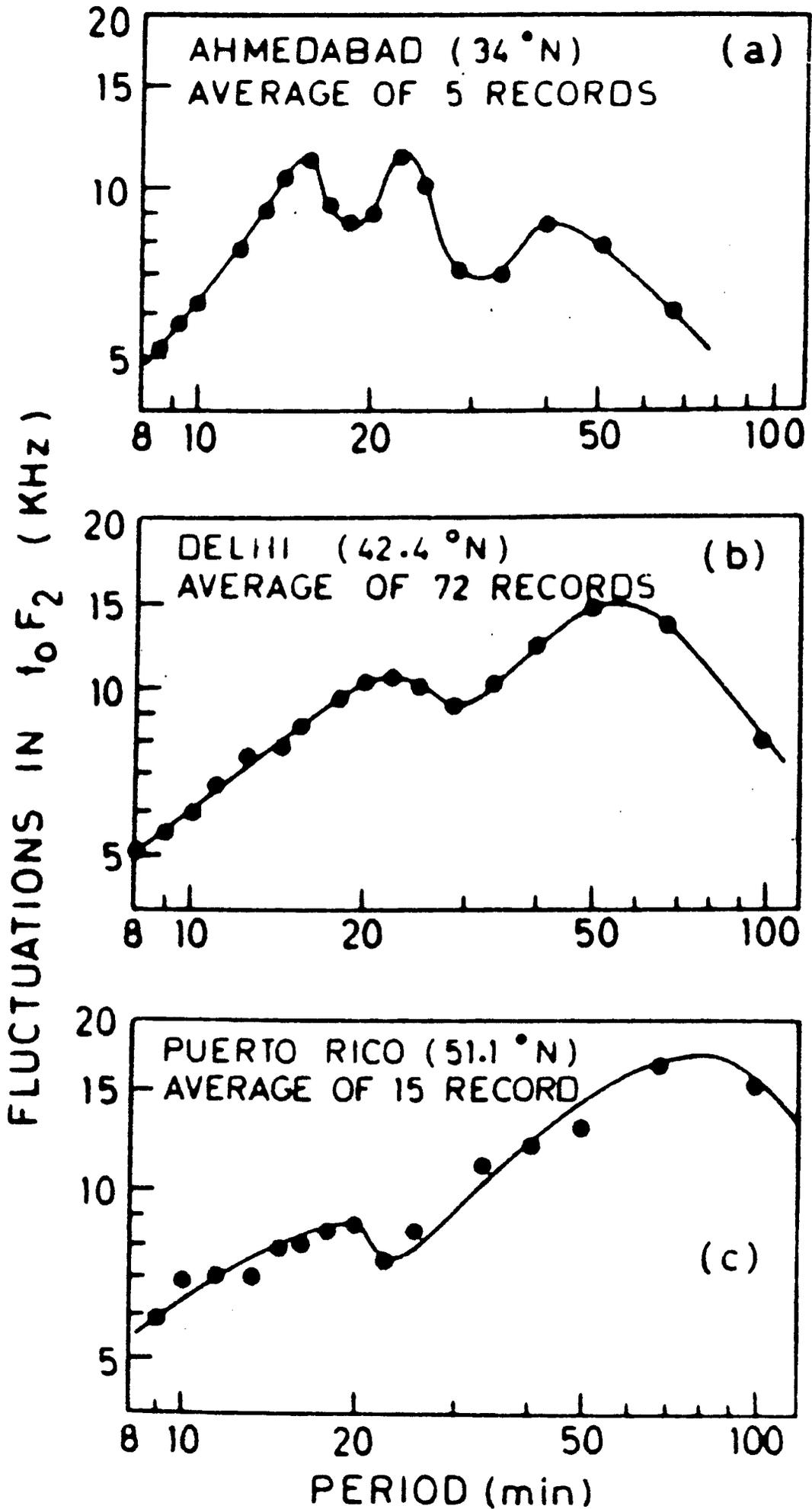


Figure 2

Au-dessus de 200 km et pour l'effet Faraday, il s'agit des fluctuations de densité électronique. Les spectres ont l'allure de ceux de la figure 2 (d'après Nagpal et al, 1974). Ils présentent aussi une décroissance de la puissance pour les périodes plus petites ou égales à 10 min environ. On observe également des oscillations de la puissance pour les périodes comprises entre 15 et 50 min. Ces oscillations sont très variables et dépendent beaucoup de la position géographique du lieu de l'expérience. Pour ce qui concerne les spectres que nous avons obtenus à l'aide de la raie de plasma (Ar 3, fig 1, 2, 3), on retrouve la décroissance de la puissance aux hautes fréquences. En raison de la grande amplitude des fluctuations de basses fréquences (périodes supérieures à 2 h) de la densité électronique à altitude fixe, il nous a été impossible (cf Ar 3, par II) d'obtenir des spectres significatifs aux périodes plus grandes que 20 min.

Il est admis que les fluctuations mesurées sont dues à l'existence permanent d'un continuum d'ondes de gravité se propageant dans la thermosphère. Dans la deuxième partie, nous précisons à l'aide de notre modèle de propagation la nature des caractéristiques des spectres mesurés.

II - MESURES D'ONDES DE GRAVITE INDIVIDUELLES

Plusieurs techniques, souvent dérivées des précédentes, permettent d'isoler un paquet d'ondes quasi monochromatique et d'en mesurer soit ses caractéristiques horizontales, soit ses caractéristiques verticales voire même les deux (Ar 2).

II - a Techniques permettant l'accès aux caractéristiques horizontales

Il existe au moins deux moyens de connaître les caractéristiques horizontales d'un phénomène : disposer de 3 points de mesures sur la sphère terrestre ou se déplacer à une vitesse supérieure à celle de l'évolution du phénomène. Les satellites artificiels permettent

d'utiliser cette dernière. De nombreux auteurs (Newton et al, 1969 ; Knutson et al 1976 ; Spencer et al 1976) ont interprété les fluctuations harmoniques d'un paramètre mesuré par un satellite en terme d'ondes de gravité. On peut en déduire la longueur d'onde horizontale dans la direction du satellite, parfois l'amplitude de l'onde mais jamais la direction de propagation et la période. Toutefois, le très grand nombre de paramètres atmosphériques mesuré sur des satellites "Atmosphéric Explorer" permettront peut-être d'accéder aux grandeurs indispensables (vecteur d'onde horizontal et période) par application des relations de polarisation (Gross, communication privée, 1977).

La première des techniques citées se révèle beaucoup plus fructueuse. Il s'agit des méthodes de triangulation horizontales. On utilise soit les liaisons radioélectriques, soit l'effet Faraday. Le principe est simple, on mesure les fluctuations du paramètre atmosphérique en 3 points disposés en triangle. De la connaissance des déphasages entre les stations, on peut calculer le vecteur d'onde horizontal. Elles ont essentiellement servi à étudier les ondes acoustiques. De la mesure de la période et du vecteur d'onde, il est facile de remonter à la source, le rayon de ce type d'ondes est en effet peu affecté par l'atmosphère moyenne. Les auteurs (Hung et al 1975) ont mis en évidence une corrélation entre des phénomènes météorologiques (orages, tornades) et l'onde acoustique mesurée. Pour leur part, Bertin et al (1974, 1978) ont utilisé la mesure de l'effet Faraday en 3 stations pour étudier les ondes de gravité de moyenne échelle. La théorie de la mesure (Bertel et al, 1976) montre que la fluctuation observée est essentiellement produite au niveau du maximum de la couche F.

L'altitude de la mesure est donc connue. Les auteurs ont ainsi, au mois de juillet 1974, obtenu pour un grand nombre d'ondes de moyenne échelle le vecteur d'onde et la période. A l'aide d'un modèle de propagation WKB (Volland, 1969 b) et d'un modèle d'atmosphère le plus réaliste possible (en particulier en ce qui concerne les vents, paramètres prépondérants comme on le verra dans la deuxième partie), ils ont effectué un tracé de rayon inverse. Un grand nombre des ondes détectées avaient pour origine la région du Jet Stream de la tropopause. Par un calcul d'inversion, il est également possible de calculer l'amplitude des fluctuations de l'atmosphère neutre dans la région F (Ar_4).

Il existe au moins une autre expérience de triangulation horizontale. Il s'agit de la mesure des fluctuations de l'intensité du rayonnement d'un composant de l'atmosphère (OH par exemple). Cette technique a déjà été utilisée dans la mésosphère (Hines, 1968 ; Krassovsky et al, 1974) et a donné des résultats très semblables à ceux de Bertin et al. Ce moyen d'étude ne permet malheureusement pas, pour l'instant, de connaître l'amplitude des mouvements de l'atmosphère associés.

II - b Techniques donnant les caractéristiques verticales

Pour mesurer le comportement en fonction de l'altitude d'un phénomène harmonique, il faut disposer d'un instrument capable de mesurer simultanément le même paramètre à au moins 3 altitudes différentes.

Une méthode souvent employée consiste à lâcher des aérosols dans la thermosphère (nuage de Baryum par exemple). L'observation à partir du sol de leurs déformations permet d'atteindre les mouvements de l'atmosphère (Kochanski, 1964 ; Kochanski, 1973 ; Ackerman et al, 1971 ; Rieger, 1974 ; Teitelbaum et al, 1976). Dans certains cas, on peut interpréter ces mouvements en terme d'ondes de gravité. Le résultat le plus intéressant de ces mesures est la mise en évidence de très

grandes vitesses verticales instantanées (de l'ordre de 20 m/s). Nous verrons dans la deuxième partie que l'on peut interpréter ces vitesses comme la signature d'ondes de gravité de moyenne échelle (Ar 5). L'inconvénient principal de ces mesures est de donner une photographie quasi instantanée des mouvements, elles ne permettent donc pas, en général, la détermination de la période de l'onde.

On peut également utiliser les radars à réflexion partielle (Manson et al, 1976). Les expérimentateurs ont ainsi mis en évidence des ondes de périodes comprises entre 20 et 120 min dans la basse thermosphère. Dans certains cas, ils ont calculé la longueur d'onde verticale de l'oscillation.

L'instrument que nous avons utilisé est le Sondeur à Diffusion Incohérente de St Santin dans sa version à 3 stations de réception. Cette méthode a été pour la première fois mise en oeuvre par Beltin et al (1975) et a servi à la vérification de la théorie de la mesure des ondes de gravité à l'aide des polarimètres.

A l'aide de 3 faisceaux de réception, on mesure les paramètres classiques à 3 altitudes fixes. Dans la région F, il s'agit des températures électronique et ionique, d'une projection de la vitesse ionique et de la densité électronique. Dans Ar_4 , on montre qu'avec une bonne approximation la comparaison des vitesses ioniques mesurées à Mende et Monpazier (Bauer et al, 1974) permet l'obtention de l'amplitude des ondes et d'une longueur d'onde verticale moyenne.

Mais cette technique prend tout son sens aux environs de 120 km. En effet, les paramètres mesurés sont relatifs à l'atmosphère neutre : température et composantes particulières de la vitesse. On a développé une théorie de la mesure (Ar 2) qui permet de calculer le vecteur d'onde horizontale d'une onde ainsi que son amplitude. La méthode utilise la théorie classique de la propagation (Hines, 1960)

que nous avons modifiée pour tenir compte des gradients de température et de vent (Annexe B) ; elle permet, en principe, de passer des caractéristiques verticales aux caractéristiques horizontales. Dans Ar₂, nous l'avons appliquée à un cas réel.

Cette technique de mesure est certainement la plus puissante à l'heure actuelle, pour la mesure des ondes de moyenne échelle dans la basse thermosphère.

III - CONCLUSION

On vient de montrer que la détection d'ondes de courtes périodes est extrêmement fréquente dans toute l'étendue de la thermosphère. Leur existence a été mise en évidence par l'emploi d'un grand nombre de techniques différentes. Nous avons apporté notre contribution à ces mesures par l'analyse des fluctuations de la densité électronique dans la région F (utilisation de la raie de plasma du spectre de incohérente) et surtout en développant une procédure originale de mesures des ondes de gravité dans la basse thermosphère (utilisation de la structure multistatique de Sondeur à diffusion incohérente français).

Nous allons maintenant aborder la théorie de la propagation de ces ondes. Une première partie est consacrée à la théorie de la propagation dans une atmosphère réaliste non dissipative (en pratique, valable en dessous de 120 km). On résume ensuite les travaux antérieurs concernant la propagation des ondes dans une atmosphère réaliste dissipative (au-dessus de 120 km) et on donne les principaux résultats que nous avons obtenus en particulier en ce qui concerne l'interprétation de la forme du spectre des fluctuations et des statistiques concernant la fréquence d'apparition des ondes en fonction de l'heure de la journée. La troisième partie traite des interactions non linéaires de l'onde avec l'atmosphère moyenne et en particulier des transferts d'énergie dûs à la dissipation.

Théorie de la propagation des ondes de moyenne
échelle dans l'atmosphère

Etant donné le très grand nombre d'expériences mettant en cause les ondes de gravité, un nombre presque aussi grand de travaux théoriques ont été publiés. Dans cette partie, nous donnons les résultats concernant la propagation dans l'atmosphère des ondes de gravité de moyenne échelle. A l'aide d'un modèle réaliste, on précise la nature des caractéristiques spectrales observées. On montre enfin, de façon théorique, que l'interaction entre la thermosphère et ces ondes est loin d'être négligeable surtout entre 150 et 200 km d'altitude.

I - PROPAGATION DES ONDES DE MOYENNE ECHELLE

L'étude théorique de la propagation des ondes dans la haute atmosphère a, depuis Hines (1960), fait de grands progrès.

Notre contribution consiste en un modèle de propagation dans une atmosphère dissipative, ou non, dont on trouvera la description dans les annexes A, B et C. Son originalité réside dans le fait qu'il utilise pour la description de l'atmosphère moyenne des modèles provenant de mesures (Alcaydé, 1976 ; Amayenc, 1977). Il se distingue également d'un autre modèle semblable par le fait que, beaucoup plus simple, il est d'une utilisation facile et peu onéreuse. La discussion des résultats du modèle est faite dans Ar₃ et dans une partie de Ar₅. Dans ce qui suit, on discute l'influence de l'atmosphère sur la propagation des ondes à la lumière des travaux précédents et de notre modèle. On montre en particulier comment nous pouvons interpréter les résultats expérimentaux décrits dans la première partie et que l'on a discutés dans Ar₃ et Ar₅.

I - a Propagation dans une atmosphère non dissipative

La propagation des ondes de gravité dans une atmosphère non dissipative est bien connue . Les calculs conduisant aux équations de propagation et à l'équation de dispersion sont exposés dans l'Annexe B. On discutera ici de deux points : influence du vent moyen et du gradient de température.

La prise en compte du gradient de température modifie la pulsation de Brunt-Vaïssalä (ω_b) :

$$\omega_b^2 = \frac{g(\gamma-1)}{\gamma H_0} + g \frac{d}{dz} \text{Log } T_0. \quad - 2 -$$

Or si la pulsation de l'onde ω se rapproche ω_b , il se produit une réflexion de celle-ci (Hines, 1960). Dans ces conditions une onde qui entre, au cours de sa propagation, dans une région où le gradient de température est négatif, peut fort bien être réfléchi. C'est ce qui se passe dans la mésosphère. Le vent, si on néglige son gradient vertical, intervient par l'intermédiaire de la pulsation Doppler :

qui remplace ω dans les équations (Annexe A, equ 9). Dans ces conditions, on peut avoir $\omega' = \omega_b$ et l'onde est réfléchi. On peut avoir également $\omega' = 0$ et les équations linéaires de la propagation ne sont plus applicables. On peut montrer (Bretherton, 1969 ; Jones et al, 1971) que quand une onde de gravité traverse une région où ω' est nul (niveau critique), elle cède toute son énergie au flot moyen sous la forme d'une accélération du vent (transfert de moment). On verra dans la suite que le transfert est non négligeable même si ω' n'est pas infiniment voisin de 0.

Si maintenant on tient compte du gradient vertical du vent, nous avons montré (Annexe B, equ 2 et Ar_3) que l'on change la polarisation de l'onde. Ce changement peut-être important au passage dans une région à fort gradient. C'est pourquoi, dans Ar_2 , nous avons été obligés de tenir compte des gradients verticaux du vent dans la théorie de la mesure et dans l'équation de dispersion (Annexe B).

L'atmosphère peut-être considérée comme non dissipative jusqu'à 120 km d'altitude, du moins en ce qui concerne les ondes de gravité de moyenne échelle. Si la vitesse de phase des ondes (ω/k_H) est supérieure à 250 m/s, elles sont réfléchies dans la région de gradient de température négatif de la mésosphère (Francis, 1973). Dans tous les autres cas, nous avons montré à l'aide de notre modèle (Annexe A, B, C) que les vents et le profil de température sont tels que nos ondes peuvent se propager sans difficulté en dessous de 120 km. Le seul processus efficace pour les arrêter est la saturation convective provenant de l'amplification en $e^{z/2 H_0}$ (Weinstock, 1976). Cette remarque est importante car elle montre que, si les ondes détectées dans la thermosphère proviennent de la troposphère, l'amplitude de la perturbation de vitesse associée ne peut excéder quelques centimètres par seconde à la source. Ceci viendra à l'appui de notre mécanisme de production (Ar_6).

I - b Propagation dans une atmosphère dissipative

Il s'agit de l'atmosphère au-dessus de 120 km. Dans la thermosphère, l'onde est soumise à la dissipation moléculaire : conduction thermique, viscosité, freinage ionique.

Il existe une abondante littérature sur le sujet. Certains auteurs ont fait une étude locale de l'influence du vent et des pertes moléculaire. En ce qui concerne ces dernières, les

différentes étapes sont les suivantes. Pitteway et al (1963) montrent que la viscosité et la conduction thermique ont des actions comparables. Volland (1967) donne l'équation de dispersion des ondes en présence de conduction thermique et montre que, en plus des ondes de gravité classiques, il existe des ondes de conduction thermique dont il discute les propriétés. Volland (1969 a) calcule la forme générale de l'équation de dispersion en tenant compte de toutes les dissipations mais pas du vent. Il montre (Volland, 1969 b) que dans une atmosphère où l'on ne prend en compte que la conduction thermique une approximation WKB des équations est souvent suffisante. Liu et al (1969) étudient le freinage ionique dans une région F isotherme et sans vent. Ils trouvent que celui-ci est important et anisotrope. Yeh et al (1975) font une étude comparée des divers facteurs d'atténuations d'une onde de gravité de moyenne échelle sans vent. Ils retrouvent le résultat de Pitteway et al (1963) et montrent que le freinage ionique dépend de la direction de propagation et de l'inclinaison du champ magnétique. Ils montrent également que les ondes de périodes comprises entre la période de Brunt-Waissälä et 60 min se propagent mieux que les autres. Un calcul local de l'influence du vent est donné par Cowling et al (1971) qui font un calcul des trajectoires de groupe des ondes en présence d'un vent constant dans une thermosphère sans dissipation. Enfin, Bertel et al (1976) présente un calcul WKB de propagation sans freinage ionique et avec vent constant. Ils montrent l'existence d'une fenêtre spectrale privilégiée.

D'autres auteurs, ont fait une résolution des équations de l'hydrodynamique linéarisées par des méthodes qui s'apparentent à celle décrite dans l'annexe C. Hines et al (1967) ont étudié ainsi l'influence d'un profil de vents réaliste dans une atmosphère non dissipative sur la propagation des ondes. Midgley et al (1966) présentent le premier calcul "pleine onde" (cf annexe C) dans une

atmosphère avec viscosité et conduction thermique mais sans freinage ionique ni vent. Le calcul le plus élaboré à ce jour a été fait par Klostermeyer (1972). Mais en voulant ne rien négliger, il a obtenu un programme extrêmement lourd et d'un maniement probablement difficile qui interdit une étude systématique comme celle faite dans Ar₃.

Cet article est consacré à l'explication théorique des caractéristiques expérimentales des fluctuations de courtes périodes. Les résultats du modèle sont présentés sous la forme suivante. On fait l'hypothèse d'une source unique émettant un bruit blanc d'ondes de gravité de périodes comprises entre 10 et 30 min. On a alors un azimuth de propagation constant et on fait varier, pour une longueur d'onde horizontale donnée, la période. On obtient, pour une altitude donnée, l'amplitude des fluctuations d'un paramètre atmosphérique quelconque (ici la projection de la vitesse neutre sur le champ magnétique qui, si on néglige la diffusion est la vitesse des ions) à vecteur d'onde horizontal constant et pour des périodes comprises entre 10 et 30 min. L'hypothèse du bruit blanc est traduite par un flux d'énergie constant à la base de l'atmosphère dissipative, soit 120 km.

En raison de la dissipation, les ondes de longueurs d'onde plus petites qu'environ 100 km ne peuvent se propager. Celles dont la vitesse de phase est plus grande que 350 m/s sont évanescentes dans toute la thermosphère et sont probablement réfléchies en dessous de 120 km (Francis, 1973).

La thermosphère se comporte comme un filtre vis à vis des ondes de gravité de moyenne échelle. Dans le cas sans vent et sans freinage ionique, l'effet de filtrage est isotrope. Les ondes de période plus grande que 30 min se propagent mal ainsi que celles de

période plus petite que 8 min. A 150 km d'altitude, celles dont les périodes sont comprises entre 9 et 20 min. sont également amorties avec néanmoins un minimum d'amortissement marqué entre 10 et 12 min. A 250 km, la fenêtre est nettement plus étroite, le minimum d'amortissement étant entre 10 et 15 min.

Quand on tient compte du vent, l'introduction de la fréquence Doppler ω' déplace l'onde par rapport à la fenêtre du minimum d'amortissement. L'effet de filtrage devient anisotrope (Ar₃, fig 6).

Si on introduit le freinage ionique, on favorise la propagation du nord vers le sud. Si le vent est nul, les propagations dans le plan est-ouest ou du sud vers le nord sont quasiment atténuées de la même façon au-dessus de St Santin. Ceci dépend fortement de l'inclinaison du champ magnétique comme l'ont montré Yeh et al (1975). Le profil de température a une influence primordiale (en particulier en produisant la forme du spectre de la fig 1). Mais comme la température change peu avec les saisons (Alcaydé, 1976), celui-ci n'introduit aucune variation importante de l'effet de filtrage. Il n'en n'est pas de même du vent qui tourne en cours de journée et qui est différent en été et en hiver (Amayenc, 1975). On a pu montrer (Ar₃, fig 8) qu'il est le principal responsable des changements du filtre atmosphérique.

I - c Application aux mesures

Les spectres obtenus au-dessous de 200 km et qui ont l'allure de celui de la figure (1) sont directement interprétables en terme de filtrage atmosphérique. On y retrouve en effet toutes les caractéristiques du spectre théorique de la figure (Ar 3, 6). La conclusion que l'on doit tirer est que cette forme de spectre n'est pas caractéristique du spectre d'émission. Il est donc pour le moins hardi de vouloir discuter des propriétés spectrales de la source à partir de caractéristiques dûes à la propagation.

Nous avons signalé également qu'une étude statistique des ondes de périodes inférieures à 20 min détectées par Bertin et al (1978) à l'aide d'un réseau de polarimètres faisait apparaître un effet jour nuit. Il s'agit du déplacement du spectre vers les hautes fréquences la nuit. Ce déplacement est dû au changement du profil de vent moyen comme le montre la fig (Ar₃, 8).

Pour interpréter les fluctuations de densité électronique, il faut relier celle-ci à l'onde. Comme les ondes de gravité sont observées essentiellement par l'intermédiaire du milieu ionisé, les théories sur l'interaction ne manquent pas. Hooke (1968) a présenté la première théorie complète en tenant compte également des effets chimiques. Il montre, en particulier, que l'effet de diffusion de l'ionisation est négligeable aux alentours du maximum de la région F (Hooke, 1970). Clark et al (1971) font une résolution numérique de l'équation de continuité de l'ionisation avec pour terme source une onde de gravité de moyenne échelle. Ils montrent que si on néglige la diffusion, on peut, dans certain cas, commettre une erreur de phase. Leurs résultats, en ce qui concerne les modules, sont très semblables à ceux que nous obtenons en utilisant la formule simple de Hooke (1970). Testud et al (1971) à l'aide d'un modèle analogue montrent que l'effet de la diffusion est loin d'être négligeable pour les ondes de grande échelle ($\lambda_H \gg 500$ km) surtout au-dessus de 250 km. Whitehead (1971) fait un calcul académique en introduisant un champ électrique et il montre que l'on a une possibilité de niveau critique dû à ce champ. Il applique son calcul à l'explication des E sporadiques.

En appliquant la formule de Hooke (1970), nous avons montré que les oscillations des spectres (fig 2) sont dues à des effets de projection le long du champ magnétique et que la diminution de la puissance dans les hautes fréquences est due à l'atténuation des ondes au voisinage de la fréquence de Brunt-Vaïssälä.

Malheureusement, contrairement à ce que pensent certains auteurs (Gupta et al, 1973 ; Tolstoy et al, 1971) la localisation de cette atténuation en fréquence ne donne pas accès à la fréquence de Brunt-Vaïssälä locale. En effet, c'est essentiellement le profil de vent qui détermine sa position.

II - INTERACTION NON LINEAIRE DE L'ONDE AVEC L'ATMOSPHERE

L'expérience de Bertin et al (1978) a permis, non seulement de préciser la source des ondes détectées, mais également d'étudier leur amplitude. Dans Ar₄, on montre que la moyenne de l'amplitude de la vitesse verticale des ondes à 225 km est de 3,3 m/s. L'application à chaque onde de notre modèle de propagation donne comme amplitude moyenne à 120 km 2,8 m/s. Le flux d'énergie vertical moyen, obtenu à l'aide d'une formule simple (Annexe C, 9-1), est égal à $1.1 \times 10^{-4} \text{ J/m}^2/\text{s}$ à 120 km et présente la particularité d'être constant pour des vitesses de phase comprises entre 100 et 160 m/s. Le flux représente près de 10 % du flux solaire moyen. Il s'agit donc d'un apport d'énergie qui, localement peut modifier l'équilibre thermodynamique. Ar 5 présente une étude numérique du transfert d'énergie entre une onde de moyenne échelle et l'atmosphère moyenne.

Les études précédentes ont porté essentiellement sur l'interaction d'une onde et du vent moyen à un niveau critique, $\omega' = 0$ (Bretherton, 1969 ; Booker et al, 1967 ; Jones et al, 1971). Tous ces auteurs montrent que l'onde cède toute son énergie à un tel niveau et provoque un cisaillement de vent important. Le transfert d'énergie dans une atmosphère dissipative a également été étudié (Hines, 1965 ; Testud, 1970 ; Klostermeyer, 1973) soit à partir de mesures effectives d'atténuation soit numériquement. Hines (1972) discute, lui, de la redistribution de la température et de la quantité de mouvement due à la propagation.

En ce qui nous concerne nous avons effectué un calcul dérivé des théories sur la turbulence. On a développé une quantité M quelconque en trois parties.

$$M = M_0(z) + M_1(x, y, z, t) + M_2(z, t)$$

$M_0(z)$ est l'état initial de l'atmosphère supposée stratifiée horizontalement.

$M_1(x, y, z, t)$ est l'onde de moyenne échelle donnée par notre modèle.

$M_2(z, t)$ est la modification due au passage de l'onde du paramètre M en fonction du temps. On fait l'hypothèse que M_2 est petit devant M_0 .

Les équations générales de l'hydrodynamique sont réécrites en fonction de M_0 , M_1 , M_2 et moyennées dans le temps et dans le plan horizontal. On obtient ainsi (Ar₅, 1ère partie) des équations dont les inconnues sont les quantités $M_2(Z, t)$.

Si on fait l'hypothèse que la densité varie peu et qu'il n'y a presque pas de modification de la vitesse verticale, on peut calculer la température induite $T_2(z, t)$ et la vitesse horizontale induite $V_{x2}(z, t)$ et $V_{y2}(z, t)$ à l'aide de 3 équations de diffusion simples.

Les résultats importants sont les suivants. Si on étudie la variation de l'entropie de la thermosphère, on constate que l'essentiel de l'énergie de l'onde est déposée entre 120 et 200 km. Le dépôt d'énergie augmente l'énergie interne de l'atmosphère moyenne au rythme de $5 \times 10^{-10} \text{ J/m}^3/\text{s}$ (pour un flux d'énergie vertical à 120 km de $10^{-4} \text{ J/m}^2/\text{s}$). Ce chiffre représente environ 10 % du dépôt efficace dû au rayonnement solaire (Alcaydé et al 1977).

Le calcul numérique montre que l'interaction est fortement anisotrope (pour les mêmes raisons que pour la propagation de l'onde). Il montre également que les termes de redistribution de l'énergie (termes de Reynolds, d'advection et de transformation réversible de travail en pression et vice versa) sont plus importants que les termes provenant directement de la viscosité et du freinage ionique.

L'onde a une tendance générale à réchauffer la basse thermosphère et à refroidir la thermosphère moyenne (les fluctuations sont toujours inférieures à 1 % de T_0 au bout de 3 périodes). L'effet le plus intéressant est celui de vitesse horizontale induite. Elle est en moyenne de 15 m/s au bout de 3 périodes dans la direction de propagation de l'onde. Elle peut atteindre des valeurs bien plus considérables quand le vent moyen et le freinage ionique agissent dans le même sens. Pour éviter une interprétation erronée de ces chiffres, insistons sur le fait qu'en définitif, après le passage de l'onde, toute la thermosphère sera réchauffée. En effet, un modèle plus complexe, tenant compte du couplage des équations, montrerait certainement la dissipation du vent induit par viscosité, freinage ionique, et conduction thermique.

Ces quelques chiffres montrent que l'interaction entre l'onde et la basse thermosphère est loin d'être négligeable. Si les ondes de gravité de moyenne échelle ont probablement peu d'influence sur le comportement global de la haute atmosphère, l'étude présentée montre que localement elles sont capables, en raison de leur énergie, de modifier profondément l'équilibre thermodynamique. Elles peuvent en particulier, expliquer à la fois les fortes fluctuations instantanées des paramètres atmosphériques effectivement mesurés et les variations jour à jour des caractéristiques des marées dans la région F_1 (Salah et al, 1975 ; Kochanski, 1973).

A l'aide des modèles numériques que nous avons développés et en nous appuyant sur l'expérience de Bertin et al, nous avons montré que les ondes de gravité de moyenne échelle jouent un rôle très important dans l'équilibre local de la basse thermosphère. L'expérience de Bertin et al (1978) ainsi que celles de Hines (1968) et Krassovsky et al (1977) montrent que leur source probable est la région du Jet Stream de la tropopause. Une question reste encore posée : comment s'effectue la production de ces ondes. C'est un sujet controversé, nous proposons le principe d'un mécanisme (Ar_6) que nous allons maintenant discuter.

Production des ondes de gravité de moyenne échelle

Nous venons de voir, par application de la théorie de la propagation des ondes de gravité dans une thermosphère dissipative, que les ondes observées dans la haute atmosphère ne pouvaient qu'avoir une vitesse de phase horizontale supérieure à 100 m/s environ. Cette prévision théorique est confirmée par les mesures de Bertin et al (1978) dont les résultats sont résumés dans la figure 1 de Ar6.

L'idée selon laquelle une grande partie des ondes de gravité de moyenne échelle provient de la troposphère est maintenant admise par tous. Les sources possibles sont actuellement identifiées. Il s'agit de régions dans lesquelles la situation météorologique est particulièrement agitée : cyclones, tornades, système frontal, forte dépression, Jet Stream.

Le Jet Stream est une source d'ondes de gravité souvent mentionnée (Hines, 1968, Herron et al, 1969 ; Hooke et al, 1975 ; Reed et al, 1972 ; Krassowski et al, 1977 ; Bertin et al, 1978). Il n'est donc pas surprenant que quelques auteurs aient tenté de trouver un mécanisme de production.

On peut diviser les mécanismes proposés en deux sous-ensembles. L'un relève que la région du Jet Stream est le siège de fortes turbulences. On montre (Tolstoy et al, 1975 ; Stein, 1967) que si l'on se donne un champ de turbulence on peut lui associer un spectre d'ondes de gravité. La nature de ce spectre dépend du modèle de turbulence utilisé. L'inconvénient majeur de cette théorie est qu'elle ne peut s'appliquer aux ondes mesurées par Bertin et al. En effet, la vitesse de phase de ces ondes n'excède pas la vitesse moyenne des mouvements turbulents soit une cinquantaine de m/s pour le Jet Stream.

La deuxième théorie est née de la constatation que le fort écoulement du vent qui caractérise le Jet Stream favorise l'apparition d'oscillations de fortes amplitudes. C'est pourquoi, on a cherché à montrer (Mastrantonio et al , 1976) que l'on pouvait superposer au Jet Stream une onde de gravité instable capable d'extraire de l'énergie à l'écoulement et de la transporter vers le haut.

Pour ce faire, on applique la théorie dite de la "Stabilité linéaire" développée pour la première fois par Drazin (1958) et reprise par de nombreux auteurs (on donne dans la dernière partie de l'annexe C le principe du calcul). Mastrantonio et al (1976) ont montré qu'en effet, il pouvait exister dans le Jet Stream des instabilités se propageant, mais cette découverte n'est pas satisfaisante sur deux points. La vitesse de phase de ces ondes ne peut dépasser la vitesse maximale du Jet et leur direction de propagation est celle du vent. Ceci s'explique par le fait que l'énergie de l'onde provient de l'écoulement et est extraite de celui-ci à la hauteur d'un niveau critique (phénomène inverse de celui que nous avons signalé dans (2ème partie, II) où l'onde cède son énergie au flot moyen). Le deuxième point est que, en général il ne peut exister que un ou deux modes qui eux ne se propagent pas . Le troisième mode n'existe que pour des Jet Streams particulièrement irréalistes, extrêmement étroits et violents.

Le principe d'émission que nous proposons s'appuie sur l'existence, démontrée par Mastrantonio et al, de deux modes instables. Reprenant les calculs de recherches de modes, nous avons montré que l'interaction non linéaire entre deux ondes appartenant chacune à un mode différent pouvait fort bien donner naissance à une onde de gravité de moyenne échelle (Ar 6). Pour obtenir les amplitudes effectivement mesurées dans la thermosphère (3m/s à 250 km), nous avons montré qu'il suffisait d'envisager l'interaction d'une onde primaire de forte amplitude (5m/s), compatible avec les mesures faites in situ, et d'une

autre onde d'amplitude beaucoup plus faible.

La théorie que nous proposons est donc tout à fait réaliste. Elle peut s'appliquer également à l'émission d'ondes dont la vitesse de phase est de l'ordre de la vitesse du vent. Dans ces conditions, un seul mode instable est nécessaire, c'est ce qui se présente dans le cas d'un jet très large et peu puissant. Il est donc probable que le Jet Stream émet de façon continue des ondes de gravité de faible vitesse de phase capables de se propager dans la stratosphère, voire même dans la mésosphère comme le montrent les mesures de Hines (1965) par exemple.

CONCLUSION

Les phénomènes harmoniques ayant une période comprise entre 10 min et une heure sont extrêmement fréquents dans la thermosphère. Dans la première partie, nous avons passé en revue les différentes méthodes expérimentales utilisées pour les étudier. Nous avons montré que si on les interprétait comme la signature d'ondes de gravité de moyenne échelle (longueur d'onde horizontale comprise entre 100 et 300 km), on pouvait expliquer la plupart de leurs caractéristiques spectrales par des considérations de propagation.

Utilisant les résultats d'une expérience (Bertin et al, 1978) extrêmement fructueuses, nous avons pu atteindre l'importance énergétique d'une famille d'ondes de moyenne échelle. Nous avons montré que l'apport d'énergie dû à ce mode de transport entre 150 et 200 km d'altitude est de l'ordre du dixième du dépôt d'énergie nécessaire pour expliquer l'équilibre thermodynamique de cette région. Par un calcul quasi linéaire d'interaction entre l'onde et l'atmosphère moyenne, nous avons montré que ces phénomènes sont capables de modifier profondément l'équilibre local de la haute atmosphère.

Enfin, nous proposons un processus d'émission de ces ondes par des événements météorologiques du type Jet-Stream. Le principe du calcul, fondé sur l'interaction non linéaire entre deux instabilités, peut s'appliquer à un grand nombre de situations mettant en jeu des ondes atmosphériques..

A notre avis, le fait le plus intéressant à dégager de cette étude est l'importance de l'interaction entre les différentes composantes harmoniques des paramètres atmosphériques. Cela est vrai

aussi bien dans la troposphère (ce qui est généralement admis) que dans la thermosphère (opinion beaucoup moins répandue).

Pour l'avenir, l'étude des ondes de gravité dans la mésosphère et dans la basse thermosphère à l'aide du sondeur à diffusion incohérente de St Santin peut déboucher sur des résultats intéressants. On peut citer, d'abord, la mise en évidence du transfert d'énergie entre l'onde et l'atmosphère moyenne au-dessus de 120 km. Cette étude utiliserait la théorie de la mesure que nous avons développée (Ar2) et on peut espérer montrer une corrélation entre le passage d'une onde de gravité et un écart entre les profils moyens du vent (Amayenc, 1975) et la mesure effective de ceux-ci.

De même, aux alentours de 100 km, on peut probablement mettre en évidence une intensification de la turbulence due au passage d'une onde dont la vitesse de phase est voisine de celle du vent. Cette expérience utiliserait les mesures, simultanées, du radar météorique à deux émetteurs du C.N.E.T (Fellous, communication privée).

Enfin, la modulation en phase de l'émetteur de St Santin devrait permettre, par l'élimination des échos parasites, de sonder l'atmosphère de 30 à 100 km. Cette extension du Sondeur Français permettra l'étude de la structure verticale des mouvements de petite et de moyenne échelle dans la stratosphère et la mésosphère. Il s'agit là d'un sujet presque entièrement vierge.

REFERENCES DES ARTICLES

ARTICLE 1 (Ar 1) :

"Mesures de la raie de plasma par diffusion incohérente à Nançay et premiers résultats morphologiques".

D. Vidal - Madjar, W. Kofman et G. Lejeune, Ann. de Géophys. 1975 31 p. 227.

ARTICLE 2 (Ar 2) :

"Gravity wave detection in the lower thermosphere with the French Incoherent Scatter Facility"

D. Vidal-Madjar, accepté au J.A.T.P. novembre 1977.

ARTICLE 3 (Ar 3) :

"Theoretical study of propagation of short periodic gravity waves with-in the thermosphere, application to the plasma line measurement and to a Faraday rotation experiment"

D. Vidal - Madjar, J.A.T.P. 1978, 40 p.1.

ARTICLE 4 (Ar 4) :

"Evaluation of the vertical flux of energy into the thermosphere from medium scale gravity waves generated by the Jet Steam"

L. Bertel, F. Bertin, J. Testud et D. Vidal-Madjar, accepté au J.A.T.P. novembre 1977.

ARTICLE 5 (Ar 5) :

"Medium scale gravity waves and their non linear interaction with the mean flow : a numerical study"

D. Vidal-Madjar, soumis au J.A.T.P. mars 1978.

ARTICLE 6 (Ar 6) :

"Sur le Jet Stream de la tropopause en tant que source des ondes de gravité observées dans la thermosphère"

D. Vidal-Madjar, F. Bertin et J. Testud, Ann. Géophys. 1978 34 p.1.

REFERENCES

- Ackerman M. et E. Van Hemelrijck, 1971, J.G.R. 76 p. 3162.
- Alcaydé D., 1976, Thèse de Doctorat, unvisersité Paul Sabatier Toulouse
- Alcaydé D., J. Fontanari et P. Amayenc, 1977, Ann. de Géophys. 33 p. 289
- Amayenc P., 1975, Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris
- Banks P.M., 1977, J.A.T.P. 39 p. 179
- Bauer P., P. Waldteufel et C. Vialle, 1974, Radio Science 9, p. 77
- Bertel L., F. Bertin et J. Testud, 1976, J.A.T.P. 38, p. 261
- Bertin F., J. Testud et L. Kersley, 1975, Planet. Space Sci. 23 p. 493
- Bertin F., J. Testud, L. Kersley et J. Rees, 1978, J.A.T.P. à paraître
- Booker J.R. et F. Bretherton, 1967, J. Fluid. Mech. 27 p. 513
- Bretherton F., 1969, Quart. J.R. Mét. Soc. 95 p. 213
- Chimonas G. et W.R. Peltier, 1974, J.A.T.P. 36 p. 821
- Clark R.M., K.C. Yeh et C.H. Liu, 1971, J.A.T.P. 33 p. 1567
- Cowling D.H., H.D. Webb et K.C. Yeh, 1971, J.G.R. 76 p. 213
- Davis K. et J.E. Jones, 1973, J.A.T.P. 35 p. 1737
- Drazin P.G., 1958, J. Fluid. Méch. 4 p. 214
- Evans J.V., 1976, Procee. of In t. Symp. on S.T.P., Boulder.
- Francis S.H., 1973, J.G.R. 78 p. 8289

- Gupta B., O.P. Nagpal et C.S.G.K. Setty, 1973, Ann. de Géophys. 29 p. 301
- Herron T.J. et I. Tolstoy, 1969, J.A.S. 26 p. 266
- Hines C.O., 1960, Can. J. Phys. 70 p. 177
- Hines C.O., 1965, J.G.R. 70 p. 177
- Hines C.O. et C.A. Reddy, 1967, J.G.R. 72 p. 1015
- Hines C.O., 1968, J.A.S. 25 p. 937
- Hooke W.H., 1968, J.A.T.P. 30 p. 795
- Hooke W.H., 1970, J.G.R. 75 p. 5535
- Hooke W.H. et K.R. Hardy, 1975, J.A.M. 14 p. 31
- Hung R.J., R.E. Smith, G.S. West et B.B. Henson, 1975, 9th conference on Severe Local Storms, Am. Meteo. Soc., Boston (Mass), p. 294
- Jones W.L. et Houghton D.D., 1971, J.A.S. 28, p. 604
- Klostermeyer J., 1972, J.A.T.P. 34 p. 765
- Klostermeyer J., 1973, J.A.T.P. 35 p. 2267
- Knutson J.R., D.C. Kayser et W.E. Potter, 1977, J.G.R. 82 p. 5253
- Kochanski A., 1964, J.G.R. 69 p. 3651
- Kochanski A., 1973, Ann. de Géophys. 29 p. 77
- Krassowski V.I. et M.V. Shagaev, 1974, Planet. Space Sci 22 p. 1334
- Krassowski V.I. et M.V. Shagaev, 1977, Planet. Space Sci 25 p. 200
- Lejeune G., 1973, Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris
- Liu C.H. et K.C. Yeh, 1969, J.G.R. 74, p. 2248
- Manson A.H., J.B. Gregory et D.G. Stephenson, J.A.T.P. 38 p. 143
- Mastrantonio G., F. Einandi, D. Fua et D.P. L alas, 1976, J.A.S. 33 p. 1730
- Midgley J.E. et H.B. Leimohn, 1966, J.G.R. 71 p. 3729

- Nagpal O.P. et A.B. Gupta, 1974, Ann. de Géophys. 30 p. 441
- Newton G.P., D.T. Pelz et H. Volland, 1969, J.G.R. 74 p. 183
- Perkins F. et E.E. Salpeter, 1965, Phys. Rev. 139 p. 55
- Pitteway M.L.V. et C.O. Hines, 1965, Can. Journal of Phys. 43 p. 2222
- Reed R.J. et K.R. Hardy, 1972, J.A.M. 11 p. 541
- Richmond A.D. et Matsushita S., 1975, J.G.R. 80 p. 2839
- Rieger E., 1974, J.A.T.P. 36 p. 1377
- Salah J.E., J.V. Evans et R.H. Wand, 1975, J.A.T.P. 37 p. 461
- Salpeter E.E., 1960, Phys. Rev. 120 p. 1528
- Salpeter E.E., 1961, Phys. Rev. 122 p. 1663
- Spencer N.W., R.F. Theis, L.E. Wharton et G.R. Carignan, 1976, Geophys. Res. Let. 3 p. 313
- Stein R.F., 1967, Solar Physics 2 p. 385
- Straus J.M. et M. Schulz, 1976, J.G.R. 81 p. 5822
- Teitelbaum H. et C. Sidi, 1976, J.A.T.P. 38 p. 413
- Testud J., 1970, J.A.T.P. 32 p. 1783
- Testud J. et P. François, 1971, J.A.T.P. 33 p. 765
- Tolstoy I. et H. Montes, 1971, J.A.T.P. 33 p. 775
- Tolstoy I. et C.D. Miller, 1975, J.A.T.P. 37 p. 1125
- Volland H., 1967, J.G.R. 72 p. 2831
- Volland H., 1969a, J.A.T.P. 31 p. 491
- Volland H., 1969 b, J.G.R. 74 p. 1786
- Weinstock J., 1976, J.G.R. 81 p. 633

Whitehead J.D., 1971, J.G.R. 26 p. 238

Yeh K.C., C.H. Liu et M.Y. Youakim, 1975, Ann. de Geophys. 31 p. 321

PARAMETRES ATMOSPHERIQUES

L'indice 0 est affecté aux grandeurs initiales, l'indice 1 à la perturbation due à l'onde de gravité et l'indice 2 à la quantité du deuxième ordre induite par l'onde. On pose :

$$M(x,y,z,t) = M_0(x,y,z) + M_1(x,y,z,t) + M_2(z,t)$$

P = pression atmosphérique

ρ = densité neutre

T = température neutre

g = accélération de la pesanteur

\vec{V} = vent, $\vec{V} = (V_x, V_y, V_z) = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}\right)$

σ = tenseur de viscosité

$$\sigma_{ik} = -\eta \left\{ \frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \operatorname{div} \vec{V} \right\}$$

η = coefficient de viscosité

β = chauffage dû à la viscosité

$$\beta = \sum_i \sum_k \sigma_{ik} \frac{\partial v_i}{\partial x_k}$$

κ = coefficient de conduction thermique

μ = constante de Boltzman définie par $\mu = P_0 / \rho_0 T_0$

H = hauteur d'échelle de la pression

ν = fréquence de collision entre tous les ions et une molécule

\vec{V}_i = vitesse ionique, $\vec{V}_i = (\vec{V} \cdot \vec{l}_b) \vec{l}_b$

\vec{l}_b = vecteur unitaire le long du champ magnétique

$\vec{\Omega}$ = vecteur de Coriolis

C_v = chaleur spécifique à volume constant

C_p = chaleur spécifique à pression constante

γ = rapport des chaleurs spécifiques.

PARAMETRES DE L'ONDE

ω = pulsation, $\omega = \omega_r + j\omega_i$

\vec{k} = vecteur d'onde

\vec{k}_H = vecteur d'onde horizontal ($\vec{k}_H = (k_x, k_y)$)

$\omega' = \omega - \vec{k}_H \cdot \vec{V}_0$, pulsation Doppler introduite par les termes d'advection

λ_H = longueur d'onde horizontale

k_z = nombre d'onde verticale, $k_z = k_{zr} + j k_{zi}$

Dans cette annexe, on donne le détail des calculs conduisant au modèle numérique de propagation des ondes de gravité dans la thermosphère dissipative.

A - I EQUATIONS GENERALES

Pour décrire l'atmosphère, on utilise les équations de l'hydrodynamique classiques pour un fluide compressible sous la forme suivante.

Conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (1)$$

Conservation des forces :

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} + \text{div}(\sigma) + \nu \rho (\vec{V} - \vec{V}_i) - 2\vec{\Omega} \times \vec{V} \rho + \text{grad} p - \rho \vec{g} = 0 \quad (2)$$

Conservation de l'énergie :

$$C_v \rho \frac{dT}{dt} + p \text{div} \vec{V} + \beta \text{div}(\kappa \text{grad} T) - \nu \rho (\vec{V} - \vec{V}_i) (\vec{V} - \vec{V}_i) = 0 \quad (3)$$

Equation des gaz parfaits :

$$p - \mu \rho T = 0 \quad (4)$$

Dans l'application des équations générales (1,2,3,4) aux ondes de gravité de moyenne échelle, on néglige la force de Coriolis.

De nombreux travaux (Pitteway et al, 1963 ; Liu et al, 1975) montrent que la viscosité et la conduction thermique agissent dans le même sens, avec un léger avantage pour la conduction thermique. L'introduction du tenseur de viscosité, qui prend en compte les dérivées secondes des vitesses, complique les équations générales. Si on traite le problème avec la viscosité exacte, les temps de calcul deviennent extrêmement longs et rendent le modèle peu utilisable.

Dans ces conditions, nous avons supprimé le tenseur de viscosité et multiplié par 2 le coefficient de conduction thermique κ .

La nouvelle expression de (1,2,3,4) est donc :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (1)'$$

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} + \text{grad } p + \nu \rho (\vec{V} - \vec{V}_i) - \rho \vec{g} = 0 \quad (2)'$$

$$C_v \rho \frac{dT}{dt} + p \text{div } \vec{V} - \text{div}(2\kappa \text{ grad } T) - \nu \rho (\vec{V} - \vec{V}_i) (\vec{V} - \vec{V}_i) = 0 \quad (3)'$$

$$P - \mu \rho T = 0 \quad (4)'$$

En dessous de 120 km, les pertes moléculaires sont négligeables. Dans ces conditions, on obtient un nouveau système applicable dans une région allant de 0 à 120 km

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (1)''$$

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} + \text{grad } p - \rho \vec{g} = 0 \quad (2)''$$

$$C_v \rho \frac{dT}{dt} + p \text{div } \vec{V} = 0 \quad (3)''$$

$$P - \mu \rho T = 0 \quad (4)''$$

A - II LINEARISATION DES EQUATIONS GENERALES

On décompose toute grandeur physique M en deux parties. La première (M_0) décrit l'atmosphère non perturbée. Elle dépend uniquement de z (atmosphère stratifiée horizontalement) et pas du temps. La deuxième est une perturbation M_1 qui dépend de toutes les variables d'espace et du temps.

$$M = M_0(z) + M_1(x, y, z, t) \quad (5)$$

L'état zéro de l'atmosphère vérifie les équations de l'hydrodynamique. Donc en particulier :

$$\text{div}(\rho_0 \vec{V}_0) = 0 \quad 6-1$$

$$\text{grad } \rho_0 - \rho_0 \vec{g} = 0 \quad 6-2$$

$$\rho_0 - \mu \rho_0 T_0 = 0 \quad 6-3$$

Si on suppose que le vent d'ordre zéro n'a pas de composante verticale ($\vec{V}_0 = (V_{0x}, V_{0y}, 0)$), alors l'équation (6-1) est directement vérifiée.

L'équation (6-2) définit l'équilibre hydrostatique et conjointement avec (6-3) permet de définir l'atmosphère à partir d'un profil de température et d'un profil de hauteur d'échelle de la pression

$$H_0(z) = \frac{\mu(z)T_0(z)}{g(z)} \quad 7-1$$

$$P_0(z) = P_{00} e^{-\int_{z_0}^z \frac{d\zeta}{H_0(\zeta)}} \quad 7-2$$

$$\rho_0(z) = \frac{P_{00}}{\mu T_0(z)} e^{-\int_{z_0}^z \frac{d\zeta}{H_0(\zeta)}} \quad 7-3$$

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial z} = -\rho_0 \left(\frac{1}{H_0(z)} + \frac{d}{dz} \text{Log } T_0(z) \right) \quad 7-4$$

$$\frac{\partial P_0}{\partial z} = -\frac{P_0}{H_0(z)} \quad 7-5$$

Pour obtenir les équations relatives à M_1 , on réécrit (1,2,3,4)' ou (1,2,3,4)" en les développant au premier ordre en M_1 . On suppose négligeable la perturbation des coefficients de pertes moléculaires.

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_1 + \text{div}(\rho_1 \vec{V}_0 + \rho_0 \vec{V}_1) = 0 \quad 8-1$$

$$\left(\rho \frac{dV}{dt} \right)_1 + \text{grad } P_1 + (\nu \rho (\vec{V} - \vec{V}_i))_1 - \rho_1 \vec{g} = 0 \quad 8-2$$

$$\begin{aligned} (C_v \rho \frac{dT}{dt})_1 + (p_1 \text{div } \vec{V}_0 + P_0 \text{div } \vec{V}_1) - \text{div}(2\kappa \text{ grad } T_1) \\ - (\nu \rho (\vec{V} - \vec{V}_i) (\vec{V} - \vec{V}_i))_1 = 0 \end{aligned} \quad 8-3$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{P_1}{P_0} - \frac{T_1}{T_0} \quad 8-4$$

On est en présence d'un système de 4 équations aux dérivées partielles dont les coefficients ne dépendent que de z . On cherche les solutions sous forme d'ondes planes.

$$M_1 = M_1(z) e^{j(\omega t - k_x x - k_y y)} \quad 9$$

En faisant la transformée de Fourier des équations (8), on obtient les équations d'onde proprement dites. On présente le calcul en 3 étapes. Dans la première, on néglige le frottement ionique et les dérivées verticales du vent moyen. Dans la deuxième on introduit le freinage ionique, puis enfin les dérivées du vent.

A - II.1 Equations d'onde, sans freinage ionique, sans gradient de vent

Equation de conservation de la masse (8-1). A l'aide de (8-1) et de (8-4) on trouve :

$$\frac{d}{dz} V_{z1} = \left(\frac{1}{H_0} + \frac{d}{dz} \text{Log } T_0 \right) V_{z1} + jk_x V_{x1} + jk_y V_{y1} - j \omega' \frac{P_1}{P_0} + j \omega' \frac{T_1}{T_0} \quad 9-1$$

Equation des forces en projection sur O_x et O_y . Comme dans cette partie on néglige les dérivées verticales du vent, il vient :

$$V_{x1} = \frac{k_x}{\omega'} \frac{P_1}{P_0} \quad \text{et} \quad V_{y1} = \frac{k_y}{\omega'} \frac{P_1}{P_0} \quad 9-2$$

Equation des forces en projection sur Oz . Comme le vent moyen n'a pas de composante verticale, on obtient la dérivée de la pression :

$$\frac{\partial}{\partial z} P_1 = -j \omega' \rho_0 V_{z1} - \frac{1}{H_0} P_1 + \frac{P_0}{H_0 T_0} T_1 \quad 9-3$$

Equation de conservation de l'énergie. Cette équation va donner l'expression de $\frac{d}{dz} 2\kappa \left(\frac{d}{dz} T_1 \right)$:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} 2\kappa \left(\frac{d}{dz} T_1 \right) &= C_v \rho_0 \frac{\partial T_0}{\partial z} V_{z1} - j k_x p_0 V_{x1} - j k_y p_0 V_{y1} \\ &+ (j \omega C_v \rho_0 + 2\kappa k_H^2) T_1 + p_0 \frac{\partial}{\partial z} V_{z1} = 0 \end{aligned} \quad 9-4$$

Cette équation couplée avec l'équation (9-1) donne :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \left(2\kappa \frac{dT_1}{dz} \right) &= \left(\frac{1}{H_0} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{d}{dz} \text{Log } T_0 \right) p_0 V_{z1} - j \omega' p_1 \\ &+ (j \omega' \frac{\gamma \mu}{\gamma-1} \rho_0 + 2\kappa k_H^2) T_1 = 0 \end{aligned} \quad 9-5$$

Il reste à relier $2\kappa \frac{\partial T_1}{\partial z}$ à T_1 , ce qui se fait facilement :

$$\frac{d}{dz} T_1 = \left(2\kappa \frac{d}{dz} T_1 \right) \cdot \frac{1}{2\kappa} \quad 9-6$$

Cette équation est nécessaire pour ne pas avoir à introduire de dérivée seconde.

Pour des raisons tenant à la commodité des calculs, on prend comme variables :

$$h_1 = V_{z1} \quad h_2 = \frac{P_1}{P_0} \quad h_3 = T_1 \quad h_4 = \frac{\kappa}{P_0} \frac{d}{dz} T_1$$

Ce changement de variables conduit au système suivant :

$$\frac{d}{dz} h_1 = \left(\frac{1}{H_0} + \frac{d}{dz} \text{Log } T_0 \right) h_1 + j \left(\frac{k_H^2 \mu T_0}{\omega'} - \omega' \right) h_2 + \frac{j\omega'}{T_0} h_3 \quad 10-1$$

$$\frac{d}{dz} h_2 = -\frac{j\omega'}{\mu T_0} h_1 + \frac{h_3}{H_0 T_0} \quad 10-2$$

$$\frac{d}{dz} h_3 = \frac{P_0}{2K} h_4 \quad 10-3$$

$$\frac{d}{dz} h_4 = \left(\frac{1}{H_0} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{d}{dz} \text{Log } T_0 \right) h_1 - j\omega' h_2 + \left(j\omega' \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{1}{T_0} + \frac{2K}{p_0} k_H^2 \right) h_3 + \frac{1}{H_0} h_4 \quad 10-4$$

Les équations (9-2) et (9-3) ne changent pas. On peut résumer ces équations sous la forme d'un système matriciel.

$$\begin{vmatrix} \frac{d}{dz} \\ \\ \\ \\ \\ \end{vmatrix} \begin{vmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ \\ \\ \end{vmatrix} = (A) \cdot \begin{vmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ \\ \\ \end{vmatrix} \quad 11$$

v_{x1}
 v_{y1}

A est une matrice (4x6) dont les coefficients sont ceux de h_1, h_2, h_3, h_4 dans les équations (9-2,3) et 10.

$$A(1,1) = \frac{1}{H_0} + \frac{d}{dz} \text{Log } T_0, \quad A(1,2) = j \left(\frac{k_H^2 \mu T_0}{\omega'} - \omega' \right), \quad A(1,3) = \frac{j\omega'}{T_0}$$

$$A(1,4) = 0.$$

$$A(2,1) = -\frac{j\omega'}{\mu T_0}, \quad A(2,2) = 0., \quad A(2,3) = \frac{1}{H_0 T_0}, \quad A(2,4) = 0.$$

$$A(3,1) = 0., \quad A(3,2) = 0., \quad A(3,3) = 0., \quad A(3,4) = \frac{P_0}{2K}$$

$$A(4,1) = \frac{1}{H_0} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{d}{dz} \text{Log } T_0, \quad A(4,2) = -j\omega', \quad A(4,3) = \frac{j\omega' \gamma}{\gamma-1} \frac{1}{T_0} + \frac{2 \cdot K}{p_0} k_H^2, \quad A(4,4) = \frac{1}{H_0}$$

$$A(5,1) = 0., \quad A(5,2) = \frac{k_x}{\omega' p_0}, \quad A(5,3) = 0, \quad A(5,4) = 0.$$

$$A(6,1) = 0., \quad A(6,2) = \frac{k_y}{\omega' p_0}, \quad A(6,3) = 0., \quad A(6,4) = 0.$$

La matrice du système d'équations différentielles proprement dite est la sous matrice $B = A(4,4)$. (cf -11-)

A - II.2 Introduction du freinage ionique :

Le freinage ionique ne modifie pas le nombre de dérivées partielles du système, il est donc normal de le traiter à part.

Le terme de freinage ionique introduit la vitesse des ions. Pour le modèle nous avons fait deux hypothèses limites :

- Le jour, la vitesse ionique est prise comme la projection de la vitesse neutre sur le champ magnétique : $\vec{V}_{i_0} = \vec{V}_0 \cdot \vec{lb}$
- La nuit, à cause de la diffusion au voisinage du maximum de densité électronique, la vitesse ionique est prise nulle : $\vec{V}_{i_0} = 0$.

Dans tous les cas on prend $\vec{V}_{i_1} = \vec{V}_1 \cdot \vec{lb}$

$$\vec{V}_{i_0} = \vec{V}_0 \cdot \vec{lb}$$

On pose $\vec{lb} = (\cos I, 0, \sin I)$, I est l'angle de \vec{B} avec l'horizontale.

$$\vec{V}_i = \begin{pmatrix} (V_x \cos I + V_z \sin I) \cos I \\ 0 \\ (V_x \cos I + V_z \sin I) \sin I \end{pmatrix} \quad 12-1$$

Dans toute la suite :

$$A_1 = \cos^2 I, \quad A_2 = \sin I \cos I, \quad A_3 = \sin^2 I$$

Dans les équations des forces, il faut calculer le terme $(v\rho(\vec{V}-\vec{V}_i))_1$

En projection sur 0_x :

$$(v\rho(\vec{V}-\vec{V}_i))_{x_1} = A_3 v\rho V_{x_0} \rho_1 + A_3 v\rho_0 V_{x_1} - A_2 v\rho_0 V_{z_1} \quad 12-2$$

En projection sur 0_y :

$$(v\rho(\vec{V}-\vec{V}_i))_{y_1} = v V_{y_0} \rho_1 + v\rho_0 V_{y_1} \quad 12-3$$

En utilisant 12-(2,3) avec 9-2 et l'équation d'état (8-4), on obtient l'expression des vitesses horizontales et les nouveaux coefficients correspondants de la matrice A :

$$A(5,1) = \frac{v A_2}{j(\omega' - jvA_2)} \quad , \quad A(5,2) = \frac{jk_x p_o - A_3 v \rho_o V_{x_o}}{j \rho_o (\omega' - jvA_2)}$$

$$A(5,3) = \frac{A_3 v V_{x_o}}{T_o j(\omega' - jvA_2)} \quad , \quad A(5,4) = 0$$

$$A(6,1) = 0 \quad , \quad A(6,2) = \frac{jk_y p_o - v V_{y_o} \rho_o}{j \rho_o (\omega' - jv)} \quad , \quad A(6,3) = \frac{v \rho_o}{j(\omega' - jv)}$$

$$A(6,4) = 0$$

En projection sur O_z :

$$(v\rho(\vec{V}-\vec{V}_i))_{z_1} = v\rho_o A_1 V_{z_1} - v\rho_o A_2 V_{x_1} - vA_2 V_{x_o} \rho_1 \quad 12-4$$

ce qui donne pour la matrice A les coefficients suivants :

$$A(2,1) = - \frac{v\rho_o A_1 + \rho_o j\omega'}{p_o} + \frac{v^2 \rho_o A_2^2}{j p_o (\omega' - jvA_3)}$$

$$A(2,2) = \frac{vA_2(jk_x p_o - A_3 v \rho_o V_{x_o})}{j p_o (\omega' - jvA_3)} + \frac{\rho_o}{p_o} (A v V_{x_o} - g) + \frac{1}{H_o}$$

$$A(2,3) = \frac{v^2 \rho_o A_2 A_3 V_{x_o}}{p_o T_o j(\omega' - jvA_3)} - \frac{\rho_o}{p_o T_o} (A_2 v V_{x_o} - g) \quad , \quad A(2,4) = 0$$

A l'aide des calculs précédents, on peut trouver les coefficients de la première équation différentielle :

$$A(1,1) = \frac{vA_2 k_x}{\omega' - jvA_3} + \frac{1}{H_o} + \frac{d}{dz} \text{Log } T_o$$

$$A(1,2) = \frac{jk_x (k_x p_o - vA_3 \rho_o V_{x_o})}{\rho_o (\omega' - jvA_3)} + \frac{k_y (jk_y p_o - v\rho_o V_{y_o})}{\rho_o (\omega' - jv)} - \omega' j$$

$$A(1,3) = \frac{k_x A_3 v V_{x_o}}{T_o (\omega' - jvA_3)} + \frac{k_y v V_{y_o}}{T_o (\omega' - jv)} + \frac{j\omega'}{T_o} \quad , \quad A(1,4) = 0$$

Dans l'équation de l'énergie, il faut calculer le terme de freinage :

$$(v\rho(\vec{V}-\vec{V}_i) \cdot (\vec{V}-\vec{V}_i))_1 = 2v\rho_o (A_3^2 + A_2^2) V_{x_o} V_{x_1} + 2v\rho_o V_{y_o} V_{y_1} - 2(A_2 A_3 + A_1 A_2) v V_{x_o} \rho_o V_{z_1}$$

$$+ v((A_3^2 + A_2^2) V_{x_o}^2 + V_{y_o}^2) \rho_1$$

La quatrième équation différentielle peut alors s'exprimer en fonction des autres coefficients de la matrice A :

$$A(4,1) = \frac{1}{\gamma-1} \frac{d}{dz} \text{Log } T_o - jk_x A(5,1) + A(1,1)$$

$$A(4,2) = -jk_x A(5,2) - jk_y A(6,2) + A(1,2)$$

$$A(4,3) = -jk_x A(5,3) - jk_y A(6,3) + A(1,3) + \frac{2\kappa k_H^2}{p_0} + j \frac{\omega'}{(\gamma-1)T_0}$$

$$A(4,4) = \frac{1}{H_0}$$

$$\underline{\vec{V}_i = 0}$$

Dans ce cas là, les expressions changent légèrement. On a successivement :

$$(\nu\rho(\vec{V}-\vec{V}_i))_{x_1} = \nu V_{x_0} \rho_1 + \nu\rho_0 A_3 V_{x_1} - \nu\rho_0 A_2 V_{z_1} \quad 13-1$$

$$(\nu\rho(\vec{V}-\vec{V}_i))_{y_1} = \nu V_{y_0} \rho_1 + \nu\rho_0 V_{y_1} \quad 13-2$$

$$(\nu\rho(\vec{V}-\vec{V}_i))_{z_1} = \nu\rho_0 A_1 V_{z_1} - \nu\rho_0 A_2 V_{x_1} \quad 13-3$$

$$(\nu\rho(\vec{V}-\vec{V}_i)(\vec{V}-\vec{V}_i))_1 = 2\nu\rho_0 A_3 V_{x_0} V_{x_1} + 2\nu\rho_0 V_{y_0} V_{y_1} - 2\nu\rho_0 A_2 V_{x_0} V_{z_1} + \nu(V_{x_0}^2 + V_{y_0}^2)\rho_1 \quad 13-4$$

Les nouveaux coefficients de la matrice A s'obtiennent facilement en comparant les formules 13 aux formules 12.

A - II.3 Prise en compte du gradient de vent :

L'introduction du gradient de vent moyen vient des équations des forces. En effet, la dérivée totale des vitesses donne :

$$\frac{d}{dt} (V_x) = \frac{\partial}{\partial t} V_{x_1} + \vec{V} \text{ grad}(V_{x_0} + V_{x_1}) \quad 14-1$$

Dans ces conditions, il apparaît un terme en $V_{z_1} \frac{\partial}{\partial z} V_{x_0}$ ou $V_{z_1} \frac{\partial}{\partial z} V_{y_0}$, ces termes sont en général négligés. Leur prise en compte introduit de nouveaux termes dans les équations des forces. On doit modifier A(5,1) et A(6,1) en leur ajoutant $\frac{j}{\omega} \frac{\partial}{\partial z} V_{x_0}$ et $\frac{j}{\omega} \frac{\partial}{\partial z} V_{y_0}$ respectivement.

Pour les autres coefficients de la matrice A, il faut revenir aux équations initiales : 9-1 ; 9-2 et 12-2, 12-3 ou 13-1 ; 13-2 ; 9-3 et 12-4 ou 13-3 ; 9-4 et 12-5 ou 13-4. En combinant ces équations, on trouve facilement, l'expression exacte de la matrice A.

Il s'agit de donner l'expression des équations de propagation dans une atmosphère sans dissipation. On utilise les équations (1,2,3,4)" de l'annexe A.

$$\text{On pose : } h_1 = v_{z_1}, \quad h_2 = \frac{p_1}{p_0}, \quad h_3 = \frac{T_1}{T_0}$$

Conservation de la masse :

$$\frac{\partial}{\partial z} h_1 = jk_x v_{x_1} + jk_y v_{y_1} + \left(\frac{1}{H_0} + \frac{d}{dz} \text{Log } T_0 \right) h_1 + j\omega' h_3 \quad 1-1$$

Equations des forces :

$$\text{Sur } O_x : \quad v_{x_1} = \frac{j}{\omega'} \frac{d}{dz} v_{x_0} h_1 + \frac{k_x p_0}{\rho_0 \omega'} h_2 \quad 1-2$$

$$\text{Sur } O_y : \quad v_{y_1} = \frac{j}{\omega'} \frac{d}{dz} v_{y_0} h_1 + \frac{k_y p_0}{\rho_0 \omega'} h_2 \quad 1-3$$

$$\text{Sur } O_z : \quad \frac{\partial h_2}{\partial z} = -\frac{\rho_0}{p_0} j\omega' h_1 + \frac{h_3}{H_0} \quad 1-4$$

Conservation de l'énergie :

$$h_3 = \frac{j}{\omega'} \frac{d}{dz} \text{Log } T_0 h_1 + j \frac{\mu}{Cv\omega'} \frac{\partial}{\partial z} h_1 + \frac{\mu}{Cv\omega'} (k_x v_{x_1} + k_y v_{y_1}) \quad 1-5$$

Le système d'équations différentielles se réduit donc aux équations (1-1) et (1-4). Le nombre de variables indépendantes est 2 (4 dans le cas de l'annexe A). La forme matricielle du système (1) est :

$$\left| \begin{array}{c} \frac{d}{dz} \left| \begin{array}{c} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ v_{x_1} \\ v_{y_1} \end{array} \right| \end{array} \right| = (A) \left| \begin{array}{c} h_1 \\ h_2 \end{array} \right| \quad 2$$

Les coefficients de la matrice A(2,4) sont les suivants :

$$A(4,1) = \frac{j}{\omega'} \frac{d}{dz} v_{x_0}, \quad A(4,2) = \frac{p_0}{\rho_0} \frac{k_x}{\omega'}$$

$$A(5,1) = \frac{j}{\omega'} \frac{d}{dz} v_{y_0}, \quad A(5,2) = \frac{p_0}{\rho_0} \frac{k_y}{\omega'}$$

$$A(4,1) = \frac{j}{\omega' \gamma} \left(\frac{\gamma-1}{H_0} + \gamma \frac{d}{dz} \text{Log } T_0 \right), \quad A(4,2) = \frac{\gamma-1}{\gamma}$$

$$A(1,1) = \frac{1}{H_0} + \frac{d}{dz} \text{Log } T_0 + jk_x A(5,1) + jk_y A(6,1) + j\omega' A(4,1)$$

$$A(1,2) = -j\omega' + jk_x A(5,2) + jk_y A(6,2) + j\omega' A(4,2)$$

$$A(2,1) = \frac{A(4,1)}{H_0} - \frac{\rho_0}{P_0} j\omega', \quad A(2,2) = \frac{A(4,2)}{H_0}$$

A ce niveau, on peut introduire des notations classiques.

$$\text{La vitesse du son : } C_0 = \sqrt{\gamma H_0 g}$$

$$\text{La pulsation de Brunt-Vaïssälä : } \omega_b^2 = \frac{g(\gamma-1)}{\gamma H_0} + g \frac{d}{dz} \text{Log } T_0$$

$$\text{La pulsation de coupure acoustique : } \omega_a^2 = \frac{\gamma^2 g^2}{4C_0^2} + g \frac{d}{dz} \text{Log } T_0$$

$$k_0 = \omega' / C_0$$

Avec ces notations la matrice A(2,2) devient :

$$A(1,1) = \frac{g}{C_0^2} - \left(\frac{k_x}{\omega'} v_{x_0} + \frac{k_y}{\omega'} v_{y_0} \right)$$

$$A(1,2) = j \frac{\omega'}{\gamma} \left(\frac{k_H^2}{k_0^2} - 1 \right)$$

$$A(2,1) = j \frac{\gamma \omega'}{C_0^2} \left(\frac{\omega_b^2}{\omega'^2} - 1 \right)$$

$$A(2,2) = \frac{(\gamma-1)g}{C_0^2}$$

L'équation de dispersion (Hines, 1960)

Si, localement, les variables h_1 et h_2 peuvent être mises sous la forme (voir annexe C) :

$$h_1 = n_1(z) e^{j(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z)} \quad 2-1$$

$$h_2 = n_2(z) e^{j(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z)}$$

Le vecteur d'onde horizontal k_z est donné par les valeurs propres de la matrice A(2,2). Celles-ci sont données par l'équation :

$$X^2 + \left(\frac{1}{H_0} - Q\right)X + k_H^2 \left(\frac{\omega b}{\omega_a^2} - 1\right) - \frac{g}{C_0^2} \frac{d}{dz} \text{Log } T_0 + \frac{\omega'^2}{C_0^2} - Q' = 0 \quad 2-2$$

$$\text{avec } Q = \frac{k_x}{\omega'} v_{x_0} + \frac{k_y}{\omega'} v_{y_0} \text{ et } Q' = \frac{\gamma-1}{C_0^2} g Q$$

La partie imaginaire de la solution donne k_z :

$$k_z^2 = \frac{2-\gamma}{2C_0^2} g Q + k_0^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega'^2}\right) + k_H^2 \left(\frac{\omega b}{\omega'^2} - 1\right) - \frac{Q^2}{4} \quad 2-3$$

avec comme condition $k_z^2 < 0$.

Les relations de polarisation sont données par les relations entre h_1 , h_2 , h_3 , v_{x_1} , v_{y_1} déduites de la matrice A(2,4).

On expose ici la méthode de résolution numérique des équations de propagation.

L'ordre de la matrice A n'est pas spécifié. Dans le cas sans dissipation la matrice A est 2x2 ; dans le cas avec dissipation, 4x4. Si on avait inclu une vraie viscosité, celle-ci aurait été (8x8) (Volland, 1969).

La formule générale du système est :

$$\frac{d}{dz} (h_i) = (A) (h_i) \quad (1)$$

Les variables h_i sont définies dans les annexes A et B. Les coefficients de la matrice (A) dépendent de z.

Soit (P) la matrice du changement de base qui diagonalise (A), on pose :

$$(h_i) = (P) (c_i) \quad (2)$$

et donc :

$$\frac{d}{dz} (c_i) = (P)^{-1} (A) (P) - (P)^{-1} \frac{d}{dz} (P) \quad (3)$$

Pour résoudre (3), le domaine d'intégration entre l'altitude minimale z min. et maximale z max est divisé en intervalles d'épaisseur Δz . On prend Δz suffisamment petit pour que la dérivée de (P) soit négligeable. En pratique, il faut prendre Δz petit devant la hauteur d'échelle de l'atmosphère. On suppose que dans l'intervalle de numéro j (dont l'altitude médiane est z_j) les coefficients ne dépendent pas de z. Dans ces conditions, on peut facilement calculer les $(c_i)^j$.

$$(c_i)^j (z) = (e^{\lambda_i^j (z-z_j)}) (\alpha_i)^j \quad z \in \left| z_j - \frac{\Delta z}{2}, z_j + \frac{\Delta z}{2} \right| \quad (4)$$

La matrice $(\alpha_i)^j$ est la matrice des constantes d'intégrations. Les $(h_i)^j$, variables physiques, sont données par (2) :

$$(h_i)^j (z) = (P)^j (e^{\lambda_i^j (z-z_j)}) (\alpha_i)^j \quad (5)$$

Les constantes d'intégration sont calculées en posant la continuité des

variables physiques aux interfaces :

$$(h_i)^j (z_j + \Delta z/2) = (h_i)^{j+1} (z_{j+1} - \Delta z/2) \quad (6)$$

Cette relation donne $(\alpha_i)^{j+1}$ en fonction de $(\alpha_i)^j$:

$$(\alpha_i)^{j+1} = (e^{\lambda_i \Delta z})^{j+1} ((P)^{j+1})^{-1} (P)^j (e^{\lambda_i \Delta z})^j (\alpha_i)^j \quad (7)$$

Si m désigne l'intervalle correspondant à z_{\max} , on déduit de (7), par récurrence, la relation entre $(\alpha_i)^1$ et $(\alpha_i)^m$:

$$(\alpha_i)^m = (\alpha_i)^1 \prod_{j=1}^{m-1} (e^{\lambda_i \Delta z})^{j+1} ((P)^{j+1})^{-1} (P)^j (e^{\lambda_i \Delta z})^j \quad (8)$$

Pour avoir les solutions du système (1), il faut maintenant donner les conditions à $z = z_{\min}$ et à $z = z_{\max}$.

CONDITIONS AUX LIMITES

Cas d'une atmosphère non dissipative :

Les deux valeurs propres λ_i ($i = 1, 2$) correspondent à deux ondes de gravité : l'une qui monte (par exemple $i = 2$) et l'autre qui descend ($i = 1$). Une onde montante est une onde qui transporte l'énergie vers le haut. Comme l'atmosphère est non dissipative, le flux d'énergie verticale est donné par la formule (Hines et al, 1967) :

$$E_{zi} = \frac{\omega}{\omega_r} \frac{1}{2} \text{Real} (p_{li} V_{zli}) \quad (9)$$

Si la vitesse de phase de l'onde est grande devant la vitesse du vent horizontal, on a :

$$E_{zi} \sim \text{Real} (p_{li} V_{zli}) \quad (9,1)$$

A l'aide de la formule (5), on obtient le flux d'énergie vertical d'une des ondes de gravité. Si $\vec{V}_{gi} = (V_{1i}, V_{2i})$ représente le vecteur propre correspondant à i , on a :

$$V_{1i} = (P(1,i)) \text{ et } V_{2i} = (P(2,i)) \quad (9,2)$$

On calcule les perturbations p_{1i} et V_{z1i} correspondant à l'onde i par la relation :

$$V_{z1i} = \alpha_i V_{1i} \quad (9,3)$$

$$p_{1i} = p_0 \alpha_i V_{2i}$$

donc :

$$2 E_{zi} = p_0 |\alpha_i|^2 \text{ Reel } (V_{2i} V_{1i}^*) \quad (9,4)$$

L'onde de gravité montante est celle pour laquelle $E_{zi} > 0$, donc celle pour laquelle on a $\text{Reel } (V_{2i} V_{1i}^*) > 0$

Les conditions à la limite sont les suivantes. A $z = z_{\min}$, on se donne le flux vertical E_{z2}^1 de l'onde de gravité montante à l'aide de la formule (9-1). Donc :

$$\alpha_2^1 = \sqrt{\frac{E_{z2}^1}{p_0 V_{22} V_{12}^*}} \quad (9,5)$$

A $z = z_{\max}$, on applique la condition de radiation : pas d'énergie qui vient de l'infini. Dans notre calcul, cette condition se traduit par : pas de contribution provenant de l'onde de gravité descendante.

Donc :

$$\alpha_1^m = 0 \quad (9,6)$$

A l'aide de la relation (8) et des conditions 9,5 et 9,6, on peut calculer (sauf cas exceptionnel) α_1^1 et α_2^m par un système linéaire de deux équations à deux inconnues avec second membre. Une fois connu α_1^1 , on calcule les α_i^j par récurrence (7).

Les grandeurs physiques sont données par (5).

Cas d'une atmosphère dissipative :

Dans le cas d'une atmosphère dissipative, l'ordre de la matrice est 4, on se retrouve donc avec 4 valeurs propres. Deux d'entre elles (par exemple λ_3 et λ_4) s'identifient avec les ondes de gravité montantes et descendantes de la propagation dans une atmosphère non dissipative. Les deux autres (disons λ_1 et λ_2) proviennent du terme de conduction thermique, il en existe une qui monte (λ_1) et une qui descend (λ_2).

Pour reconnaître une onde de gravité d'une onde de conduction thermique, il suffit de comparer les valeurs propres λ_i aux deux valeurs propres que l'on aurait obtenues si l'atmosphère ne comportait pas de terme dissipatif.

A l'altitude $z = z_{\min}$, où les termes dissipatifs sont négligeables, on peut facilement distinguer λ_1 et λ_2 de λ_3 et λ_4 . On peut également facilement connaître l'onde de gravité montante (λ_4), par le signe du flux vertical d'énergie (9,4).

Pour distinguer l'onde de conduction thermique qui monte (λ_1) on fait le raisonnement suivant. L'onde qui monte ne peut pas accroître son énergie. On montre (Volland, 1967) que la demi-somme des parties réelles des valeurs propres est de l'ordre de $\frac{1}{2H}$. Si les ondes conservaient leur énergie, elles verraient leur amplitude croître en $e^{z/2H}$. Une onde qui monte doit donc avoir la partie réelle de sa valeur propre telle qu'elle croisse moins vite que $e^{z/2H}$. C'est notre critère de choix, aussi bien à $z = z_{\min}$ qu'à $z = z_{\max}$.

Une fois que l'on sait distinguer les 4 ondes entre elles, on peut fixer les conditions aux limites.

En bas, à $z = z_{\min}$, la conduction thermique est négligeable, dans ces conditions il n'y a pas d'onde de conduction thermique montante : $\alpha_1^1 = 0$. D'autre part, on se donne α_4^1 par une formule analogue à (9,5).

En haut, à $z = z_{\max}$, il n'y a pas d'énergie qui redescend, donc $\alpha_2^m = 0$, $\alpha_3^m = 0$.

La relation (8) donne les coefficients restants ($\alpha_2^1, \alpha_3^1, \alpha_1^m, \alpha_4^m$). On calcule les α_i^j par récurrence ainsi que les grandeurs physiques.

Cas de la propagation avec réflexion sur le sol :

Le problème n'est pas essentiellement différent des deux autres. La différence vient de ce que l'on prend une réflexion des ondes à $z = z_{\min}$ (sol par exemple).

La condition à la limite basse devient alors :

$$h_1(z_{\min}) = 0 \quad (10,1)$$

On donne ici la formulation pour une atmosphère non dissipative. Ce raisonnement est immédiatement transposable au cas dissipatif.

(10,1) et (5) donne une relation entre α_1^1 et α_2^1 :

$$P^1(1,1) \alpha_1^1 + P^1(1,2) \alpha_2^1 = 0 \quad (10,2)$$

La condition de radiation à $z = z_{\max}$ est inchangée $\alpha_1^m = 0$. La relation (8) appliquée à α_1^m donne une deuxième relation entre α_1^1 et α_2^1 :

$$Q_1 \alpha_1^1 + Q_2 \alpha_2^1 = 0 \quad (10,3)$$

Les relations 10,2 et 10,3 forment un système de deux équations linéaires à deux inconnues. Le système ne présente un intérêt que si son déterminant est nul :

$$\begin{vmatrix} P^1(1,1) & P^1(1,2) \\ Q_1 & Q_2 \end{vmatrix} = 0 \quad (10,4)$$

(10,4) n'est en général pas vérifiée. Si ω et k_H sont réels, il n'existe qu'un nombre fini de solutions.

Pour rendre le problème possible, il faut prendre soit k_H complexe (instabilité convective), soit ω complexe (instabilité absolue). Pour la recherche des instabilités dans les écoulements, on cherche les solutions $(\omega_r + j\omega_i, k_H)$ à l'équation 10-4

Une fois trouvée une solution, la forme d'onde s'obtient facilement par récurrence.

- Table -

Introduction	p. 1
1ère partie : Détection des ondes de gravité de moyenne échelle dans la thermosphère	p. 3
I . . Mesure de spectre des fluctuations	p. 3
II . . Mesure d'ondes de gravité individuelles	p. 6
III . . Conclusion	p. 10
2ème partie : Théorie de la propagation des ondes de moyenne échelle dans l'atmosphère	p. 11
I Propagation des ondes de moyenne échelle	p. 11
II Interaction non linéaire de l'onde avec l'atmosphère	p. 18
3ème partie : Production des ondes de gravité de moyenne échelle	p. 21
Conclusion	p. 24
Références des articles	p. 26
Références des citations	p. 27
Liste des symboles	p. 31
Annexe A	p. 33
Annexe B	p. 41
Annexe C	p. 44

Mesures de la raie de plasma par diffusion incohérente à Nançay, et premiers résultats morphologiques

et

D. VIDAL-MADJAR

CNET-RSR, 2, avenue de la République, 92 - Issy-les-Moulineaux

et

W. KOFMAN et G. LEJEUNE

CEPHAG, BP 15, 38040, Grenoble

ABSTRACT. — *This article presents the first results from measurements of the incoherent scatter plasma line spectrum made using the St Santin Nançay bistatic sound. After a brief theoretical review, we show how the measurement techniques make it possible to determine the following parameters accurately every 35 seconds, for a given altitude :*

- *the line frequency (f_0) which measures the electron density,*
- *the line width (L) which measures the electron density gradient in most cases,*
- *the line power (P) which is a function of the photoelectron flux.*

Knowing these three parameters together makes it possible to measure the rapid fluctuations in electron density and to calculate the shape of the photoelectron spectrum for energies below 5 eV.

RESUME. — *L'article présente les premiers résultats de mesures de la raie de plasma du spectre de diffusion incohérente faites à l'aide du sondeur bistatique de St Santin-Nançay. Après un rappel théorique, on montre que la méthode de mesure employée permet d'atteindre avec une bonne précision, pour une altitude donnée, et ce toutes les 35 secondes, les paramètres suivants :*

- *la fréquence de la raie (f_0) qui mesure la densité électronique*
- *la largeur de la raie (L) qui mesure, dans la plupart des cas, le gradient de densité électronique*
- *la puissance de la raie (P) qui est fonction du flux de photoélectrons.*

La connaissance simultanée de ces trois paramètres permet la mesure des fluctuations rapides de densité électronique et le calcul de la forme du spectre de photoélectrons d'énergies inférieures à 5 eV.

Introduction

A la suite des mesures de raies de plasma faites par Carru et Lejeune (1968), un équipement mieux adapté à ce type de mesures a été mis au point.

Nous présentons ici les résultats des mesures de raies de plasma obtenus par le sondeur à diffusion incohérente St Santin-Nançay du CNET. Dans une première partie, on donne un court résumé de la théorie existante dont on trouvera plus de développement dans les articles de Salpeter (1960/1961), Perkins et Salpeter (1965), Yngvesson et Perkins (1973). Puis on décrit l'équipement employé et son extension à la station de Mende. Enfin, on parle du traitement des données et on présente quelques premiers résultats.

1. Rappel théorique

Si les ondes électrostatiques de plasma existent en permanence dans l'ionosphère, leur puissance est faible et ne peut être détectée par diffusion incohérente en l'absence d'un mécanisme d'excitation supplémentaire : Pines et Bohm (1952) ont montré que les électrons suprathermiques créés dans l'ionosphère par le rayonnement solaire XUV constituaient une source d'excitation importante. L'étude théorique de ce processus d'excitation par les photoélectrons a été développée par Salpeter (1960/1961) qui a

calculé le spectre ainsi que la puissance $I = \int S(\omega) d\omega$ de la raie $S(\omega)$ à l'aide de la théorie cinétique des gaz linéarisée. On rappelle ici les principaux résultats

nécessaires à l'interprétation des mesures de diffusion incohérente exposées dans la partie 3.

Si λ est la longueur de l'onde émise par le sondeur à diffusion incohérente, la puissance de la raie dans le plasma en équilibre thermodynamique est dans le rapport $1/\alpha^2$ avec la puissance de la partie ionique du spectre ($\alpha = \lambda/(4\pi\lambda_D)$, λ_D longueur de Debye). En présence de photoélectrons, la puissance de la raie augmente dans le rapport T_p/T , où T est la température des électrons thermiques et T_p est la pseudo-température définie par :

$$T_p(v_\phi) = T \frac{f^1(v_\phi) + \chi}{-KT \frac{df^1(v_\phi)}{dE} + \chi} \quad (1)$$

où $f^1(v)$ est la distribution unidimensionnelle des électrons du milieu le long de la direction d'observation et est définie par

$$f^1(v) = \int_{\vec{v}} f(\vec{v}) 2\pi v dv \quad (2)$$

où f est la distribution des électrons au sens ordinaire, supposée isotrope,

χ est un facteur représentant l'effet des collisions électrons-ions,

E est l'"énergie de phase" de l'onde correspondant à sa vitesse de phase

$$v_\phi = \frac{\omega_p \lambda}{4\pi \cos \frac{\phi}{2}} \quad (3)$$

ω_p est la pulsation de la raie de plasma, ϕ est l'angle entre les directions d'émission et de réception.

Le rapport T_p/T atteint des valeurs de l'ordre de 100 dans le cas de l'expérience du sondeur du CNET aux environs du maximum de la région F .

Le spectre de la raie de plasma est donné par (Perkins et Salpeter, 1965) :

$$S(\omega) = \frac{\omega_r^2}{4q} \quad (4)$$

$$\frac{[f^1(v_\phi) + 2q^3 KT \bar{v} \pi^{-1} m^{-1} \omega_r^{-4}]}{(\omega - \omega_r)^2 + \omega_p^4 \omega_r^{-4} \left[\bar{v} - \frac{\pi}{2} \omega_r^3 q^{-2} \left(\frac{\partial f^1}{\partial v} \right)_{v_\phi} \right]^2}$$

où

$$q = \frac{4\pi}{\lambda} \cos \frac{\phi}{2}$$

et

$$\omega_r^2 = \omega_p^2 + \frac{3KTq^2}{m} \quad (5)$$

et \bar{v} est la fréquence moyenne de collision électrons-ions.

Le maximum du spectre est à $\omega = \omega_r$, peu différent de ω_p (la différence est de l'ordre de 50 kHz).

Le spectre a donc une forme lorentzienne, dont la largeur est

$$\Delta\omega = \left(\frac{\omega_p}{\omega_r} \right)^2 \left[\bar{v} - \frac{\pi}{2} \frac{\omega_r^3}{q^2} \left(\frac{df^1}{dv} \right)_{v_\phi} \right]$$

Une première contribution à cette largeur vient des collisions qui, dans le cas général de notre expérience, est toujours faible ($\Delta\omega_{\text{coll}} < 1$ kHz).

Le reste du terme $\Delta\omega$ représente l'élargissement dû à l'amortissement Landau et peut être décomposé en deux termes en mettant la fonction de distribution $f(v)$ [donc aussi $f^1(v)$ d'après (2)] sous la forme :

$$f(\vec{v}) = f_m(\vec{v}) + f_p(\vec{v}) \quad (6)$$

le premier terme étant la distribution maxwellienne des électrons thermiques et le deuxième terme représentant la contribution des photoélectrons. En règle générale, l'élargissement dû au premier terme est de l'ordre de 100 Hz alors que l'élargissement dû à l'amortissement Landau par les photoélectrons est de l'ordre de quelques kHz. C'est donc ce dernier facteur d'élargissement qui est prépondérant : on peut le mettre sous la forme

$$\Delta\omega_{ph} = \pi^2 \omega_p \frac{\sqrt{2mE_\phi}}{N} F(E_\phi), \quad \text{où } F(E_\phi)$$

est le flux de photoélectrons par unité d'énergie. Cette relation montre que $\Delta\omega_{ph}$ est directement proportionnelle au flux de photoélectrons $F(E_\phi)$. Yngvesson et Perkins (1973) ont étudié l'influence du champ magnétique sur ces résultats : il ressort de cette étude que, dans le cas de la station de Nançay où la direction d'observation est voisine de la direction du champ magnétique (angle de l'ordre de 7° en moyenne), il est légitime de négliger l'effet du champ magnétique ; pour la station de Mende, cet angle est de l'ordre de 30° et il faudra faire le traitement complet.

2. Equipement expérimental

Si ω_0 est la pulsation de l'onde émise par le sondeur, on cherche à observer les 2 raies de plasma "haute" et "basse" aux pulsations $\omega_0 + \omega_r$ et $\omega_0 - \omega_r$. A Nançay, l'analyse se fait à l'aide de 20 filtres de

25 kHz de largeur de bande, couvrant donc une bande totale de 500 kHz. Comme ω , varie comme la fréquence de plasma, c'est-à-dire entre 3 MHz et 15 MHz, il est nécessaire de suivre la raie dans son déplacement à l'aide d'un oscillateur variable (145-185 MHz) qui permet de déplacer la bande de 500 kHz d'analyse sur 40 MHz autour de la fréquence centrale. On choisit le temps d'intégration du signal suivant deux critères : la mesure ayant lieu à altitude fixe, il ne faut pas que la raie se déplace de plus de 500 kHz pendant le temps d'intégration pour ne pas sortir de la fenêtre d'analyse d'une part, et d'autre part il faut un temps suffisant pour que les fluctuations statiques du signal ne soient pas trop importantes : on a choisi un temps d'intégration de 35 s qui conduit à une fluctuation statistique de l'ordre de 15 % sur le signal. La mesure du bruit s'obtient en déplaçant la fenêtre de réception de 1,5 MHz par rapport à la fréquence d'émission. La normalisation du signal est faite à partir de la puissance du spectre ionique.

3. Paramètres mesures - Résultats préliminaires

3.1. - Interprétation du spectre mesuré

La formule (4) qui donne l'expression du spectre de la raie de plasma $S(\omega)$ n'est vraie que pour un plasma homogène en densité électronique. Ce n'est évidemment pas le cas du plasma ionosphérique. Pour l'interprétation du spectre mesuré, nous avons supposé que N_e ne dépendait que de z .

Dans ces conditions, le spectre mesuré $S_M(\omega)$ s'écrira

$$S_M(\omega) = \int_{\text{lobe}} S(\omega, N(z)) K(z) dz \quad (7)$$

où $K(z)dz$ représente le volume d'une petite tranche horizontale du volume diffusant, prise à l'altitude z , et l'intégrale est étendue à tout le lobe de l'antenne. Pour le sondeur St Santin-Nançay, $K(z)$ est bien représentée par une gaussienne centrée à l'altitude de mesure z_0 d'écart quadratique moyen inférieur à 10 km.

Au paragraphe précédent, on a dit que la largeur de $S(\omega)$ ne pouvait excéder quelques kHz ; or un calcul simple montre que le gradient de densité électronique dans le volume diffusant donne, en général, à $S_M(\omega)$ une largeur au moins égale à 50 kHz (nous avons mesuré des raies ayant jusqu'à 200 à 300 kHz de large).

A des altitudes z_0 où existent de tels gradients (en fait partout sauf à l'altitude de $f_0 F_2$), on peut considérer que $S(\omega, N(z))$ prend la forme :

$$S(\omega, N(z)) = A(z) \delta(\omega - \Omega(z)) \quad (8)$$

$\Omega(z)$ étant la pulsation du maximum de la raie et $A(z)$ représentant sa puissance.

Dans ces conditions :

$$S_M(\omega) = \frac{A(z)K(z)}{\left| \frac{d\Omega}{dz} \right|} \quad \text{avec} \quad \omega = \Omega(z) \quad (9)$$

z et ω étant reliés entre eux par la fonction $N(z)$ ou $\Omega(z)$, pulsation de plasma.

$K(z)$ varie beaucoup plus vite que $A(z)$ dans le volume diffusant si bien que l'on peut prendre $A(z) = P$, puissance de la raie dans le volume diffusant. Dans ces conditions, on arrive à une forme simple de $S_M(\omega)$ ou mieux de $S_M(f)$, en supposant $\Omega(z)$, linéaire :

$$S_M(f) = \frac{P}{\sqrt{\pi L}} \exp \left[-\left(\frac{f-f_0}{L} \right)^2 \right] \quad (10)$$

Donc si z_0 est différent de l'altitude de $f_0 F_2$, le spectre mesuré dépend de trois paramètres qui sont :

P = puissance "moyenne" de la raie dans le volume diffusant,

f_0 = fréquence de plasma à l'altitude z_0 d'observation (centre du lobe),

$L = k\sigma$, k étant le gradient de fréquence de plasma supposé constant dans le volume diffusant,

σ étant l'écart quadratique moyen de $K(z)$

L étant la largeur de la raie.

Cette expression ne tient pas compte de l'élargissement dû à la variation temporelle de f_0 . Elle n'est donc applicable que dans les cas où l'élargissement dû au lobe est prépondérant.

On calcule ces trois paramètres par régression non linéaire à partir du spectre mesuré. Cette méthode permet d'obtenir une précision de l'ordre de 10 kHz sur f_0 et de 10 à 15 % sur L avec un temps d'intégration de 30 s.

Les figures 1, 2 et 3 montrent des raies de plasma obtenues à Nançay ainsi, que les raies théoriques obtenues par régression. La raie de la figure 3 a été obtenue alors que le maximum de la couche était à l'altitude de mesure (225 km), elle ne relève donc pas du traitement décrit.

Sur la figure 4, on montre un exemple de variations temporelles des trois paramètres P , f_0 et L . L'échantillon que nous avons représenté montre que la couche F est montée et que son maximum a atteint 225 km vers 14 h 44.

En plus de ces variations lentes de la fréquence de plasma, on observe des fluctuations plus rapides de période comprise entre 20 et 30 mn. Ces fluctuations

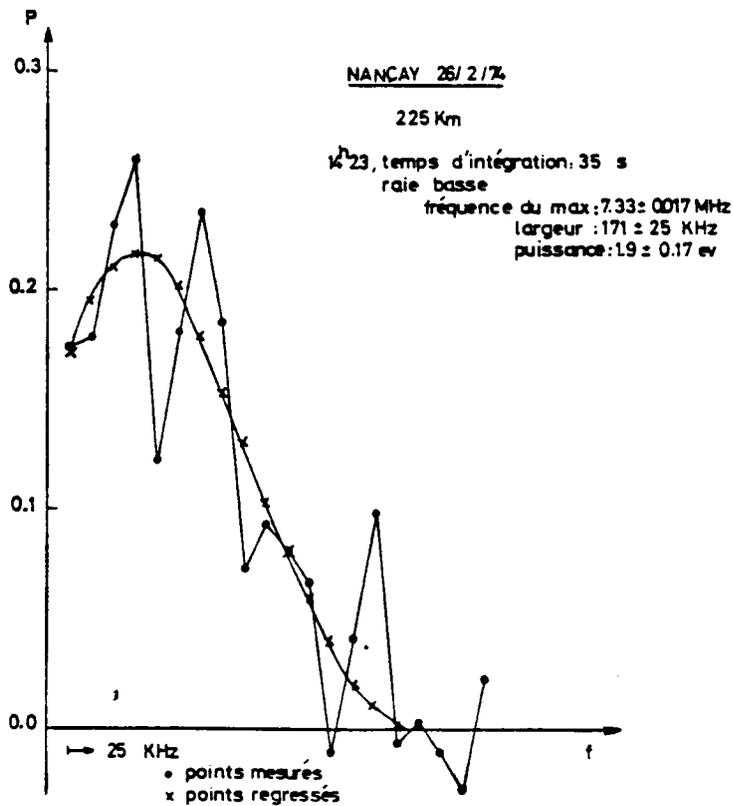
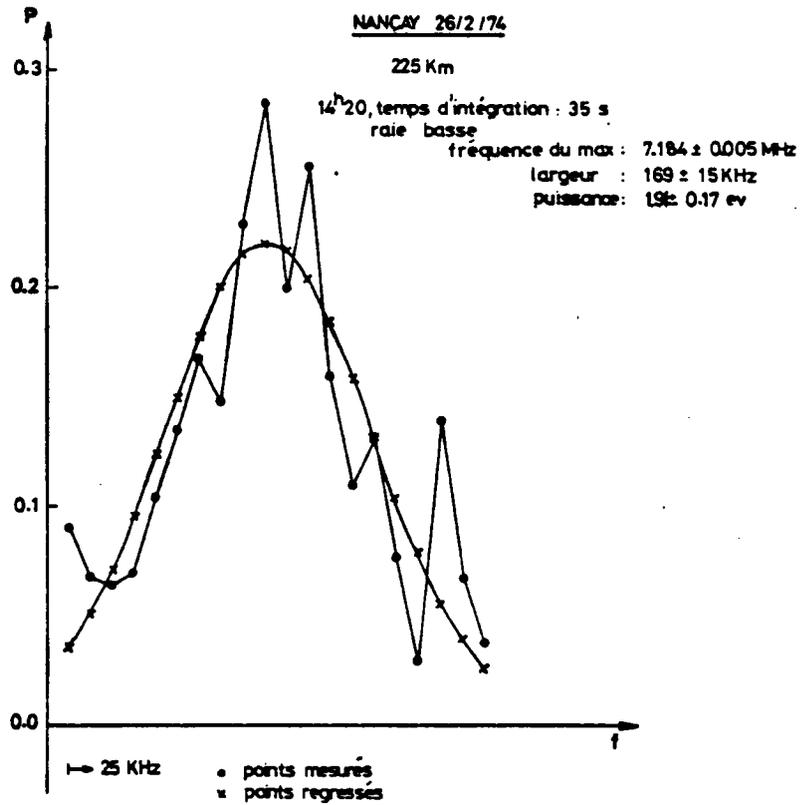


Fig. 1 et 2

Raies de plasma obtenues à Nancay à une altitude différente de celle du maximum d'ionisation. On voit que la méthode de régression employée permet, dans une certaine mesure, de rattraper un mauvais positionnement d'oscillateur local.

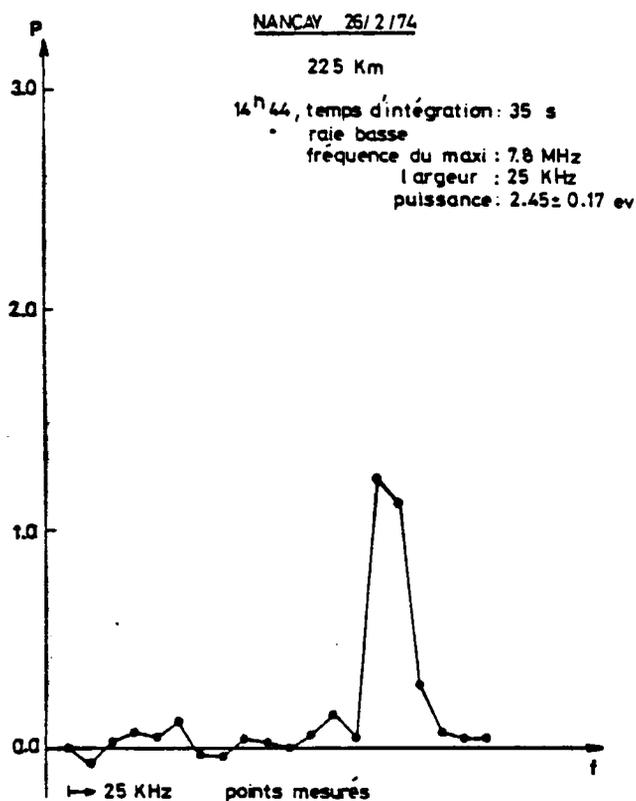


Fig. 3

Raie de plasma obtenue à Nançay à une altitude proche de celle du maximum d'ionisation. La méthode de régression ne s'applique plus. Une meilleure résolution en fréquence devrait conduire dans ces cas là à une mesure de la largeur intrinsèque de la raie qui donne directement le flux de photoélectrons.

se retrouvent sur la plupart des mesures effectuées et à toutes les altitudes. On en montre un exemple sur la figure (5).

Un cas particulier est celui de la mesure à l'endroit du maximum de densité de la région F : l'influence du volume diffusant sur la largeur de la raie ne se fait sentir que faiblement à cause du plus faible gradient et seulement aux fréquences inférieures à $f_0 F2$. Pour les fréquences supérieures à $f_0 F2$ et en l'absence de fluctuations temporelles, on devrait alors obtenir la largeur naturelle de la raie : cela ne sera possible que dans l'expérience projetée à la nouvelle station de réception de Mende, à l'aide d'une analyse par corrélation, les filtres équivalents pouvant être de largeur 2 kHz.

3.2. - Intensité de la raie

Si la fonction de distribution f est décomposée suivant (6), la relation (1) peut s'écrire :

$$T_p = T \frac{f_m(v_\phi) + \int_{E_\phi}^{\infty} \pi m_e \frac{F}{E} dE}{f_m(v_\phi) + KT \pi m_e \frac{F(E_\phi)}{E_\phi}} \quad (11)$$

où $F(E)$ représente la distribution en énergie du flux de photoélectrons. A cause de la fréquence élevée de l'onde émise par le sondeur du CNET (935 MHz), les vitesses de phase v_ϕ données par (3) sont faibles, et, dans la relation (6), les termes "maxwelliens" $f_m(v_\phi)$ ne sont pas négligeables en général par rapport aux termes représentant la contribution des photoélectrons, et deviennent même vite prépondérants dès qu'on s'éloigne par trop de la région du maximum de densité électronique. C'est la raison pour laquelle jusqu'à présent nous n'avons pu obtenir des mesures de raies de plasma qu'entre 165 et 350 Km, la plupart des mesures étant faites à 180, 225 Km et 250 km. Un autre inconvénient de cet état de fait est dû à ce que E est toujours inférieur à 5eV. Il n'est donc pas possible d'envisager l'application à ces mesures de méthodes d'analyses développées par Yngvesson et Perkins (1973), Cicerone et Bowhill (1970) ou Wickwar (1971), quelle que soit la validité de ces méthodes.

On ne développe pas ici une méthode d'analyse de la puissance mesurée en termes de flux de photoélectrons ; ce sera l'objet d'une étude prochaine. Quelques constatations morphologiques peuvent être faites dès maintenant : la puissance de la raie "haute" excitée par les photoélectrons dont la vitesse est dirigée vers le bas, est du même ordre que la puissance de la raie "basse" excitée par les photoélectrons dont la vitesse est dirigée vers le haut. Ce fait n'est pas surprenant vu que les mesures sont faites à une altitude où le flux de photoélectrons est à peu près isotrope à cause du grand nombre de collisions.

La plupart du temps, les variations temporelles de la fréquence de plasma et de la puissance de la raie sont corrélées : c'est évidemment vrai des variations lentes juste après le lever du soleil, ou avant le coucher, car à la fois densité électronique et flux de photoélectrons croissent ou décroissent en fonction du temps. Mais c'est aussi vrai de variations lentes au cours de la journée, ou même de variations rapides de périodes 25 mn. Sur les figures 5 et 6, on peut constater une variation semblable sur la puissance et sur la fréquence. Par contre, dans certains cas, comme celui représenté sur la figure 4, on a constaté que les fluctuations de l'intensité étaient en anti phase avec les fluctuations de la fréquence de la raie. Une explication possible de ces deux phénomènes peut être retrouvée dans la forme de la fonction $F(E)$ au voisinage de l'énergie mesurée. On a anticorrélation si

$f(E) \left(\sim \frac{E}{E} \right)$ est une fonction croissante et corrélation si $f(E)$ est décroissante.

Enfin, on a constaté que, si comme le montre la figure 4 on pouvait mesurer la variation de la puissance de la raie dans le temps aux altitudes voisines du maximum de la région F , par contre, à basse altitude (180 Km et surtout 165 Km) cette régularité

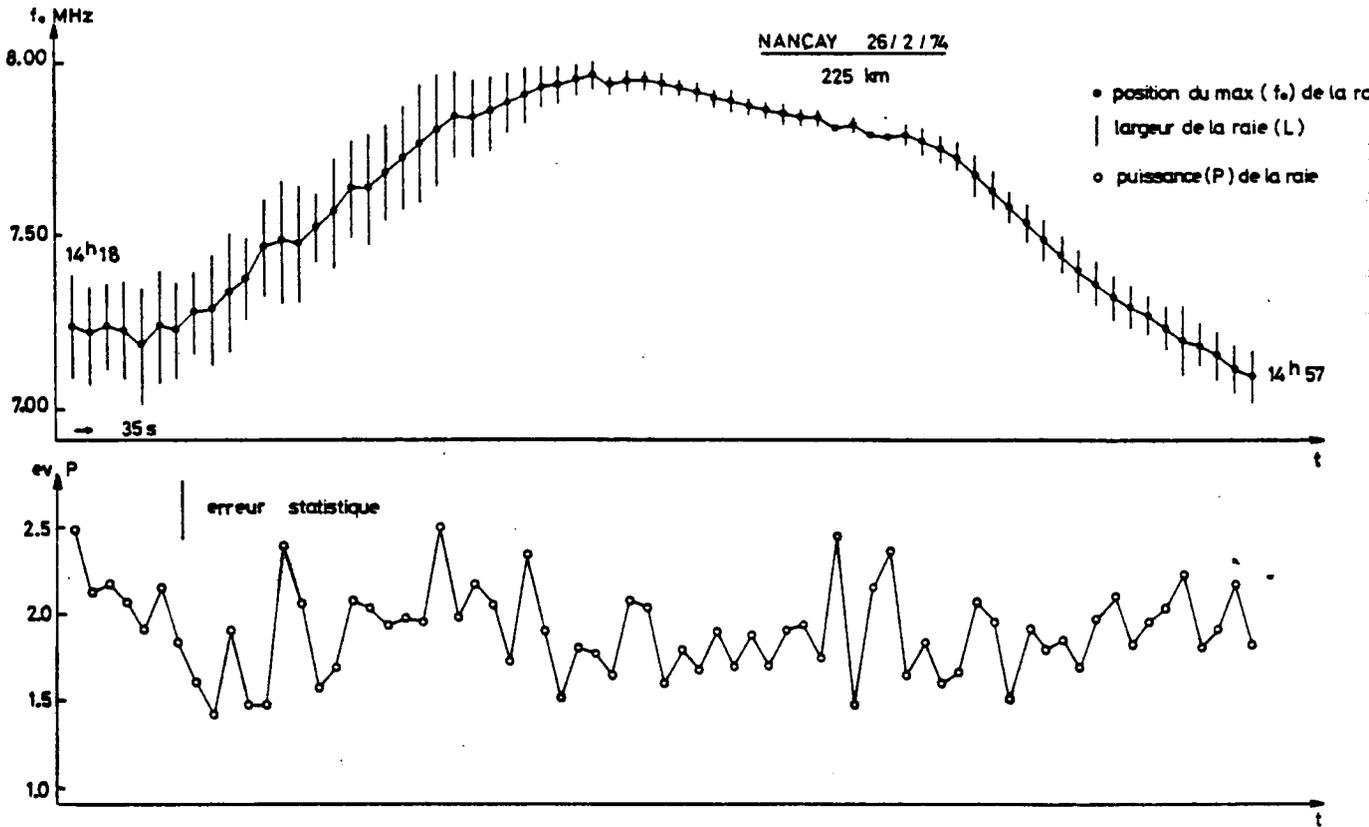


Fig. 4

Exemple de variations temporelles des 3 paramètres obtenus à partir des raies de plasma. On observe dans ce cas une légère anticorrélation entre la puissance de la raie et la position de son maximum. Il y a 35 s entre deux points de mesure.

disparaissait totalement : par périodes, la raie était mesurable puis elle disparaissait totalement sans qu'on ait pu la suivre à l'aide de l'oscillateur variable, et enfin réapparaissait à la même fréquence et avec la même puissance quelque temps après. Il est difficile de trouver une explication valable à ce phénomène : on peut envisager une augmentation de température électronique sans changement de densité, ou bien s'accompagnant d'une si rapide diminution de la densité qu'il n'a pas été possible de suivre la raie ; ou encore une très soudaine diminution du flux de photoélectrons. Quoi qu'il en soit, on doit retenir qu'à ces altitudes basses la variabilité est plus importante, la raison générale étant les très faibles valeurs de v (ou E).

4. Conclusion

Par la présentation de ces quelques résultats préliminaires, on a voulu montrer le grand intérêt que représente la mesure des raies de plasma par un sondeur bistatique. La difficulté principale était la re-

cherche de la raie, contrairement aux systèmes monostatiques où, à fréquence f_p , inférieure à $f_0 F2$ fixée, on est toujours sûr de mesurer la raie à deux altitudes de part et d'autre du maximum. Cependant les mesures ont pu être effectuées, avec une résolution temporelle si bonne et une si grande précision qu'elles donnent accès à des mesures de fluctuations rapides de densité électronique jamais faites jusqu'à maintenant. Le second handicap est la faible longueur d'onde de travail, qui rend difficile la détermination directe des flux de photoélectrons. Les quelques indications données ci-dessus permettent cependant de penser qu'un modèle simple permettra de déterminer les variations en temps et en altitude des flux de photoélectrons aux basses énergies.

Enfin, on peut raisonnablement espérer une mesure directe de la largeur naturelle de la raie au maximum de la région $F2$ quand le système de réception par corrélateurs sera installé à Mende : on aura ainsi accès directement au flux de photoélectrons.

Manuscrit reçu le 27 février 1975.

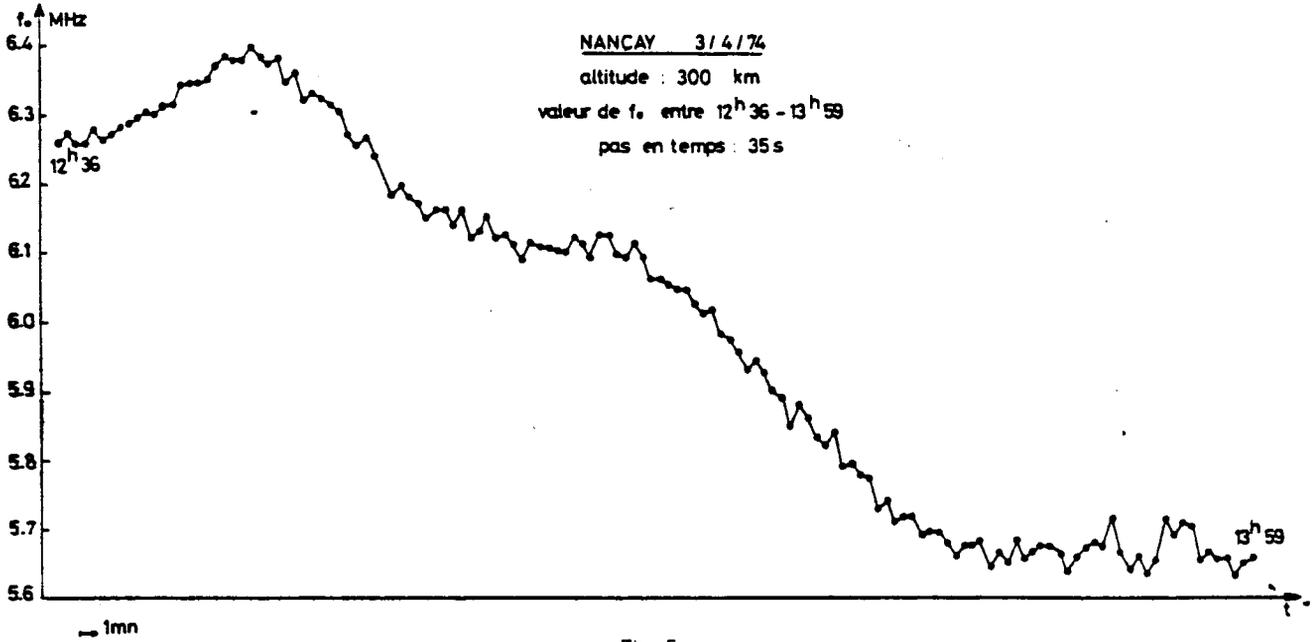


Fig: 5

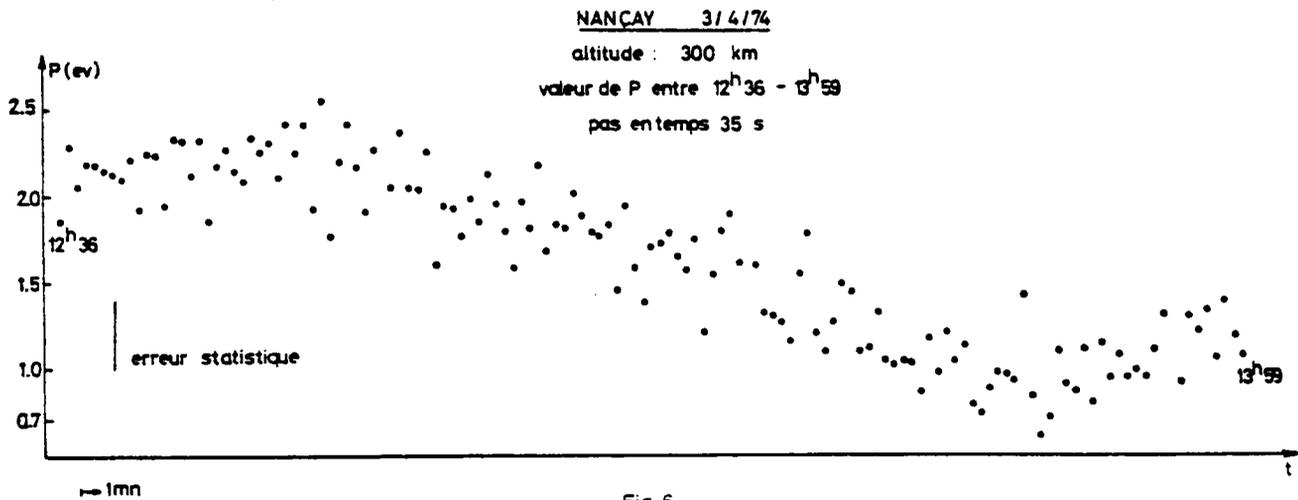


Fig: 6

Fig. 5 et 6

Autre exemple de variations temporelles. Sur la figure 5 on observe des variations de courtes périodes de la fréquence du maximum de la raie ainsi qu'un début d'oscillation de période de 25 à 30 mn. En rapprochant les figures 5 et 6, on note une corrélation entre la puissance et la fréquence du maximum. Il y a 35 s entre deux points de mesure.

Bibliographie

Caru H. et Lejeune G. - "Caractéristiques de raies de plasma observées en France par sondage à diffusion de Thomson", *C.R. Acad. Sc. Paris*, t. 266, p. 890-892, 1968.

Cicerone R.J. et Bowhill S.A. - "Monte Carlo and Thompson scatter plasma lines studies of ionospheric photoelectrons". *Aeron. Rep. 39*, Aeron. Lab., Univ. of Ill, Urbana (1970)

Perkins F. et Salpeter E.E. - "Enhancement of plasma density fluctuations by non thermal electron". *Phys. Rev.*, 139, A55, 1965.

Pines D. et Bohm D. - "A collective description of electronic interactions, 2, Collective vs individual particule aspects of interactions" *Phys. Rev.*, 85, 338, 1952.

Salpeter E.E. - "Electron density fluctuations in a plasma" *Phys. Rev.*, 120, 1528, 1960.

Salpeter E.E. - "Plasma density fluctuations in a magnetic field." *Phys. Rev.*, 122, 1663, 1961.

Wickwar V.B. - "Photoelectrons from the magnetic conjugate point studied by means of 6300 predawn enhancement and the plasma line enhancement".
Ph. D. thesis, Rice univ., Houston, Tex. 1971.

Yngvesson K.O. et Perkins F.N. - "Radar Thompson scatter studies of photoelectrons in the ionosphere and Landau damping".
J. Geophys. Res., 97-110, 1973.

Gravity wave detection in the lower thermosphere with the French incoherent scatter facility

DANIEL VIDAL-MADJAR

CNET-CRPE/ETE, 38-40 Rue du Général Leclerc, 92131 Issy les Moulineaux, France

(Received 31 October 1977)

Abstract—Very few gravity-wave measurements are available in the 100 to 120 km altitude range of the atmosphere. This paper illustrates the capability of the French multistatic incoherent scatter facility to fill this altitude gap in medium scale gravity-wave studies. We have been able to detect a particular gravity-wave and to compute its horizontal characteristics: horizontal wave-length: 51 km, azimuth: 294°, period: 15 min. Its associated vertical energy flux at 105 km was equal to $0.4 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$. This flux shows the importance of medium scale gravity-waves in the lower thermosphere equilibrium.

1. INTRODUCTION

Very few gravity wave measurements are available in the 100 to 120 km altitude range of the atmosphere. In particular, no direct detection technique is available for medium scale gravity waves, due partly to their small amplitude, and partly to the fact that very few methods allow for long duration measurements in this altitude range.

Information on medium scale gravity waves has been obtained by optical techniques and observations of noctilucent clouds below 100 km (HINES, 1968; KRASSOWSKY *et al.*, 1977), by CW phase path sounders above 120 km, and by the use of artificial contaminants such as sodium (KOCHANSKI, 1964). This paper illustrates the capability of the French multistatic incoherent scatter facility to fill the 100 to 120 km altitude gap in medium scale gravity wave studies. Using a suitable experimental procedure, we show how the measured parameters give access to the horizontal characteristics and energy fluxes of the detected waves. This technique is of prime interest, since it gives access to the origin of the waves, and to the associated energy flux at lower thermospheric heights.

In the first part of the paper we describe the experiment, the theory of measurement and the procedure used to deduce the wave parameters. In the second part, we study in detail an example of a medium-scale gravity wave (period 15 min, horizontal wave length 51 km, horizontal phase velocity 55 m s^{-1}). In particular the associated energy flux is directly derived from the measurements.

2. DESCRIPTION AND THEORY OF THE EXPERIMENT

2.1. Experimental procedure

The French multistatic incoherent scatter facility has been described in an earlier publication

(BAUER *et al.*, 1974). This paper is restricted to the specific experimental procedure used for gravity-wave detection in the lower thermosphere.

At the Saint Cassien (Monpazier) station, where two receiving beams are available, we pointed the antenna so as to receive the incoherent scatter signal from 105 and 115 km altitudes. At the Chabrits (Mende) station the intermediate altitude of 110 km was simultaneously observed. A common 5 min integration time was used at the two stations. At the Nançay station, we measured vertical profiles of incoherent scatter spectra between 95 and 180 km, including the 100, 110 and 120 km altitudes.

At these altitudes, the collision frequency is much greater than the ion gyrofrequency. Hence, the ion temperature can be equated to the neutral gas temperature and the ion velocity can be considered to be that of the neutral gas. In Fig. 1 we have plotted the neutral temperatures measured at Monpazier (105 km and 115 km) and at Mende (110 km) between 8, 13 and 10 h 43 (the 3 min time lag between successive points has been obtained by interpolation of the measured parameters in order to have time coincidence for the three stations).

2.2. Theory of the experiment

We have chosen to base our gravity-wave detection on the neutral temperature for the following two reasons. Being a scalar the time delay between its fluctuations at two altitudes provides directly the vertical wavelength and since it is measured with an absolute error of 10K, it allows for a better relative uncertainty than the neutral wind.

With the help of an intercorrelation program (BERTIN *et al.*, 1977) we can find coherent oscillations of temperatures between the three altitudes

observed from Mende and Monpazier. This program provides the period and the relative delays of the oscillations. From the delay between 110 and 115 km, we estimate the vertical wavelengths respectively at 107.5 and 112.5 km. Knowledge of the vertical wavelengths is not self sufficient, since gravity waves are essentially defined by their horizontal wave vector. To derive it from the vertical wavelengths at two altitudes, we must use the dispersion relation:

$$k_z^2 = \frac{2-\gamma}{2C_0^2} gQ + k_0^2 \left(1 - \frac{\omega_a^2}{\omega'^2}\right) + k_H^2 \left(\frac{\omega_G^2}{\omega'^2} - 1\right) - \frac{Q^2}{4} \quad (1)$$

where: k_z = vertical wave number at the altitude h ; $\gamma = C_p/C_v$, ratio of specific heats; C_0 = speed of sound at h ; g = acceleration of gravity at h ; ω_a = acoustic cut off frequency at h ; ω_G = Brunt-Vaissalä frequency at h ; ω = wave pulsation; $\omega' = \omega - \mathbf{k}_H \cdot \mathbf{V}_0$, Doppler shifted pulsation; \mathbf{V}_0 = mean wind vector, $\mathbf{V}_0 = (U_0, V_0, 0)$ is considered as horizontal; k_H = horizontal wave vector; $k_0 = \omega'/C_0$;

$$Q = (k_x/\omega') \frac{dU_0}{dz} + (k_y/\omega') \frac{dV_0}{dz}$$

The axes are defined as Ox positive southward, Oy positive eastward, and Oz positive upward.

It is clear from (1) that to obtain k_H from k_z at two altitudes h_1 and h_2 , it is necessary to know the mean temperature T_0 , the mean wind \mathbf{V}_0 , and their vertical derivatives at h_1 and h_2 . We shall call this set of parameters 'the mean state of the atmosphere'. It is also provided by our incoherent scatter measurements: the mean temperatures at 105, 110 and 115 km are obtained by a filtering of the temperature variations eliminating short period oscillations (less than about 1 h). The same filter is applied to the measured drift velocities and from two directions of observation (Mende or Monpazier and Nançay) we deduce the mean horizontal wind. The mean vertical gradients for both temperature and wind are calculated by finite differentiation.

For the determination of k_H , there are two unknown quantities, for example the horizontal wavelength λ_H and the azimuth φ . By the determination of k_z at two altitudes (107.5 and 112.5 km), we have two independent equations from relation (1). Each equation is a 4th degree polynomial in λ_H and φ . Consequently there are generally two solutions to the system and it is not possible to make a choice, *a priori*, between them.

The deduced horizontal wave vectors can be checked by comparing the relative phases and amplitudes of winds and temperatures at each altitude

(105, 110 and 115 km) with those deduced from the theoretical dispersion and polarization relations.

3. 21/04/1977 EXPERIMENT

On 21 April 1977 many coherent oscillations between two altitudes (and sometimes between three altitudes) were observed. In particular, five 'coherent' oscillations of the temperatures were potentially interpretable in terms of gravity waves. In order to avoid any mistake, four of these five were eliminated by applying the following criteria: (1°) No coherent oscillation between wind and temperature. (2°) No oscillation of the autocorrelation of the temperature at one altitude. (3°) Too small an amplitude of fluctuation. This last criterion is essentially subjective. It is often not satisfied when one of the two first criteria are not satisfied.

We now discuss the remaining case of oscillation, and finally evaluate the vertical energy flux of the wave. This important parameter gives some insight into the role played by gravity wave dissipation in the energy budget of the thermosphere.

3.1. Derivation of the horizontal wave number

The oscillation is studied by an analysis of five overlapping windows of one hour each. Table 1 indicates the corresponding times, as well as the mean state of the atmosphere for each window. We also indicate error bars for the mean wind since this quantity is known to change rapidly in two hours mainly as a result of tidal oscillations. The 'mean state of the atmosphere' at 107.5 and 112.5 km has been calculated by linear interpolation. We will discuss later the value of the vertical temperature gradient at 110 km which is not given by a difference between the temperatures at 105 and 115 km.

The measured characteristics of the wave are summed up in Table 2. Its mean period is 15 min (3 times the sampling period). The greatest possible vertical wavelength at 107.5 km is about 10 km and at 112.5 km about 5 km. These numbers are clearly visible in Fig. 1.

The two solutions for λ_H and φ are given in Table 2. It is possible to use smaller wavelengths, but other choices did not lead to any solution. The error bars on the horizontal wavelength and on the azimuth are those deduced from the error bars on the mean wind (Table 1).

In Table 2, one can see that the first solution ($\lambda_H = 57$ km, $\varphi = 195^\circ$) is not satisfied for windows 4 and 5. The second solution gives the following horizontal parameters: $\lambda_H = (51 \pm 20)$ km, $\varphi = (294 \pm 36)^\circ$. In the following paragraph we will see that the most likely solution is the second one.

Table 1. Mean state of the atmosphere

Time window	T_M (°Kc)	$\frac{d}{dz} T_n$ (°Km ⁻¹)	Wind N-S (ms ⁻¹)	$\frac{d}{dz} V, N-S$ (s ⁻¹)	Wind W-E (ms ⁻¹)	$\frac{d}{dz} V, E-W$ (s ⁻¹)	Altitude (km)
8 h 13-9 h 10 n° 1	220	26×10^{-3}	-4 ± 5	$0,2 \times 10^{-3}$	32 ± 7	-13×10^{-3}	105
	284	26	-4 ± 5	0,2	0 ± 9	-13	107.5
	348	4.4	-2 ± 15	-2.3	-32 ± 5	-12	110
	359	4.4	-27 ± 5	-4.8	-60 ± 6	-11	112.5
	370	4.4	-27 ± 5	-4.8	-88 ± 3	-11	115
8 h 28-9 h 25 n° 2	230	24×10^{-3}	-11 ± 5	-1.1×10^{-3}	25 ± 7	-12.4×10^{-3}	105
	290	24	-11 ± 5	-1.1	-6 ± 9	-12.4	107.5
	350	2.6	-16 ± 10	-2.2	-37 ± 5	-11.6	110
	356	2.6	-33 ± 3	-3.3	-64 ± 4	-11	112.5
	363	2.6	-32 ± 3	-3.3	-91 ± 1	-11	115
8 h 43-9 h 40 n° 3	235	22×10^{-3}	-18 ± 5	-1.9×10^{-3}	18 ± 7	-11.6	105
	291	22	-18 ± 5	-1.9	-11 ± 7	-11.6	107.5
	347	1.8	-27 ± 12	-2.0	-40 ± 3	-10.8	110
	351	1.8	-3.8 ± 6	-2.0	-65 ± 4	-10.0	112.5
	356	1.8	-36 ± 6	-2.0	-90 ± 2	-10.0	115
8 h 58-9 h 55 n° 4	240	20×10^{-3}	-27 ± 10	-3×10^{-3}	-13 ± 7	-11×10^{-3}	105
	290	20	-26 ± 10	-3	-28 ± 7	-11	107.5
	340	1.6	-40 ± 12	-2	-42 ± 3	-7.5	110
	344	1.6	-45 ± 10	-0.8	-66 ± 4	-9.0	112.5
	348	1.6	-43 ± 10	-0.8	-89 ± 3	-9.0	115
9 h 13-10 h 10 n° 5	245	17×10^{-3}	-34 ± 15	-4.3×10^{-3}	-6 ± 5	$-10. \times 10^{-3}$	105
	287	17	-34 ± 15	-4.3	-25 ± 5	-10	107.5
	330	2.0	-56 ± 20	-2.0	-44 ± 3	-8.0	110
	335	2.0	-54 ± 10	+0.4	-65 ± 6	-8.0	112.5
	340	2.0	-52 ± 10	0.4	-86 ± 5	-8.0	115

For the derivation of the horizontal wave vector we have implicitly made the assumption that the W.K.B. approximation is applicable. The values of the horizontal parameters are such that we are not near either a reflection level ($\omega' \approx \omega_G$) or a critical level ($\omega' \leq 0$). So there is no contradiction between the assumption and the result.

We will now use the wind measurements for an independent test of our derivation.

3.2 Comparisons between theory and experiment

With the French incoherent scatter facility, below 120 km, we can measure two important parameters. We have used the first one (the neutral temperature). It is now necessary to compare the theoretical deduction of the amplitude of the wind oscillation and of its phase relation with the temperature oscillation.

Table 2. Characteristics of the wave

Window	Vertical wavelength at 107.5 km	Vertical wavelength at 112.5 km	Horizontal wavelength (km)	Azimuth °	Period min
1	11	4.7	60 ± 15	204 ± 6	15.5
			55 ± 7	294 ± 12	
2	9.5	5.1	57 ± 3	198 ± 6	15.5
			45 ± 10	306 ± 12	
			55 ± 3	186 ± 6	
3	8.9	5.2	35 ± 15	312 ± 12	15.5
				?	
4	9.3	4.9	≥ 75		14.7
			55 ± 15	288 ± 12	
5	11.9	5.0	≥ 75		14.8
			55 ± 15	288 ± 24	

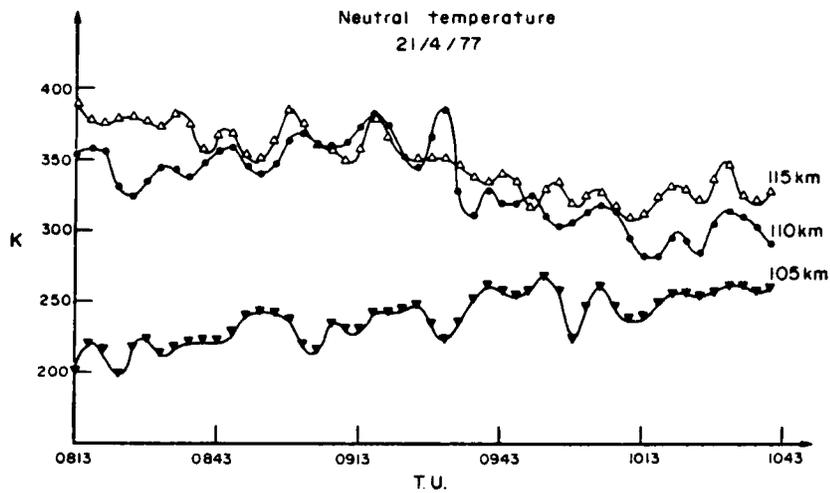


Fig. 1. Neutral temperatures measured with the French incoherent scatter facility at 3 altitudes simultaneously. A gravity wave signature is clearly visible. Its period is 15 min and its vertical wave length at 107.5 km is about 10 km and at 112.5 km about 5 km.

What is called 'wind' here is the projection on the upward vertical of the Doppler shift (converted in m s^{-1}) in the direction of observation.

With the help of the measured mean state of the atmosphere at 105, 110 and 115 km and of the polarization relations we can calculate predicted values of the phase and the amplitude of the 'wind' at these three altitudes.

As a first result, solution 1 is not satisfactory. The results for the second solution are given in Table 3. This solution was found to be satisfactory for 105 and 115 km. At 110 km it is not satisfactory if we adopt the value of the mean temperature

gradient found by taking the difference between the mean temperature at 105 and 115 km (or at 100 and 120 km, using the Nançay measurements). The value which was adopted to obtain a good agreement is the value at 112.5 km (obtained by difference between 110 and 115 km). This difficulty shows that a good knowledge of the mean state of the atmosphere is necessary for the interpretation of this type of gravity waves in the E region.

In Table 3, we have written the values of the temperature oscillation amplitudes. Knowing these values, and with help of the polarizations relations, we can estimate the upward energy at 105, 110 and

Table 3. Comparisons between theory and experiment

	Measured	Calculated
Period of the wave	15 min	/
Horizontal wavelength		(51 ± 20) km
Azimuth of propagation	/	$(294 \pm 36)^\circ$
Phase between the parameter 'wind' and the temperature at		
105 km	6.8 min	6 min
110 km	8.5 min	11 min
115 km	4.2 min	5 min
Amplitude of the perturbed temperature at		
105 km	5 K	
110 km	5.5 K	
115 km	7.4 K	
Amplitude of the perturbed parameter 'wind' at		
105 km	1.8 m s^{-1}	1.3 m s^{-1}
110 km	3.3 m s^{-1}	3.0 m s^{-1}
115 km	2.6 m s^{-1}	2.2 m s^{-1}

115 km. For this estimation we used the formula of HINES *et al.* (1967), which takes into account the background mean wind;

$$E_z = \frac{\omega}{\omega'} \frac{1}{2} \text{Real}(\Delta p \Delta W^*) \quad (2)$$

where Δp is the perturbed pressure and ΔW the perturbed vertical speed.

With this formula we find $0.4 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ at 105 and 110 km. The value found at 115 km is much smaller. A tentative explanation comes after noticing that at 105 and 110 km, we have $\omega' = 6 \times 10^{-3}$ and at 115 km $\omega' = 6 \times 10^{-4}$. We are thus closer to a critical point at 115 km than at 105 and 110 km, and therefore a linear estimate of the energy flux is no longer valid.

The value of the vertical energy flux is one quarter of the normalized EUV energy flux within the thermosphere (ALCAYDÉ, 1975). This type of energy transport is certainly very important for the local equilibrium of the thermosphere.

In a study of the propagation of medium scale gravity waves in the thermosphere (VIDAL-MADJAR, 1978), we have shown that gravity waves with a phase velocity smaller than 100 m s^{-1} cannot propagate above 200 km. Since the wave studied

here has a phase velocity of 55 m s^{-1} , we can be sure that its energy is dissipated (essentially by viscosity and thermal conduction) between 120 and 160 km.

CONCLUSION

We have shown that the incoherent scatter technique can be used to detect medium scale gravity-waves in the lower thermosphere. We have developed for this purpose a procedure by means of which the horizontal parameters of the wave are derived from its vertical characteristics, thanks to the capability of the incoherent scatter technique to observe simultaneously several heights. Applying this technique to one day of continuous observations, we were able to identify a particular gravity wave and to compute its associated energy flux, which was found to be about $0.4 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$.

From a systematic use of this technique, we expect to provide new information on the origins (with the help of a ray tracing analysis (BERTIN *et al.*, 1977)), and on the energetics of medium scale gravity waves in the range of phase velocities smaller than 100 m s^{-1} , a spectral domain which until now has never been explored at those heights.

REFERENCES

- | | | |
|----------------------------------------------|------|----------------------------------------------------------------|
| ALCAYDÉ D. | 1975 | Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse, France. |
| BAUER P., WALDTEUFEL P. and VIALLE C. | 1974 | <i>Rad. Sci.</i> 9 , 1977. |
| BERTIN F., TESTUD J., KERSLEY L. and REES P. | 1977 | to be published. |
| HINES C. O. | 1968 | <i>J. A. S.</i> 25 , 937. |
| KOSHANSKI A. | 1964 | <i>J. geophys. Res.</i> 69 , 3651. |
| KRASSOWSKY V. I. and SHAGAER M. V. | 1977 | <i>Planet. Space Sci.</i> 25 , 200. |
| VIDAL-MADJAR D. | 1978 | <i>J. atmos. terr. Phys.</i> in press. |

Theoretical study of propagation of short periodic gravity waves within the thermosphere. Application to the plasma line measurement and to a Faraday rotation experiment

DANIEL VIDAL-MADJAR

CNET-CRPE/ETE, 38-40, rue du Général Leclerc, 92131-Issy-les-Moulineaux, France

(Received 10 November 1976; in revised form 12 May 1977)

Abstract—The harmonic analysis of the plasma frequency fluctuations obtained with the plasma line experiment at St. Santin shows the existence of a noise of fluctuations for periods below 20 min. The main feature of this noise is to present a cut off low period which is essentially variable. A theoretical study of the propagation of short periodic gravity waves within a realistic thermosphere shows that the main parameter governing the position of the cut off frequency is the wind profile. The same theoretical study shows that the gravity waves of period between |16, 20| min can propagate essentially during the day, and the waves of period between |10, 13| min propagate during the night. This conclusion is in agreement with the results of a Faraday rotation experiment.

INTRODUCTION

Plasma line measurements, with help of the French incoherent scatter system, provide an absolute and very accurate determination of the electron density in the *F*-region of the ionosphere and with a time resolution of about 30 s. Such measurements constitute a very powerful tool for studying short term variations of electron densities.

In the first part of this paper we present experimental results on the statistical characteristics of these short term variations of the electron density, carried out from the Incoherent Scatter measurements, using technics of numerical filtering and spectral analysis. The obtained spectra of the plasma frequency fluctuations exhibit in most cases a frequency cut off close to the Brunt-Väisälä frequency which suggests that the electron density fluctuations are in fact induced by the presence of a spectrum of gravity waves in the neutral atmosphere.

The second part of the paper is an attempt of clarifying that interpretation. We examine theoretically how a broad spectrum of gravity waves generated below 120 km can propagate upwards and reach the upper thermosphere; we determine the characteristics of the subsequent gravity waves spectrum at the level of the *F*-region of the ionosphere and that of the resulting electron density fluctuations.

The propagation from 120 to 400 km of each wave composing the spectrum is described with help of a full wave analysis in which the damping mechanisms (heat conduction, viscosity, ion drag) are taken into account. The zero order state of the atmosphere introduced in the computation is as

realistic as possible: the temperature and wind profiles are that actually determined from the French incoherent scatter data. We find a good agreement between theoretical and experimental spectra.

PART I

1. EXPERIMENTAL REVIEW

1.1. *The frequency parameter of the 'plasma line'*

We give here a brief review of the theory of the experiment which is given elsewhere (VIDAL-MADJAR *et al.*, 1975). The measurement of the plasma line spectrum with the St. Santin-Nançay Incoherent Scatter sounder allows us to obtain 3 parameters:

The line intensity which is a function of the photoelectrons flux.

The line width which is determined by the electron density gradient in most cases.

The line frequency which measures the electron density.

We are interested here in the study of the third parameter. The frequency of the plasma line is given, neglecting the term proportional to the magnetic field, by:

$$f_p^2 = f_p^2 + \frac{3kT_e q^2}{4\pi^2 m_e} \quad (1)$$

k = Boltzman constant

T_e = electronic temperature

m_e = electron mass

$q = 4\pi/\lambda \cos \varphi/2$, λ is the wave length of the radio electric sounding ($\lambda = 0.30$ m) and φ is the angle between the directions of emission and reception.

f_p = plasma frequency at the middle of the diffusing volume.

The term proportional to the temperature is small compared with f_p , so we can rewrite (1):

$$f_r = f_p + \frac{3kq^2}{8\pi^2 m_e} \frac{T_e}{f_p} \quad (2)$$

For $T_e = 2000$ K and $f_p = 6$ MHz, the last term in (2) is equal to about 25 kHz. For the same conditions, to obtain a variation of 1 kHz on f_r we must have a variation of 80 K on T_e . Consequently, in the following discussion, we will assimilate the line frequency with the plasma frequency ($f_r = f_p$) and we will interpret the fluctuations of f_r as due essentially to the electron density fluctuations ($\Delta f_r = \Delta f_p$).

1.2. Description of the records

The experiment used for this study provides plasma line spectra regularly spaced in time (from 35 to 43 s, depending on the day) at fixed heights. The altitude of the sounding is changed every two hours or less.

So we have the frequency of the line every Δt ($35 \text{ s} < \Delta t < 43 \text{ s}$). For a given altitude we have seldom more than 200 points, most of the records have less than 150 points. A series of points for the same altitude will be designated by S:

$$S = \{f_r(t_0 + n\Delta t)\} \quad 0 \leq n \leq (N_T - 1) \quad (3)$$

t_0 is the time of the beginning of the record and N_T is the total number of points.

The frequency is obtained with an accuracy better than 10 kHz. An amplitude of fluctuations of 10 kHz is certainly due exclusively to electron density fluctuations as pointed out in Section 1.1.

2. HARMONIC ANALYSIS

2.1. Pretreatment of the records

2.1.1. *Choice of the records.* We have taken for our analysis the records which last at least 1 h 30 min. There are 12 such records for 6 days of experiment from January 74 to February 75 (Table 1).

If, during a record, we cannot obtain (for experimental reasons) the line frequency, we complete the hole by a linear interpolation. If there is more than two consecutive points missing, we do not take the record.

2.1.2. *The continuous component.* The length of our records prevents us to measure with a good accuracy the periods of the spectrum greater than 30 min. The existence of a strong component near the zero frequency is an obstacle to a good analysis of the fluctuations with small amplitudes and high frequencies, the reason for that is the following.

For harmonic analysis, the series S must be interpreted as the product of S_n

$$S_n = \{f_r(t_0 + n\Delta t)\} \quad \forall n \in \mathbb{Z} \quad (4)$$

by the temporal function

$$\begin{cases} C_r(t_0 + n\Delta t) = 0 & n < 0 \quad n \geq N_T \\ C_r(t_0 + n\Delta t) = 1 & 0 \leq n < N_T \end{cases} \quad (5)$$

The Fourier spectrum of S will be the convolution product of the spectrum of S_n (which is the interesting thing) by the spectrum of C_r . Because of this product, we will find a part of the continuous component at all frequencies. As this component has a very great amplitude compared to the amplitudes of the fluctuations we want to measure, the spectrum of S will give us essentially the rebounding of the continuous component.

Table 1

Day	Altitude km	Time	f1 (mn)	amplitude kHz
23/01/74	180	1106-1305	9	28
26/02/74	225	1313-1521	10.5	19
3/04/74	250	0823-1046	12	9.5
17/09/74	275	1433-1634	14	6.6
17/09/74	225	0900-1114	11	8
17/09/74	180	1326-1526	10.5	5
17/09/75	250	1537-1738	line at 12'	26
15/10/74	250	0847-1047	14	8
15/10/74	275	1457-1712	13.5	7.6
13/02/75	225	0806-0943	10.5	8.4
13/02/75	250	1043-1224	11	15
13/02/75	225	1241-1421	12	13

Amplitude and value of the limit frequency

In order to eliminate these very low frequencies components, we suppose that they are well fitted by the Taylor expansion limited to the second order of $f_r(t)$. We keep for the analysis the residue $\hat{f}_r(t)$.

$$f_r(t) = C + Bt + At^2 + \hat{f}_r(t) \quad (6)$$

A, B, C are obtained by the least square fit method. Figure (1) shows an example of $f_r(t)$ compared to $\hat{f}_r(t)$.

2.1.3. *Filtering.* In $\hat{S} = \{\hat{f}_r(t)\}$ there are still great amplitude components of periods greater than 30 min. To avoid contamination, we apply to S a numerical filter (MASSEBEUF, 1975).

$$\hat{f}_n(t_i) = \sum_{n=-N}^{n=N} A_n \hat{f}_r(t_i + n\Delta t) - f_r(t_i) \quad (7)$$

with

$$A_0 = 2\Delta t f_0$$

$$A_n = \frac{1}{n\pi} \sin(2\pi n \Delta t f_0).$$

In these formulae, f_0 is approximately the low cut off frequency for 3 dB, the number of points N determines the shape of the filter.

Because of the problems of edges, the filtered series has $2N$ points less than the original one. For our applications we have taken $T_0 = 30$ min, N between 14 and 16 (for the same shape, N depends on the sampling rate). In all the figures we show the filter gain. Some experiments on simulated numerical signals have shown us that the elimination of

the mean parabola followed by filtering was better, for our records, than the filtering alone. This is due in part to the rebounding of the filter for the low frequencies which can reach 10%. The interest of the filter we use is that we obtain good results on the slope with N -relatively small.

2.2. Power spectrum

2.2.1. *Correlation analysis.* To obtain the power spectrum of \hat{S} we calculate the correlation function on R points by the following method.

$$C(\tau) = \sum_{i=1}^{N_r-1} (f_r(t_0 + j\Delta t) \times f_r(t_0 + (j+1)\Delta t)) \quad 0 \leq i \leq R-1 \quad (8)$$

This function is the true correlation function multiplied by a window in $1/i$. This method gives less importance to the last points which are those calculated with the smallest precision.

Before the calculation of the Fourier Transform of $\{C(\tau)\}$, we multiply the correlation function by the Papoulis apodisation window (PAPOULIS, 1973). The main feature of this window is to introduce no negative and only little positive reboundings (about 10^{-3} of the principal lobe). The formula of this window is:

$$W_0(t) = \frac{1}{\pi} \left| \sin \frac{\pi t}{M} \right| + \left(-\frac{|t|}{M} \right) \cos \left(\frac{\pi t}{M} \right) \quad |t| < M \quad (9)$$

M is the maximum delay for the calculation of the correlation function.

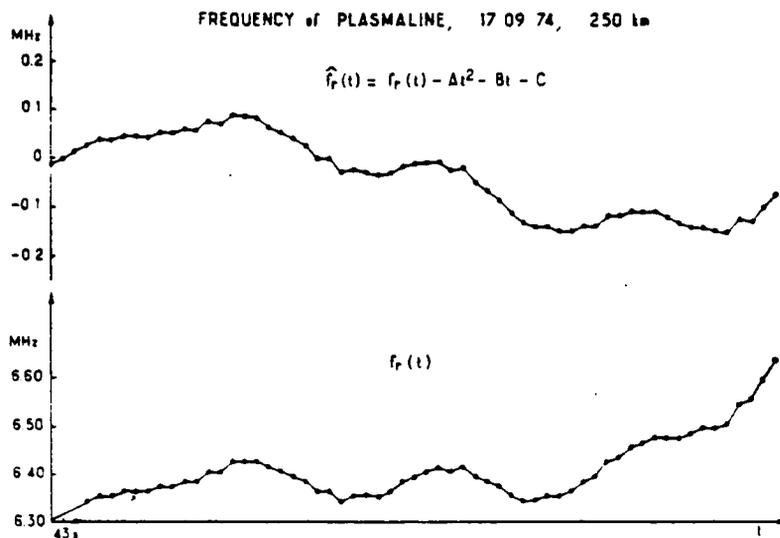


Fig. 1. An example of a plasma line frequency record. We have plotted the frequency $f_r(t)$ as a function of time and $\hat{f}_r(t)$ which is $f_r(t)$ minus the mean parabola (see section 1, II-a, 2). On this record, one can see an oscillation of period 12 min and 25 kHz of amplitude.

In order to eliminate these very low frequencies components, we suppose that they are well fitted by the Taylor expansion limited to the second order of $f_r(t)$. We keep for the analysis the residue $\hat{f}_r(t)$.

$$f_r(t) = C + Bt + At^2 + \hat{f}_r(t) \quad (6)$$

A, B, C are obtained by the least square fit method. Figure (1) shows an example of $f_r(t)$ compared to $\hat{f}_r(t)$.

2.1.3. *Filtering.* In $\hat{S} = \{\hat{f}_r(t)\}$ there are still great amplitude components of periods greater than 30 min. To avoid contamination, we apply to S a numerical filter (MASSEBEUF, 1975).

$$\hat{f}_n(t) = \sum_{n=-N}^{n=N} A_n \hat{f}_r(t + n\Delta t) - f_r(t) \quad (7)$$

with

$$A_0 = 2\Delta t f_0$$

$$A_n = \frac{1}{n\pi} \sin(2\pi n \Delta t f_0).$$

In these formulae, f_0 is approximately the low cut off frequency for 3 dB, the number of points N determines the shape of the filter.

Because of the problems of edges, the filtered series has $2N$ points less than the original one. For our applications we have taken $T_0 = 30$ min, N between 14 and 16 (for the same shape. N depends on the sampling rate). In all the figures we show the filter gain. Some experiments on simulated numerical signals have shown us that the elimination of

the mean parabola followed by filtering was better, for our records, than the filtering alone. This is due in part to the rebounding of the filter for the low frequencies which can reach 10%. The interest of the filter we use is that we obtain good results on the slope with N relatively small.

2.2. Power spectrum

2.2.1. *Correlation analysis.* To obtain the power spectrum of \hat{S} we calculate the correlation function on R points by the following method.

$$C(\tau) = \sum_{i=1}^{N_r-1} (f_r(t_0 + j\Delta t) \times f_r(t_0 + (j+1)\Delta t)) \quad 0 \leq i \leq R-1 \quad (8)$$

This function is the true correlation function multiplied by a window in $1/i$. This method gives less importance to the last points which are those calculated with the smallest precision.

Before the calculation of the Fourier Transform of $\{C(\tau)\}$, we multiply the correlation function by the Papoulis apodisation window (PAPOULIS, 1973). The main feature of this window is to introduce no negative and only little positive reboundings (about 10^{-3} of the principal lobe). The formula of this window is:

$$W_0(t) = \frac{1}{\pi} \left| \sin \frac{\pi t}{M} \right| + \left(-\frac{|t|}{M} \right) \cos \left(\frac{\pi t}{M} \right) \quad |t| < M \quad (9)$$

M is the maximum delay for the calculation of the correlation function.

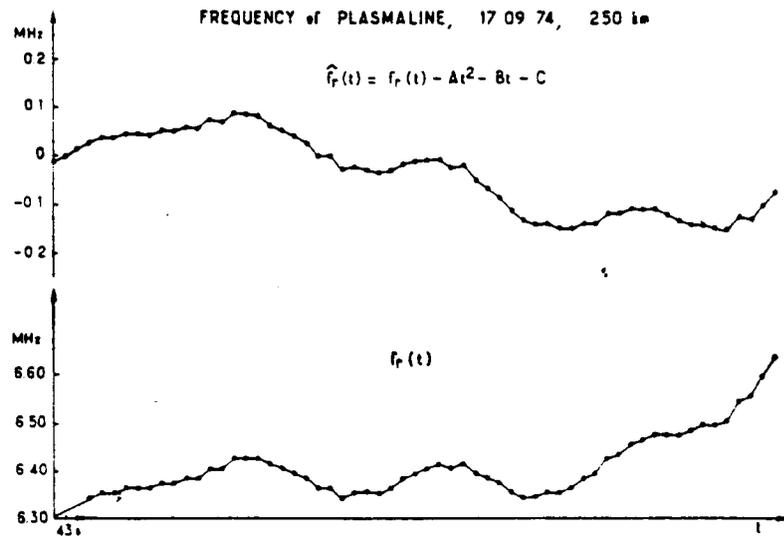


Fig. 1. An example of a plasma line frequency record. We have plotted the frequency $f_r(t)$ as a function of time and $\hat{f}_r(t)$ which is $f_r(t)$ minus the mean parabola (see section 1, II-a, 2). On this record, one can see an oscillation of period 12 min and 25 kHz of amplitude.

The equivalent filters have a width which is the double of the width we obtain by a simple Fourier Transform of $\{C(\tau_i)\}$ (we show on the figures the width of the filters).

As we have R points of correlation, we cannot have more than R independent points after Fourier Transform (if we do not take into account the apodisation window). This is the reason why the spectra are calculated on R points, the frequencies running from zero to the half of the sample frequency ($1/2 \Delta t$). We have taken $R = 100$ which is a good number compared with the length of our records.

2.2.2. *Spectrum description.* Figures 2, 3, 4 show 3 of the spectra we have obtained. We have plotted the shape of the numerical filter gain used but we have not made the correction.

On the ordinates, we have put the amplitude (kHz) of the fluctuations and a scale in arbitrary units representing the power normalized to the total power.

One of the spectra shows a quasi monochromatic line (17/9/74, 250 km) at 12 min. The presence of that component can be seen directly on Fig. (1).

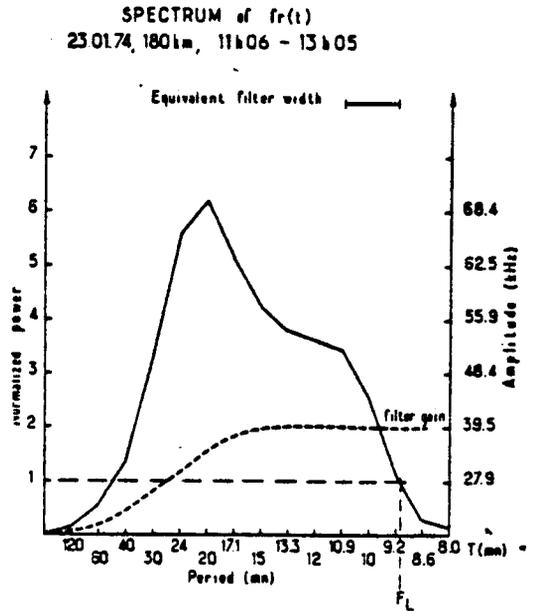


Fig. 3

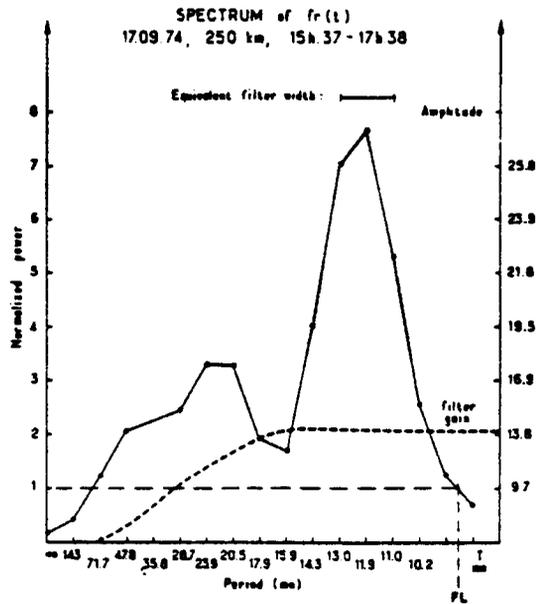
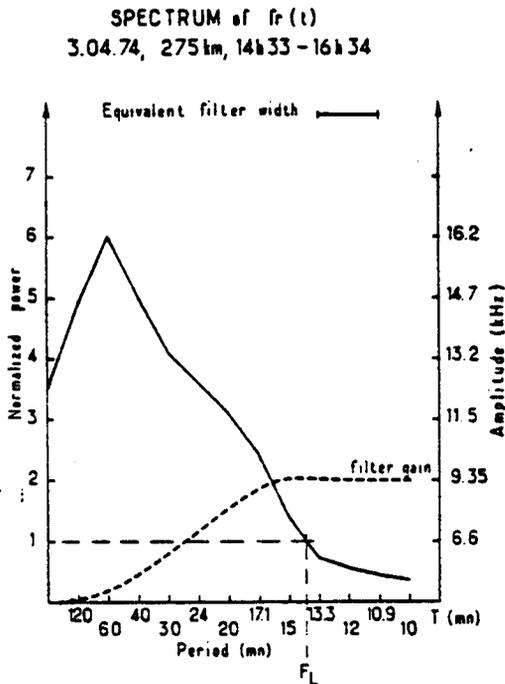


Fig. 4

Figs. 2,3,4. Examples of spectra obtained by harmonic analysis described in section (1, II). We have plotted the numerical filter gain. The power frequency f_L (see Section 1, 2.2.2.) corresponds to the same fraction of the total fluctuation power for the three cases. We use f_L to characterize the frequency after which there is no significant fluctuation. If P_T is the total power of fluctuation, the normalized power for each frequency is $100 \times \pi^2 P(f)/P_T$.

The main characteristic at high frequencies is the existence of a frequency (f_L) beyond which the amplitude of the fluctuations are of the order of the measurement error.

To define this frequency we use the normalized power information. If we call it $P_N(f)$ and if $P(f)$ is the real power, we have:

$$P_N(f) = AP(f)/C_{(0)}, \quad A = R\pi^2 \quad (10)$$

The frequency f_L is taken as the frequency for which $P_N(f) = 1$. Table 1 sums up the values of f_L and the amplitudes at this frequency.

The existence of this limit frequency has already been shown (GUPTA *et al.*, 1973) using harmonic analysis of the plasma frequency of the maximum of ionization.

From Table 1, it appears that all spectra exhibit a cut off frequency between 10 and 14 min. The fact that the Brunt-Vaissälä frequency (cut off frequency for atmospheric waves) at ionospheric heights is of the order of 12 min suggests that the electron density fluctuations observed are the manifestation of the presence in the neutral medium of a noise of gravity waves. Such a noise could be generated lower in the atmosphere and reach ionospheric heights through gravity waves propagation.

The object of part II is to verify this interpretation by studying theoretically what can be predicted, *a priori*, about the shape of the gravity waves noise.

PART II

The theoretical problem that we want to solve is the following: the generation *in situ* of the observed noise of gravity waves is very improbable since at midlatitude we do not see any source mechanism acting above 180 km. If we admit that the observed noise of gravity waves has been generated below, an interesting question to be asked is then: what should be theoretically the gravity waves noise at *F*-region heights in response to a given noise at a given altitude much lower in the atmosphere, i.e. how can a gravity waves noise generated lower in the atmosphere propagate up to the upper thermosphere.

However, for solving this problem, we have no information first about the actual height where the noise has been generated, second about the shape of the spectrum of that noise. In the absence of that information, we make the following assumption. At a given height (practically 120 km) we assume that the noise is white: the energy of the waves in the frequency interval $(\omega, \omega + d\omega)$ and wave number interval $(k_H, k_H + dk_H)$ does not depend on ω and k_H . This assumption is made for all waves of periods ranging from 20 to 10 min. The waves which are evanescent at 120 km are not considered.

To support this assumption, there are two arguments:

1.110 km is the level of the turbopause. It is well known that, just below, non linear interaction between gravity waves and tides (SPIZZICHINO, 1969), non linear break of gravity waves (HODGES, 1967;

TETELBAUM *et al.*, 1976) produce turbulence and secondary gravity waves in a wide range of frequency and wave length.

2. As we are mainly interested in the theoretical prediction of the cut off frequency ranges at the levels of the upper thermosphere, the assumption of white noise at 120 km is not very restrictive since the Brunt-Vaissälä period is much smaller at 120 km than at 250 km (around 5 min instead of 12 min).

Our theoretical calculation is a full wave resolution of the hydrodynamic equations for a wave with given horizontal wave vector and pulsation between 120 and 400 km. The original feature of the calculation is to use a realistic model of temperature and wind from the French incoherent scatter data. The single wave calculation is compared, at the end of the paper, to a Faraday rotation experiment.

As a result of the model, we will show that there are only a few numbers of waves which can propagate up to the upper thermosphere, and we will do a crude integration on wave vectors to obtain a simulation of the plasma line fluctuations in the high frequencies spectra.

In the first paragraph, we describe the full wave resolution method. In the second one, we discuss the results of the single wave calculation and in the third we apply it to plasma line and Faraday rotation experiments.

1. DESCRIPTION OF THE MODEL

1.1. *The physical equations*

To describe the perturbation, we have taken the hydrodynamic equations (VOLLAND, 1969). We have neglected the Coriolis force. If we take the viscosity into account, the number of modes is 8 instead of 4 (VOLLAND, 1969). In order to simplify the calculation we have approximated the viscosity effect by multiplying the coefficient of thermal conduction by 2 (YEH *et al.*, 1975).

Another simplification is to neglect the variation with the perturbation of temperature of the coefficient of thermal conduction and of the collision frequency between all ions and one molecule.

We have chosen as independent variables:

$$h_1 = \Delta w, h_2 = \frac{\Delta p}{p_0}, h_3 = \Delta t, h_4 = \frac{K}{p_0} \frac{\partial}{\partial z} \Delta t \quad (11)$$

Δw = the perturbed vertical speed

p_0 = the zero state pressure

Δp = the perturbed pressure

Δt = the perturbed temperature

K = the coefficient of thermal conduction

The axis have been taken as : O_z positive toward south, O_x positive toward east and O_y the up going vertical.

The magnetic field B is in the $(x, 0, z)$ plane. During the day the ion speed is taken as the projection of the neutral speed on the magnetic field; during the ion speed is taken to be zero.

1.2. Numerical procedure and boundary values

The method used to solve the linearized hydrodynamic equations is a modified multilayer analysis (KLOSTERMEYER, 1973; HINES, 1973; KLOSTERMEYER, 1973).

We have taken 120 km as the lowest altitude. Precision trials have shown that an integration interval of 5 km and a highest altitude of 350 km were sufficient.

In order to compare the effect of the propagation of various gravity waves, we characterise the energy of the gravity wave by its upgoing energy flux at the lower boundary. At 120 km and below, there is no dissipative processes (HINES *et al.*, 1967), consequently, the upgoing energy flux is given by (ECKART, 1960):

$$E_z = \frac{1}{2} \text{Real} (\Delta p^* \Delta w) \quad (12)$$

At the highest altitude, we apply the classical radiation condition.

1.3. Electron density perturbation

The plasma line measurements are made essentially in the vicinity of the peak of the F -region, we have used the very simple formula (HOOKE, 1970):

$$\Delta N_e = \frac{j}{\omega} \nabla (N_e (\nabla U \cdot \mathbf{I}_e) \mathbf{I}_e) \quad (13)$$

The vertical gradient of the ion perturbed speed is calculated with the profile of perturbed speed obtained with the method of Section 1.2.

2. RESPONSE OF A REALISTIC ATMOSPHERE

2.1. The atmospheric model

To define the atmosphere we take as independent variable the temperature $T(z)$ given by:

$$T(z) = T_\infty - (T_\infty - T(120)) e^{-\alpha(z-120)} \quad (14)$$

or by temperature profiles deduced from the Incoherent Scatter of St. Santin-Nançay data (ALCAYDÉ, 1975).

For the scale height, we take the table of Jacchia (JACCHIA, 1965) for an exospheric temperature of

1000 °K. We deduce $H(z)$ for all temperatures profiles with the relation:

$$\frac{H(z)}{T(z)} = \left(\frac{H(z)}{T(z)} \right)_{1000^\circ K} \quad (15)$$

with $T(z)$ and $H(z)$, we define the pressure $P(z)$:

$$P(z) = P(120) \exp \left(- \int_{120}^z \frac{1}{H(z)} dz \right) \quad (16)$$

$P(z)$ is a function of the pressure at 120 km. We have taken this constant from (JACCHIA, 1967).

For the coefficient of thermal conduction and for the collision frequency ions-molecule, we take the formulas:

$$K(z) = 6.71 \times 10^{-4} T_{(z)}^{0.71} \text{ (MKSA)}$$

$$\nu(z) = 7.22 \times 10^{-17} T_{(z)}^{0.37} N_i(z) \text{ (MKSA)} \quad (18)$$

The ion ($N_i(z)$) and electron ($N_e(z)$) densities are calculated with:

$$N_{e,i}(z) = N_{e,i0} \exp \left[\left(1 - \frac{z-z_0}{H_1} - \exp \left(- \frac{z-z_0}{H_2} \right) \right) / 2 \right] \quad (19)$$

The wind profiles are those calculated from the St. Santin-Nançay Incoherent Scatter data (AMAYENC, 1975).

2.2. Discussion of the results

The program is able to give for any altitude the value of Δp , $\Delta \rho$, ΔT , Δu , Δv , Δw . By projecting the perturbed speed on the magnetic field above St. Santin, we obtain the parameter responsible for the electron density fluctuations: the perturbation of the ion speed Δu . It is this parameter, normalized to the speed of sound at the same altitude, that we will use for the discussion.

The curves we show are the response of the amplitude of $\Delta u / (c \sqrt{E_z})$ to waves with constant k_H and various frequencies at a fixed altitude. We call those curves the 'gain of the atmosphere'. We plot also the amplitude of $\Delta N_e / N_e$ for a constant E_z .

The comparisons we have done are related to the influence of the horizontal wave length, altitude, temperature profile and wind gradient. At the end of the discussion we introduce the ion drag.

2.2.1. Influence of horizontal phase speed and altitude. Our calculation shows that gravity waves with phase speed greater than about 350 m/s are evanescent from 120 km to 350 km. Consequently, it is impossible for this type of waves to propagate from low altitudes up to the thermosphere. For periods smaller than 20 min, it corresponds to wave lengths greater than about 250 km.

Theoretical study of propagation of short periodic gravity waves

The waves of horizontal wave length smaller than 130 km are damped. This effect is due to the scale height of the atmosphere which is comparable with the vertical wave length.

So, the following discussion is characteristic of the waves with horizontal wave lengths λ_H between 150 and 250 km.

If we look at the deformation of the gain with altitude, the result is the following. At 150 km, the gain is very large and there is a frequency for which the amplitude is maximum. That frequency does not vary very much with λ_H (its value is around 11 min). The band width becomes smaller when the altitude increases.

In all cases, there is a rapid decrease of the gain at high frequencies. This feature exists also for the electron density response. We must compare it with former results (YEH *et al.*, 1975). In order to characterize the decrease of the gain we call 'cut off' frequency (f_c) the frequency for which the maximum of the gain is divided by 2.

2.2.2. *Influence of the temperature profile.* The rapid reduction of the gain is certainly due to a phenomenon of the same nature as the damping of the waves with frequencies near the Brunt-Vaissälä frequency propagating in an isothermal atmos-

phere. So it is interesting to consider the effect of the temperature profile on the gain and particularly on f_c .

If we take the theoretical profile (equation (14)), the effect of temperature on f_c is important. When the atmosphere is becoming colder, f_c is greater and the damping with altitude is smaller. But when we use realistic profiles (ALCAYDÉ, 1976), there is no appreciable difference between the summer and the winter (Fig. 5).

Consequently the temperature profile does not appear as an important parameter for the propagation of our waves.

2.2.3. *Influence of the wind profile* The wind action on the propagation of atmospheric waves is well known. By the introduction of the Doppler frequency the wind moves the gain maximum towards the high frequencies if $k_H V_0$ is negative and towards the low frequencies if $k_H V_0$ is positive.

This rule becomes more complicated when we consider a realistic wind profile. The variations of the wind with altitude (in direction and intensity) bring a change on the gain as one can see in Fig. 6. A number of trials have shown that it is essentially the wind profile between 120 and 200 km which determines the gain.

INFLUENCE OF REALISTIC TEMPERATURE
 $\lambda_H = 150 \text{ km}, \quad h = 250 \text{ km}$

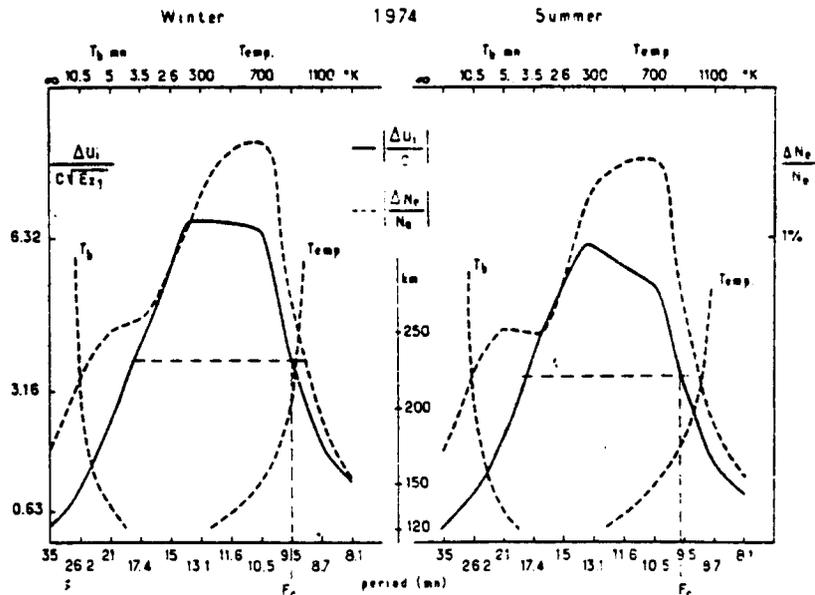


Fig. 5. Theoretical influence of realistic temperature profiles on the propagation. We have plotted the values of $\Delta u_i / c \sqrt{E_{z1}}$ where Δu_i = ion speed perturbation at the height h , c = sound speed at the same height and E_{z1} = the up-going energy flux of the waves at 120 km. We can see that temperature is not an important parameter for the propagation of our waves.

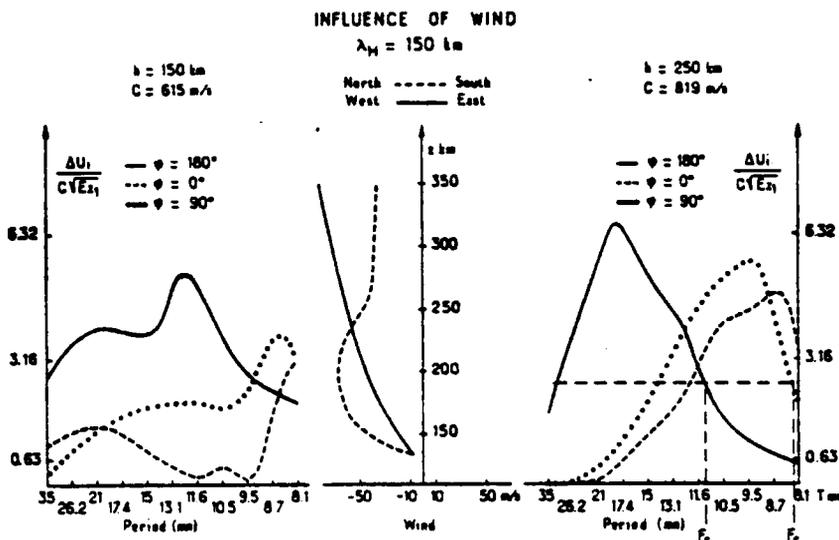


Fig. 6. Same as Fig. 5 but to show the influence of the wind profile and of the azimuth of propagation.

For the case of Fig. 6, which represents a calculation without ion drag, we observe that the gain amplitude does not change with the propagation angle. But the cut off frequency f_c is altered (for $\phi = 0^\circ$, f_c is far greater than for $\phi = 180^\circ$, ϕ is the azimuthal angle).

The wind profile changes the amplification of the waves between 150 and 250 km. In the case of Fig. 6, for a propagation from north to south ($\phi = 180^\circ$), its value is 2 for 21 min and 2.7 for 12 min. The difference of amplification between 21 and 12 min is due essentially to the filtering effect of the wind between 150 and 250 km (this effect favours the low frequencies).

For the calculation, we have neglected the derivations of the background velocity with z . The effect of the derivatives is to change the polarization of the wave. The gain is very slightly affected by the omission of those quantities.

In conclusion, the wind profile is clearly the essential parameters for the determination of the gain and of the cut off frequency f_c . Unfortunately, we can not give any general conclusion, because the winds change with season and with time of day.

2.2.4. *Effect of the ion drag.* The effect of the ion drag is anisotropic (YEH *et al.*, 1975). Figure 7 shows that, above St. Santin, the waves that do not propagate from north to south ($\phi = 180.0^\circ$) are greatly damped (essentially for the low frequencies). For the waves with an azimuthal angle of 180° , the ion drag has no influence on the gain.

A particular characteristic of the ion drag is to change the horizontal polarization of the waves which do not propagate in the magnetic field plane.

For an azimuth of 90° , ΔU , negligible at 150 km, can reach 20% of ΔW for higher altitudes.

We present in Fig. 8 the gains at 250 km for different hours of the 16/7/74. The wind profiles are realistic (AMAYENC, 1975). The temperature profile is presented in Fig. 5 (summer) and the ionization values are given directly from the St. Santin Incoherent Scatter data.

The waves that do not propagate from north to south are filtered out. For the propagation from north to south, the change on the gain is due to the wind profiles. There is also a change on the value of f_c . The amplifications of those waves between 150 and 250 km are the following:

- at 10 h for 21 min: 1.7, for 12 min: 1
- at 15 h for 21 min: 0.7, for 12 min: 2.1
- at 24 h for 21 min: 0.74, for 12 min: 2.2

In conclusion of this chapter, the propagation of gravity waves of high frequencies is sensitive to the temperature profile, but it is essentially the wind profile which determines the response of the upper atmosphere. The ion drag favours the propagation from north to south.

3. APPLICATIONS OF THE MODEL

3.1. To a Faraday rotation experiment

We do not deal here with the theory of the experiment which can be found elsewhere (BERTHEL, 1975; BERTIN *et al.*, 1974).

We simply say that, by measuring with 3 polarimeters arranging in a triangle, the Faraday rotation of a beacon satellite emission, one can

Theoretical study of propagation of short periodic gravity waves

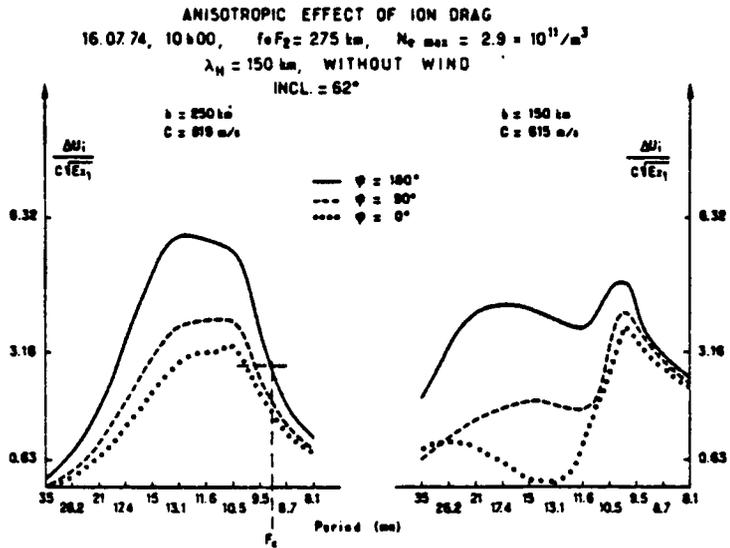


Fig. 7. Illustration of the anisotropic effect of ion drag. The mean atmospheric wind is zero. One can see that, above St. Santin, the ion drag favour the propagation from north to south.

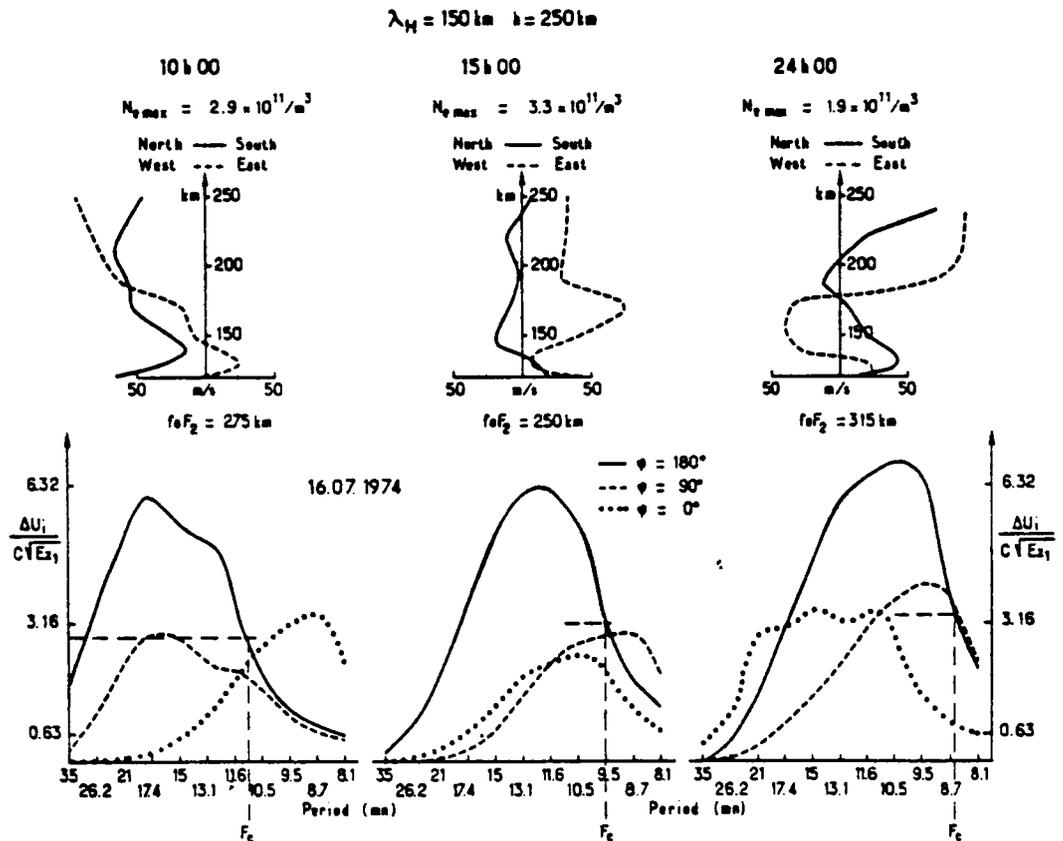


Fig. 8. This figure gives the realistic response on the atmosphere during the 16/7/74. One can see that the filtering effect is quite different during the day and during the night (see Table 2 and Section 2, 3.1.).

show the existence of gravity waves and measure the horizontal wave vector (k_H) and angular frequency ω .

An experiment of that type has been made between the 16/7 and 20/7/74. We consider waves of periods smaller than 20 min.

During the four days, we have found 41 waves of that type of which we have made statistical classifications. Table 4 gives the directions of propagation. The most probable direction is from north to south. This fact is due essentially to an experimental effect (BERTEL, 1975).

Table 2 gives the statistics of the horizontal wave lengths. They are all within 100 and 200 km with a mean value of 150 km. This fact must be compared to (Section 2.2.1.) on the influence of the horizontal wave length.

Table 3 shows that the waves of periods within the interval [16, 20] min are measured essentially during the day and the waves of periods within the interval [10, 13] min are measured during the night.

We have applied the model for waves with $\lambda_H = 150$ km propagating from north to south. Figure 8 shows that our model is able to predict the numbers in Table 3.

In conclusion, we have shown that the occurrence of the low frequencies gravity waves during the day and of the high frequencies during the night is due essentially to the filtering effect of the thermosphere.

3.2. To the plasma line frequency fluctuations

This paragraph is an attempt to explain the shape of the spectra of the plasma line fluctuations. In the

Table 2

T	300	250-300	200-250	150-200	100-150	100
(16-20)'	1	0	2	7	8	1
(13-16)'	1	1	0	3	2	0
(10-13)'	1	0	1	6	6	1

Table 3

Hour	T	16,20	13,16	10,13
(0800-1800) h		11	4	3
(1800-0800) h		6	3	12

Table 4

Azim	$-90 < \varphi < 0$	$0 < \varphi < 90$	$90 < \varphi < 180$	$180 < \varphi < 270$
	2	5	20	14

first part we apply the model to the response of the electron density at a noise of gravity waves. In the second part we apply the results to the spectra we have shown in Figs. 2, 3 and 4.

3.2.1. *Application of the model to a noise spectrum.* We suppose here that each source of gravity waves, with periods between 20 and 10 min, emits a white noise, i.e. the energy does not depend on ω and k_H .

From the study of a single wave propagation we have seen that the waves with horizontal wave lengths much greater than 250 km are evanescent. We have seen also that waves with wave lengths smaller than 130 km cannot reach the upper thermosphere because of the damping. We must add that the propagation is approximately independent of the wave length for the other waves.

If there is only one source which is able to produce gravity waves with enough energy to allow their detection within the F-region, the response of the atmosphere is a function of the location of the source, i.e. of the azimuthal angle. In Fig. 9 we have plotted the response of the ionosphere to a unique source for four locations around St. Santin. One can see that the shape of the spectrum depends very much on the azimuthal angle and on the time of day (due to the wind profile).

If there is a great number of sources isotropically arranged around St. Santin which produce gravity waves with equal energy, the response of the ionosphere can be approximated by the following integral

$$\Delta N_e = \sqrt{\int_0^{2\pi} \int_{150}^{250} |\delta N_e|^2 d\varphi dk} \quad (20)$$

The variation of δN_e with the wave vectors k is negligible if we compare it to the effect of ϕ and in (20) we can neglect the integration on k . Figure 9 gives an approximation of the integral with the curve noted (Σ). One can see that the time of day has no influence and the spectrum is always very broad.

3.2.2. *Application to the plasma line.* It is very difficult to apply the preceding model to the results of the first part because we have no indication about the horizontal wave lengths and about the directions of propagation of the waves responsible of the fluctuations. In order to simplify the problem, we have made two assumptions.

The first is an application of (Section 2.2.1.): because of the filtering effect of the atmosphere, the horizontal wave lengths are probably between 150 and 250 km. This assumption is confirmed by the statistical information of Table 2.

Theoretical study of propagation of short periodic gravity waves

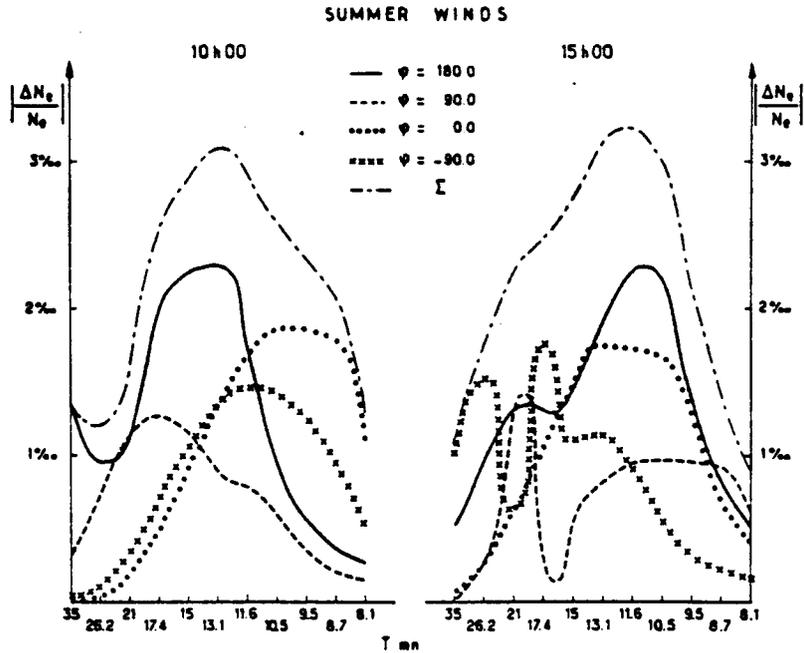


Fig. 9. On this figure we have plotted the shape of $\Delta N_e/N_e$ using mean summer winds of 1974 and the electron density defined in the Fig. 8. The figure gives the relative perturbation for 4 directions of propagation. The curve noted Σ illustrates the case of a noise of sources around St. Santin (see Section 2.3.2.). The up going energy flux at the lower boundary (120 km) was $E_{z1} = 1 \times 10^{-6}$ MKSA.

The second is about the hypothesis on the origins of those waves. There are two extreme hypotheses: there is only one source which is able, by its intensity, to produce the gravity waves responsible of the fluctuations or there is an infinite number of sources isotropically arranged around St. Santin. Probably both solutions are true: there is a noise of sources and a few number of high intensity sources. On Fig. 9 we give the results of the two hypotheses.

If the event is well localized, the direction of propagation is unique and Fig. 9 shows that the response is a function of the time of the day and of the azimuth of propagation. There is a high frequency limit that we can associate with the cut off frequency measured with the plasma line. The corresponding amplitude depends on the energy of the source.

In conclusion, the spectrum of Fig. 2 may have been produced by a single source located at the east of St. Santin. For Fig. 3 the hypothesis of a great number of sources is probably good. In Fig. 4 we have probably the response of the ionosphere to a source located at the north of St. Santin.

3.2.3. Comparison with radar data. Spectra obtained in Fig. 6 compare rather well with experimental spectra obtained at 175 km from Cw phase path sounders (TOLSTOY *et al.*, 1971). In particular the peak of the spectrum around 12 min exhibited

by their data is well described by our model. This suggests that the presence of this peak reflects much more the filtering effect of the thermosphere than the actual shape of the gravity waves spectrum launched by the source.

From that point of view, the comparison between experimental and theoretical spectra presented by Tolstoy (TOLSTOY *et al.*, 1975), who used in their model a particular mechanism of generation, does not appear significant.

CONCLUSION

We have shown that the short term fluctuations of the plasma line can be interpreted as due to gravity waves within the thermosphere. The number in Table 1 and specially the variations of f_p can be explained by the various locations of the source and by the variation of the wind profile along the day (and not as suggested by Gupta (GUPTA *et al.*, 1973) by the variations of the Brunt-Väissälä frequency).

In addition, we have explained with our model the existence of a diurnal effect on the occurrence of the short periods gravity waves.

Acknowledgement—The author wishes his cordial gratitude to Dr. J. TESTUD for his help and ideas along this work.

REFERENCES

- | | | |
|----------------------------------------------|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ALCAYDE D. | 1975 | <i>Structure et thermodynamique de la thermosphère à moyenne latitude.</i> Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier. Toulouse, France. |
| AMAYENC P. | 1975 | <i>Mouvements thermosphériques de grande échelle.</i> Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris, France. |
| BERTEL L. | 1975 | <i>Etude théorique et expérimentale de l'effet Doppler ionosphérique.</i> Thèse de Doctorat, Université de Rennes, France. |
| BERTIN F., TESTUD J. and KERSLEY L. | 1975 | <i>Planet. Space Sci.</i> 23 , 493. |
| ECKART C. | 1960 | <i>Hydrodynamics of Ocean and Atmosphere.</i> Pergamon, Oxford. |
| GUPTA B., NAGPAL O. P. and SETTY C. S. G. K. | 1973 | <i>Annls Géophys.</i> 29 , 301. |
| HINES C. O. and REDDY C. A. | 1967 | <i>J. geophys. Res.</i> 72 , 1015. |
| HINES C. O. | 1973 | <i>J. geophys. Res.</i> 78 , 265. |
| HODGES R. R. | 1967 | <i>J. geophys. Res.</i> 72 , 3455. |
| HOOKE W. H. | 1970 | <i>J. geophys. Res.</i> 75 , 5535. |
| KLOSTERMEYER J. | 1972 | <i>J. atmos. terr. Phys.</i> 34 , 765. |
| KLOSTERMEYER J. | 1973 | <i>J. geophys. Res.</i> 78 , 10. |
| PAPOULIS A. | 1973 | <i>IEEE Transactions in Information Theory</i> , Vol. II, 19, n° 1, pp. 9-12. |
| TEITELBAUM H. and SIDI C. | 1976 | <i>J. atmos. terr. Phys.</i> 38 , 413. |
| TOLSTOY I. and MONTES H. | 1971 | <i>J. atmos. terr. Phys.</i> 33 , 775. |
| TOLSTOY I. and MILLER C. D. | 1975 | <i>J. atmos. terr. Phys.</i> 37 , 1125. |
| VIDAL-MADJAR D., KOFMAN W. and LEJEUNE G. | 1975 | <i>Annls Géophys.</i> 227. |

Reference is also made to the following unpublished material:

- | | | |
|----------------|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| JACCHIA L. | 1965 | <i>Static diffusion models of the upper atmosphere with empirical temperature profile.</i> Smith. Astrophys. Obs. Special rept. 184. |
| MASSEBEUF M. | 1975 | <i>Etude expérimentale des mouvements de longue période dans la basse thermosphère.</i> Thèse de 3e cycle, Université de Paris VI, France. |
| SPIZZICHINO A. | 1969 | <i>Etude des interactions entre les différentes composantes du vent dans la haute atmosphère.</i> Thèse de Doctorat, Paris, France. |

Evaluation of the vertical flux of energy into the thermosphere from medium scale gravity waves generated by the jet stream

L. BERTEL

Laboratoire de Radioélectricité, U.E.R. Sciences, 35042 Rennes-Cedex, France
and

F. BERTIN, J. TESTUD and D. VIDAL-MADJAR
E.T.E.-C.R.P.E. CNET, 92130 Issy-les-Moulineaux, France

(Received 31 October 1977)

Abstract—Since the paper of HINES (1960), the heating of the thermosphere by gravity waves is well known. Until recently there were no statistical evaluations of their energy. The present paper is a study of this subject. From experimental data of a Faraday rotation experiment and with the help of a measurement theory and a propagation model in a dissipative atmosphere, we evaluated the mean energy flux for the medium scale gravity waves detected during July 1974. We found $0.11 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ for waves with horizontal phase velocity between 100 and 180 m s^{-1} . We also evaluated the heights of energy deposition which are from 120 to 180 km. This study shows that the heating by gravity waves may be important for the thermospheric equilibrium.

1. INTRODUCTION

The thermodynamical models of the thermosphere based on the energy conservation equation (ALCAYDÉ *et al.*, 1977) cannot entirely explain the value of the measured temperature profiles. One of the reasons invoked by the authors is the existence of a heating mechanism from the low atmosphere by means of tides or gravity waves. For the gravity waves, there are only a few studies about their energy and they did not examine a great number of cases. For large horizontal wave lengths, a study carried out with sodium clouds (KOCHANSKI, 1964) and interpreted in terms of energy flux (HINES, 1965) gave a vertical energy flux of $0.1 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$. The implied heating rate was found to be 30 K day^{-1} at 110 km. We must refer also to the work on the thermospheric heating by the gravity waves generated in the auroral zone (TESTUD, 1973).

For the acoustic waves, a technique using microbaroms (RIND, 1977) resulted in an estimated mean vertical energy flux of $0.1 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$.

The aim of this study is to estimate the vertical energy flux of the middle scale gravity-waves generated in the troposphere and reaching the thermosphere. This type of wave plays an important role in the heating mechanism by gravity waves. The experimental material has been described by BERTIN *et al.* (1978). These authors, using a Faraday rotation experiment, have detected a great number of gravity waves. For some of them, they have, using an inverse ray-tracing analysis, located

the sources which are generally near the jet stream of the tropopause.

In the first part of the present study, we describe the theory of the measurement that was used to give the characteristics of the waves measured in the thermosphere. The results are compared with simultaneous measurements made with the French incoherent scatter radar at St Santin. A full-wave calculation is then applied to obtain the perturbed amplitudes of the wind and pressure induced by the waves at 120 km.

Since the experiment lasted five consecutive days, we applied the above treatment to 45 waves to find a mean value of the vertical energy flux.

2. THEORY OF MEASUREMENT AND LIMITATIONS

2.1. Description of the data

To evaluate the energy transported to the thermosphere by means of gravity waves originating in the troposphere we must obtain the value of the perturbed vertical velocity of the neutral wind (ΔW) at the base of the thermosphere. To obtain this parameter at 225 km we use the total electron content (C_T) measured with the ionospheric Faraday rotation in inversion programs. In order to test our theory of measurement in terms of gravity waves, we made two kinds of simultaneous experiments.

2.1.1. *Data from polarimeters.* Three stations are arranged in a triangle, with sides of the order of 50 km. They are equipped with receivers which measure the difference between the phase of the

incident ordinary and extraordinary waves produced by a beacon satellite. This phase difference Φ_p is equal to twice the Faraday rotation Ω and its fluctuations ($\Delta\Phi_p = 2\Delta\Omega$) are directly related to the fluctuations of the total electron content (ΔC_T) integrated along the path between the satellite and the station.

The polarimeters detect, with ΔC_T , the occurrence in the thermosphere of gravity waves which induce oscillations in the electron density. A cross-correlation analysis of the data obtained at the three stations gives (BERTIN *et al.*, 1975) for each wave its period (T), its azimuth, and the amplitude of its horizontal wave vector ($A_r, |k_H|$). It gives, also, an 'amplitude' which characterizes the perturbation $\Delta\Phi_p$.

For the present study, we used 5 consecutive days of data for the period 16–20 July 1974 during which 45 waves were detected. These data have also been used (BERTIN *et al.*, 1978) to study the origin of the atmospheric gravity waves. This study showed that the most probable source of those waves was the jet stream of the tropopause.

2.1.2. *Data from the incoherent scatter radar of St Santin.* Incoherent scatter measurements are necessary for a correct inversion of the Faraday rotation data in terms of gravity waves. The radar provides, during the period of observation, the classical parameters and in particular the electron density profiles. From its multistatic character we can detect waves and obtain, by cross correlation between simultaneous data measured at 220, 250 and 280 km, the amplitude of the perturbation of the vertical neutral wind and the vertical wave number k_z , k_z is obtained under the assumption that the polarisation of the detected wave does not depend on the altitude. At these heights, the polarisation is essentially governed by the mean vertical gradient of the wind which is weak in this region. Consequently, the approximation is nearly correct.

With the incoherent scatter radar, we detected, during 16–17 July 1974, 8 waves that we can relate to 8 waves detected by the polarimeters. These simultaneous observations give us the possibility of testing the inversion theory.

In the next section, we briefly give the inversion

method and compare the results to the vertical incoherent scatter measurements.

2.2 The inversion theory and discussion

2.2.1 *The inversion theory.* The problem solved by our inversion theory is: if we know the signature of a gravity wave on the total electron content, how can we find the characteristic of this wave and its amplitude in particular? The method used has been described elsewhere (BERTIN *et al.*, 1975; BERTEL *et al.*, 1976). It is based on a WKB approximation.

The data needed to start the inversion are: (i) The horizontal wave number k_H , the azimuth and the period of the wave: these data are given by cross-correlation analysis of the data from the polarimeter. (ii) The electron density profiles: these are given by the incoherent scatter radar of St Santin-Nançay. (iii) The mean wind profiles obtained by a model based on the French incoherent scatter data (Amayenc, 1976).

The calculation gives: (i) The electron density profile at the hour of the detected wave. (ii) The vertical wave number k_z . (iii) The value of C_T calculated along the satellite-station path. (iv) The value of ΔC_T , and hence of $\Delta\Phi_p$, for an amplitude of the perturbation of the horizontal wind of 10 m s^{-1} at an altitude of 180 km. The knowledge of the actual $\Delta\Phi_p$ allows us, to derive the value of ΔW at 225 km, by a simple calculation.

In order to test the inversion, we have applied it to the 8 waves detected simultaneously by the incoherent scatter radar and the polarimeters.

2.2.2 *Comparison between incoherent scatter radar and polarimeters.* First, we can compare the value of k_z measured by the incoherent scatter radar and calculated with the inversion program. (Table 1.). We remark that the waves n° 6 and 7 seem to be special cases. For the other waves, the agreement is reasonable if we take into account the fact that the value for the calculated k_z is given at 250 km while that of the measured k_z is a mean value.

Table 2 shows that the calculated ΔW from polarimeter data are comparable to the ΔW measured by the incoherent scatter radar when the period of the wave is smaller than 25 min. The

Table 1

Wave number	1	2	3	4	5	6	7	8
k_z , I, scatter $\times 10^{-5} \text{ m}^{-1}$	2.10	2.05	2.70	3.60	2.86	3.15	1.70	1.00
k_z , calculated $\times 10^{-5} \text{ m}^{-1}$	1.70	2.15	2.30	3.73	2.40	5.50	2.50	1.05

Table 2

No	Period min. (polarimeters)	k_y $\times 10^{-5} \text{ m}^{-1}$ (polarimeters)	Window centre (I. Sc.)	ΔW Inc. scatter (m s^{-1})	ΔW calculated (m s^{-1})	Error on ΔW (m s^{-1})
1	24	2.00	10 h 45	4.5	5	± 0.5
2	22	3.13	11 h 45	3.5	4	± 0.3
3	21	3.44	12 h 45	6.0	4	± 0.7
4	33	2.55	14 h 15	4.2	0.7	± 0.2
5	22	2.63	16 h 15	1.75	1.70	± 0.1
6	33	5.59	11 h 30	3.5	$5.8 < \Delta W$	< 22
7	32	2.03	16 h	4.0	0.95	± 0.1
8	20	2.77	17 h	1.5	1.37	± 0.1

error we give in Table 2 is due to the $+10^\circ$ uncertainty in the determination of the azimuth of the waves.

The possible shift of the windows centres can introduce differences between the measured and the calculated values of ΔW . There are other reasons which can explain the relative discrepancy between the two techniques. The observation points are not the same and the filtering effects along the trajectories may not be equal. The inversion uses a WKB approximation and does not take into account the effect of ambipolar diffusion on the electron density. This approximation can explain the difficulties we have for the periods greater than 25 min.

In conclusion, the deduction of the amplitude of the wave from the knowledge of ΔC_T with our inversion theory can be considered as correct. We have applied the calculation for each of the 45 waves. In the next section, we will give the method used to deduce the energy of the waves at 120 km and will discuss the results.

3. ENERGETIC EVALUATION

In the first part of the paper, we discussed the theory of the Faraday rotation experiment as applied to gravity waves. We showed, by a comparison with incoherent scatter measurements, that we can deduce the amplitudes of the detected waves from the measurement of the polarization of the signal from the satellite. The aim of this study is to evaluate the energy of the middle-scale gravity waves and compare it to the total energy balance of the thermosphere. However knowledge of the wave amplitude at 225 km does not give, by itself, information about its energy. In Section 3.1, we will show that we can deduce the amplitudes and energies of the waves at 120 km with a model. In Section 3.2, we will discuss the results for the energy of the thermosphere.

3.1 Derivation of the amplitudes of the waves at 120 km

To calculate the amplitude of a wave at 120 km if we know its amplitude at 225 km, it necessary to take in account the filtering effect of the atmosphere between 120 and 225 km.

This filtering is due essentially to viscosity and thermal conduction ('molecular losses'). The thermospheric winds play an important role because they modify the wave characteristics and thus change their effects with respect to molecular losses. The winds can also give partial reflexions.

Consequently, if one wants to compare the waves from the energetic point of view, it is necessary to calculate the amplitudes they have at a height where the filtering effect is not yet important. We have chosen this height to be 120 km because the molecular losses (for this type of wave) are really important only above 120 km and the effect of partial reflections are negligible below this level (HINES *et al.*, 1967).

To derive the amplitude at 120 km, we used a calculation of propagation in a realistic thermosphere. The method is a solution of the linearized hydrodynamic equations with a modified multilayer analysis (VIDAL-MADJAR, 1977). The model used to describe the thermosphere is the same as the one used for inverse ray tracing (BERTIN *et al.*, 1977), which determines the source of the waves.

For each wave, we have calculated the perturbed vertical wind velocity and the vertical energy flux at 120 km.

3.2 Results and discussion

In Table 3, we give the value of the perturbed vertical wind at 120 and 225 km and the value of the vertical energy flux at 120 km for each wave. The mean value of the amplitude is 3.3 m s^{-1} at 225 km and 2.8 m s^{-1} at 120 km. There is no significant amplification of the waves. This fact must be contrasted with the amplification $e^z/2H$ (where

Table 3

Day	Hour	$k_H \times 10^{-5}$ m^{-1}	Azimuth $^{\circ}$	Period (min)	$\Delta W, m s^{-1}$ at 225 km	$\Delta W, m s^{-1}$ at 120 km	E_z $erg cm^{-2} s^{-1}$
16/07/74	2 h 15	2.43	264	27	0.6	0.86	0.010
	2 h 45	1.85	-71	25	1.42	0.77	0.011
	5 h 15	1.85	132	34	3.07	4.85	0.377
	7 h 45	3.58	140	30	3.44	5.88	0.302
	8 h 45	2.86	109	23	8.55	5.34	0.027
	9 h 45	2.00	104	24	7.96	3.68	0.187
	11 h 45	3.13	159	22	5.02	3.17	0.088
	12 h 15	3.44	163	21	5.73	4.37	0.150
	13 h 15	2.55	156	33	1.18	3.36	0.130
	13 h 45	3.37	156	28	1.36	4.78	0.200
	14 h 15	3.11	165	27	0.83	2.51	0.060
	16 h 15	4.05	238	26	1.93	4.28	0.105
	16 h 15	3.27	228	18	3.47	1.67	0.021
	16 h 45	2.63	233	22	1.54	0.75	0.005
17/07/74	10 h 45	1.78	168	33	1.4	0.87	0.0138
	17 h 15	2.44	265	25	1.20	0.90	0.009
	17 h 45	2.31	261	27	1.47	1.24	0.018
	18 h 15	2.21	265	30	1.07	1.43	0.027
	18 h 45	2.03	258	32	0.78	1.07	0.017
	18 h 45	2.77	-70	20	1.25	0.96	0.010
18/07/74	10 h 45	4.53	218	16	4.50	2.68	0.056
	12 h 15	4.71	184	20	4.35	2.44	0.034
	13 h 15	2.47	217	25	1.27	0.57	0.004
	17 h 15	2.04	250	20	1.74	0.70	0.008
	17 h 45	2.16	254	34	1.78	2.71	0.093
	17 h 45	3.48	240	17	10.95	6.39	0.325
19/07/74	8 h 45	3.22	169	16	3.45	1.16	0.014
	9 h 15	4.12	211	16	3.56	1.90	0.032
	9 h 45	1.80	139	39	4.83	3.71	0.221
	9 h 45	3.27	118	22	4.87	3.13	0.074
	10 h 15	1.91	150	38	2.57	2.33	0.081
	10 h 45	3.20	153	30	3.48	3.86	0.136
	13 h 15	3.69	189	16	2.10	0.36	0.004
	13 h 45	4.83	177	19	1.52	4.57	0.116
	16 h 45	4.19	259	20	4.57	4.46	0.114
20/07/74	7 h 45	2.13	131	24	15.7	6.00	0.545
	8 h 15	2.06	122	31	9.32	5.85	0.486
	8 h 45	2.33	142	33	5.48	4.43	0.260
	11 h 15	1.38	218	32	1.75	0.80	0.002
	11 h 45	1.35	221	35	1.58	0.85	0.002
	15 h 45	4.14	193	28	0.52	3.31	0.075
	15 h 45	4.05	182	16	1.29	4.40	0.127
	16 h 15	2.88	189	17	0.92	0.63	0.004
	17 h 45	3.64	213	20	0.99	1.51	0.017
	18 h 15	3.69	218	23	0.89	4.14	0.137

H is the scale height), that would occur if there were no energy loss. Consequently, the energy deposition takes place essentially within the first two scale heights above 120 km, that is to say between 120 and 180 km. Since there are several ways to define the energy in a dissipative atmosphere, we will not discuss in this paper, the exact altitudes of the maximum energy deposition.

At 120 km, the absence of partial reflexions and molecular losses allows us to calculate a simple energy flux ($E_z = \frac{1}{2} \Delta P \cdot \Delta W$, where ΔP is the perturbed pressure and ΔW is the perturbed vertical velocity). We found the mean value of the energy flux to be $0.11 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$. The maximum value was $0.545 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$. Figure 1 shows the number of waves detected and their mean vertical energy

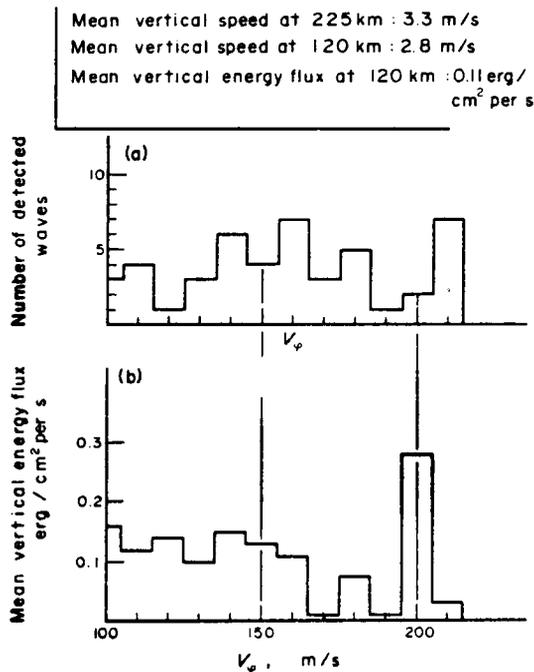


Fig. 1. The mean vertical energy flux of medium-scale gravity waves at 120 km is plotted as a function of the horizontal phase velocity (b). The main feature of the curve is a white spectrum of gravity waves. Also plotted is the number of detected waves as a function of the horizontal phase velocity (a). The waves of horizontal phase velocity less than 95 m s⁻¹ are collected in the case 95–105 m s⁻¹; in the same manner the waves of horizontal phase velocity greater than 205 m s⁻¹ are collected in the case 205–215 m s⁻¹.

flux as a function of the horizontal phase velocity. It should be noticed that the measured spectrum is white from 100 to 160 m s⁻¹.

Before making an estimate of the energy input to the lower thermosphere from the jet stream by the means of medium-scale gravity waves, several experimental constraints should be pointed out. The filtering due to the atmosphere and to the measurement technique is incapable of finding: (i) waves with phase speeds less than 100 m s⁻¹, (ii) waves which propagate during the night (due to the low level of the electron density), and (iii) waves which

propagate in a direction other than from the north to south (from the anisotropy of the Faraday rotation). Consequently, we only see the medium-scale gravity waves through a small window in phase velocity, amplitude, time and direction of propagation.

We have shown, using the mean amplification of the waves, that the deposition of energy occurs principally from 120 to 180 km. The mean value of this energy deposition was calculated and found to be 2.10⁻⁸ erg cm⁻³ s⁻¹. This energy flux is certainly present during the night time as well with the same value it has during the day.

It is possible to compare this energy deposition to the one necessary to explain the mean temperature profiles in the lower thermosphere (ALCAYDÉ, 1976), which has a mean value of 2.10⁻⁷ erg cm⁻³ s⁻¹ during the summer solstice. One can see that the energy from meteorological sources is far from negligible. It is comparable to the estimated energy of the tides (SALAH *et al.*, 1975). This energy input can explain, in part, the discrepancy between thermodynamic models of the thermosphere and measured temperature profiles (ALCAYDÉ *et al.*, 1977) between 120 and 180 km.

4. CONCLUSION

In this paper, we have presented the first statistical study of the energy of the medium-scale gravity waves in the thermosphere produced by a meteorological event. With the help of a measurement theory of the Faraday rotation experiment coupled with a full wave model of propagation in a realistic atmosphere, we have been able to give: (i) the region where the energy deposition took place, and (ii) an evaluation of the vertical energy flux reaching the thermosphere from the tropopause.

We have shown that the energy input from these waves into the lower thermosphere is certainly not negligible. The value of the energy deposition suggests that this source plays an important role in explaining the discrepancy between the measured temperature profiles and those deduced from thermospheric models.

REFERENCES

ALCAYDÉ D., FONTANARI J. and AMAYENC P.	1977	<i>Annls Geophys.</i> 33 , 289.
AMAYENC P.	1975	Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris, France.
BERTEL L., BERTIN F. and TESTUD J.	1976	<i>J. atmos. terr. Phys.</i> 38 , 261.
BERTIN F., TESTUD J. and KERSLEY L.	1975	<i>Planet. Space Sci.</i> 23 , 493.
BERTIN F., TESTUD J., KERSLEY L. and REES J.	1978	to be published.
HINES C. O.	1960	<i>Can. J. Phys.</i> 38 , 1441.

696

L. BERTEL, F. BERTIN, J. TESTUD and D. VIDAL-MADJAR

HINES C. O.	1965	<i>J. geophys. Res</i> 70 , 177.
HINES C.O. and REDDY C. A.	1967	<i>J. geophys. Res.</i> 72 , 1015.
KOCHANSKI A.	1964	<i>J. geophys. Res.</i> 69 , 3651.
RIND D.	1977	<i>J. atmos. terr. Phys.</i> 39 , 445.
SALAH J. E., EVANS J. V. and WAND R. H.	1975	<i>J. atmos. terr. Phys.</i> 37 , 461.
TESTUD J.	1973	Thèse de Doctorat, Université de Paris VI, France.
VIDAL-MADJAR D.	1978	<i>J. atmos. terr. Phys.</i> 40 , 685.

Medium scale gravity waves and their non linear
interaction with the means flow : a numerical study

Author : D. VIDAL - MADJAR
CNET-CRPE-ETE, 38-40 rue du Général Leclerc
92131 ISSY les MOULINEAUX - FRANCE

Abstract

Recently (Bertin et al, 1978; Bertel et al, 1978) a statistical estimate of the energy transported by medium scale gravity waves has been performed by analysis of a particular sample of them. The waves were originating from the troposphere and their vertical energy flux at 120 km had a mean value of 10^{-4} J/M²/s. This paper presents a theoretical study of the propagation of the waves within the thermosphere and evaluates the transfer of heat and momentum from the waves to the mean atmosphere. The main results are :

a) the vertical velocity associated to the waves has a mean value of 20 m/s in the F1 region.

b) the energy deposition takes place essentially between 120 and 200 km and the mean rate of increase of the atmosphere internal energy is 5×10^{-10} J/m³/s.

c) the observable interaction is essentially a momentum transfer, and results in the average in a horizontal induced wind of 15 m/s after 3 periods of the wave, in the direction of the wave propagation.

Introduction

Several authors have shown that gravity wave propagation results in an energy propagation from the troposphere to the thermosphere. Some have provided experimental evidence of the existence of medium scale gravity waves within the D region (Hines, 1968 ; Teitelbaum et al, 1976 ; Krassovsky et al, 1977). Others have detected those waves in the E region (Kochanski, 1964, Vidal-Madjar, 1978) and in the F1 region (Tolstoy et al 1971). There is also evidence for the presence of medium scale gravity waves in the F2 region (Gupta et al, 1973 ; Bertin et al, 1974 ; Bertin et al, 1978 ; Bertel et al, 1976).

Despite the considerable number of realistic studies of the gravity waves in the upper atmosphere (Hines, 1960 ; Midgley et al, 1966 ; Hines et al, 1967 ; Volland, 1969 a ; Volland, 1969 b ; Klostermeyer, 1972 ; Yeh et al 1975 ; Vidal-Madjar, 1977), very little has been devoted to their interaction with the mean state of the upper atmosphere. Hines (1965) has calculated from the amplitude of the wave found by Kochanski (1964) the energy deposition and he has deduced the resulting heating of the lower thermosphere (10° K/day). Using his very sophisticated model of gravity wave propagation, Klostermeyer (1973) has evaluated the heating of the middle altitude thermosphere by large scale auroral gravity waves. Testud (1971) has also tried to derive the heating of the thermosphere using the measured amplitude of large scale gravity waves.

Bertel et al (1978) have recently statistically evaluated the vertical energy flux associated with medium scale gravity waves. They were detected by means of a Faraday rotation experiment (Bertin et al, 1978) in the F region. These waves had a mean horizontal wavelength of 150 km, horizontal phase velocity ranging from 100 to 250 m/s with a mean value of 150 m/s. The mean vertical energy flux at 120 km was found equal to 10^{-4} j/m²/s. A "full wave" propagation model tended to show that the measured waves have lost their energy between 120 and 200 km. The source of the waves has been localized in the region of the Jet Stream (Bertin et al, 1978).

The aim of this paper is to attempt to answer two questions :

1°) In what altitude range does the energy deposition occur ?

2°) How is the energy extracted from the wave ?

In the first part, we describe the mathematical developments of our method which grossly follows the formalism developed by Lumley et al (1964) to describe the mean quantities of a turbulent layer. In order to evaluate the effect of the dissipative processes, we give an analytical discussion of the interaction between a gravity wave and a non dissipative isothermal atmosphere. In the second part, we give a numerical application for the set of medium scale gravity waves detected by Bertin et al (1978). Discussing first the mean amplitude of the waves in the F1 region, we show that medium scale gravity waves generated by meteorological events can explain the magnitude of the observed vertical wind. We will see that the interaction with the background atmosphere is greatly anisotropic and that the observable effect of the interaction between the thermosphere and the waves is an acceleration of the horizontal background wind in the F1 region.

The original feature of the numerical calculation presented in this paper is that the advective heating (or cooling) and the conversion of work into heat (or vice versa) due to the waves are not neglected as they were by the previous authors (Klostermeyer , 1973 ; Testud , 1970). It will be shown that, for the medium scale gravity waves considered here , those terms are dominant within the thermosphere below 300 km .

I - Mathematical development and discussion

We are interested in the description of the modification of the background atmosphere by its interaction with a medium scale gravity wave. This modification is treated as a perturbation. Hence, any atmospheric parameter M can be developed in three quantities :

$$M = M_0(z) + M_1(x, y, z, t) + M_2(z, t) \quad (1)$$

1°) $M_0(z)$ is the mean state of the atmosphere, function of z only.

$$2°) M_1(x, y, z, t) = \Delta M_1(z) e^{j(\omega t - k_x x - k_y y)}$$

is the gravity wave. $\Delta M_1(z)$ is the vertical structure of it for a propagation in the atmospheric state defined by $M_0(z)$. It is given by Vidal-Madjar's

(1978a) model of medium scale gravity wave propagation. The average value of M_1 over x , y and t is zero ($\overline{M_1} = 0$).

3°) $M_2(z, t)$ is the perturbation of the background atmosphere and is a function of z and t only. We have $\overline{M_2(z, t)} = M_2(z, t)$.

The induced quantities (M_2) are taken horizontally stratified because the mean atmosphere depends on z only. With this model, there is no divergence introduced by the induced horizontal wind. They depend on the time because the aim of this paper is not to describe an equilibrium but a transient.

The symbols used are the following :

- ρ = density
- P = pressure
- \vec{V} = wind vector, $V = (u, v, w)$
- T = temperature
- σ = viscosity tensor
- ν = collision frequency between one molecule and all ions
- η = viscosity coefficient
- κ = heat conduction coefficient
- \vec{V}_i = ion drift vector $\vec{V}_i = \vec{V} \cdot \vec{1}_b \cdot \vec{1}_b$ is the unit vector along the magnetic field.

- C_p = Specific heat at constant pressure
- μ = Boltzman constant defined by $P = \mu \rho T$
- ω = wave pulsation
- k_H = horizontal wave vector, $\lambda_H = 2\pi / |k_H|$ and $\vec{k}_H = k_x \vec{x} + k_y \vec{y}$,
 $k_x = |k_H| \cos \varphi$, $k_y = |k_H| \sin \varphi$, $v_\varphi = \omega / |k_H|$
- k_z = vertical wave number

The axes are taken as x positive northward and y positive eastward. The azimuth of the propagation (φ) is equal to zero for a propagation from south to north and to 90° for a propagation from west to east.

The values of ν , η , κ are taken from Dalgarno and Smith (1962).

To indicate how the hydrodynamic equations can be written with this formalism, we present the detail of the calculation for the continuity equation :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_0 + \rho_1 + \rho_2) + \text{div} [(\rho_0 + \rho_1 + \rho_2) (\vec{v}_0 + \vec{v}_1 + \vec{v}_2)] = 0. \quad (2)$$

The mean value of - 2 - over time and horizontal plane gives, to the first order, in M_2 and for an integral number of periods :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_2 + \overline{\text{div}(\rho_1 \vec{v}_1)} + \text{div}(\rho_0 \vec{v}_2) + \text{div}(\rho_2 \vec{v}_0) = 0 \quad (3)$$

which can be written as :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_2 + \rho_0 \frac{\partial}{\partial z} w_2 + w_2 \frac{\partial}{\partial z} \rho_0 &= c_2 \\ c_2 &= - \overline{(\vec{v}_1 \text{grad} \rho_1 + \rho_1 \text{div} \vec{v}_1)} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Following a similar procedure, we have from the conservation of momentum along the x axis :

$$\left. \begin{aligned} \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} u_2 - \rho_0 \frac{\partial^2 u_2}{\partial z^2} + \rho_2 (u_0 - u_{i0}) + \rho_0 (u_2 - u_{i2}) &= F_{x_2} \\ F_{x_2} &= - \overline{\rho_0 \vec{v}_1 \text{grad} u_1} - \overline{\rho_1 \left(\frac{\partial}{\partial t} u_1 + \vec{v}_0 \text{grad} u_1 \right)} - \overline{\rho_1 (u_1 - u_{i1})} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

The same equation along the y axis gives :

$$\left. \begin{aligned} \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} v_2 - \rho_0 \frac{\partial^2 v_2}{\partial z^2} + \rho_2 v_0 + \rho_0 v_2 &= F_{y_2} \\ F_{y_2} &= - \overline{\rho_0 \vec{v}_1 \text{grad} v_1} - \overline{\rho_1 \left(\frac{\partial}{\partial t} v_1 + \vec{v}_0 \text{grad} v_1 \right)} - \overline{\rho_1 v_1} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

and along the vertical (z) :

$$\left. \begin{aligned} & \rho_0 \frac{\partial w_2}{\partial t} + \frac{1}{3} \rho \frac{\partial^2 w_2}{\partial z^2} + \rho_0 (w_2 - w_{i2}) + \rho_2 (\partial w_{i0} + g) + \frac{\partial P_2}{\partial z} = F_{z2} \\ & F_{z2} = -\rho_0 \overline{\vec{v}_1 \cdot \text{grad} w_1} - \rho_1 \overline{\left(\frac{\partial w_1}{\partial t} + \vec{v}_0 \cdot \text{grad} w_1 \right)} - \rho_1 \overline{(w_1 - w_{i1})} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

The energy conservation equation is more complicated. Neglecting the vertical temperature and wind derivatives, it can be simplified to :

$$\begin{aligned} & c_p \rho_0 \frac{\partial T_2}{\partial t} - \frac{\partial P_2}{\partial t} - w_2 \frac{\partial P_0}{\partial z} - K \frac{\partial^2 T_2}{\partial z^2} = E_2 \\ & E_2 = -c_p \rho_1 \overline{\left(\frac{\partial T_1}{\partial t} + \vec{v}_0 \cdot \text{grad} T_1 \right)} - \rho_0 c_p \overline{v_1 \text{grad} T_1} \\ & \quad + \overline{\vec{v}_1 \text{grad} \rho_1} + \overline{(\sigma_1)_{ik} \frac{\partial (\vec{v}_1)_i}{\partial x_k}} + \rho_0 \overline{(v_1 - v_{i1})^2} \\ & \quad - 2 \rho_0 \overline{(\vec{v}_0 - \vec{v}_{i0}) (\vec{v}_1 - \vec{v}_{i1})} \end{aligned} \quad (8)$$

To deduce the quantities M_2 , it is necessary to solve the system of 5 coupled partial differential equations (4, 5, 6, 7, 8). This being very complicated to handle in practice, we introduce further approximations which, from the 5 coupled equations, provide us with 3 independent ones giving access numerically to u_2 , v_2 and T_2 .

The terms involving the induced vertical wind in equation (8) are small compared to E_2 if w_2 is smaller than 1m/s. One can have an idea of the magnitude of w_2 by evaluating the increase of the internal energy of the mean atmosphere due to the presence of the gravity wave :

$$\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial t} = c_p \rho \left[\frac{\partial T}{\partial t} + w_2 \frac{\partial T}{\partial z} \right] - \frac{\partial P}{\partial t} - w_2 \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} K \frac{\partial T}{\partial z} = E'_2 \quad (9)$$

Neglecting the vertical temperature derivative and the heat conduction, one can obtain :

$$\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial t} = c_p \rho_0 \frac{\partial T_2}{\partial t} - \frac{\partial P_2}{\partial t} - w_2 \frac{\partial P_0}{\partial z} = E'_2 \quad (10)$$

$$E'_2 = \overline{(\sigma_1)_{ik} \frac{\partial (\vec{v}_1)_i}{\partial x_k}} + \rho_0 \overline{(v_1 - v_{i1})^2} - 2 \rho_0 \overline{(\vec{v}_0 - \vec{v}_{i0}) (\vec{v}_1 - \vec{v}_{i1})}$$

By integration over the characteristic time of the phenomenon ($\Delta t = 3600$ s) (10) gives :

$$U = P_0 \left(\frac{1}{\gamma-1} \frac{T_2}{T_0} - \frac{\rho_2}{\rho_0} \right) - \Delta t \frac{\partial P_0}{\partial z} W_2 = E_2' \Delta t. \quad (11)$$

The resolution of equation (15), where W_2 is neglected gives :

a) at 150 km : $T_2 = + 2.62$ °K and at this altitude (11) is :

$$2.3 \times 10^6 \rho_2 - 7.47 \times 10^{-5} W_2 = 1.48 \times 10^{-6}. \quad (12)$$

if one supposes ρ_2 to be zero, one obtains $W_2 = -2$ cm/s

if one supposes W_2 to be zero, one obtains $\rho_2 = 6.43 \times 10^{-13}$ kg m⁻³

b) at 300 km : $T_2 = - 6.77$ °K, (11) is :

$$4.71 \times 10^5 \rho_2 - 7.9 \times 10^{-7} W_2 = -1.68 \times 10^{-7} \quad (13)$$

if $\rho_2 = 0$, $W_2 = +21$ cm/s ; if $W_2 = 0$, $\rho_2 = - 3.56 \times 10^{-13}$

One can see that the value of W_2 are always smaller than 1 m/s and that ρ_2/ρ_0 is never greater than 2 %.

Consequently, equations 5, 6, 8, give respectively :

$$\rho_0 \frac{\partial}{\partial t} u_2 - \eta \frac{\partial^2 u_2}{\partial z^2} + \rho_0 (u_2 - u_{i2}) = F_{x2} \quad (14)$$

$$\rho_0 \frac{\partial}{\partial t} v_2 - \eta \frac{\partial^2 v_2}{\partial z^2} + \rho_0 v_2 = F_{y2} \quad (15)$$

$$(c_p - \mu) \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} T_2 - \kappa \frac{\partial^2 T_2}{\partial z^2} = E_2 + \mu T_0 C_2 \quad (16)$$

The set of equations (14), (15), (16) has been numerically integrated, considering the terms F_{x2} , F_{y2} , and $E_2 + T_0 C_2$ as acting continuously in time.

In order to have a complete description of the interaction and in particular of the energy transfer , it would be interesting to obtain the induced density (ρ_2) and the induced vertical velocity (W_2) . If one just assumes that ρ_2 approximately maintains the hydrodynamic equilibrium destroyed by the induced temperature T_2 (by integration of equation (7) where W_2 is taken to be negligible) , the profile of ρ_2 is roughly the same that the one described by equations (11), (12), (13) . But the values of W_2 obtained with the continuity equation (4) are greater than the expected one to ensure the true increase of the internal energy . This shows that one must integrate the two coupled equations (4) and (7) . The mathematical procedure is more complex that the one used to solve equations (14), (15), (16) and is not the object of the present paper .

Application to a non dissipative , isothermal atmosphere

In a realistic atmosphere , it is not possible to give analytical expressions for the quadratic terms F_{x2} , F_{y2} , E_2 and C_2 . This is possible for the idealized case of a non dissipative isothermal atmosphere without background wind by the use of the polarization relations given for example by Hines (1960) .

In this case, equation (4) is not modified. The quadratic term C_2 is found to be equal to :

$$C_2 = \rho_0 \frac{\omega}{\gamma H_0^2 g} \frac{k_z}{(k_x^2 + k_0^2)} |W_1|^2 \quad (17)$$

where $\omega_c^2 = \frac{(\gamma-1)g}{\gamma H_0}$, the Brunt Vaissala pulsation

$$k_z^2 = k_H^2 \left(\frac{\omega_c^2}{\omega^2} - 1 \right) + k_0^2 \left(1 - \frac{\omega_a^2}{\omega^2} \right) \quad , \quad k_z \text{ is the vertical}$$

wave number which is negative if the wave is a gravity one and if its energy is going upward.

$$\omega_a^2 = \frac{\gamma^2 g^2}{4c_0^2} \quad , \quad \text{the acoustic cut off frequency.}$$

$$k_0 = \omega/c_0, \quad c_0 = \sqrt{\gamma g H_0} \text{ is the speed of sound}$$

The new equation (5) is :

$$\rho_0 \frac{\partial}{\partial t} U_2 = F_{X_2} \quad (18)$$

$$F_{X_2} = -\rho_0 \vec{v}_1 \text{grad} U_1 - \rho_1 \frac{\partial}{\partial t} U_1$$

with help of the polarization relations, one finds the Reynolds term

$(\rho_0 \vec{v}_1 \text{grad} U_1)$ is the opposite of the other $(\rho_1 \frac{\partial}{\partial t} U_1)$.

The value for each terms is :

$$\rho_0 k_x \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{1}{g H_0^2} \frac{k_z}{k_x^2 + k_0^2} |W_1|^2 \quad (19)$$

Consequently $F_{x2} = 0$. As the atmosphere is not dissipative and without background wind, we have also $F_{y2} = 0$

The new equation (7) is :

$$\rho_0 \frac{\partial}{\partial t} w_2 + \rho_2 g + \frac{\partial}{\partial z} p_2 = F_{z2}$$

$$F_{z2} = -\rho_0 \overline{\vec{v}_1 \cdot \text{grad} w_1} - \rho_1 \frac{\partial}{\partial t} w_1 \quad (20)$$

Here F_z also vanished, and the magnitude of each of the right-hand side terms is :

$$\rho_0 \left(\frac{\omega^2}{\gamma \gamma H_0^2} - \frac{\omega_G^2 \rho_H^2}{g} \right) \frac{|w_1|^2}{\rho_{x2}^2 + \rho_0^2} \quad (21)$$

The new equation (8) is :

$$c_p \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} T_2 - \frac{\partial}{\partial t} p_2 - w_2 \frac{\partial}{\partial z} p_0 = E_2$$

$$E_2 = -c_p \rho_1 \frac{\partial}{\partial t} T_1 - \rho_0 c_p \overline{\vec{v}_1 \cdot \text{grad} T_1} + \overline{\vec{v}_1 \cdot \text{grad} p_1} \quad (22)$$

The magnitude of the three terms composing E_2 are the same :

$$\rho_0 \frac{\omega}{\gamma H_0^2 g} \frac{|k_{z1}|}{\rho_{x2}^2 + \rho_0^2} |w_1|^2 \quad (23)$$

The conversion of pressure into work ($\overline{\vec{v}_1 \cdot \text{grad} p}$) is negative the Reynolds term ($-\rho_0 c_p \overline{\vec{v}_1 \cdot \text{grad} T}$) is negative. The third term is positive. Consequently :

$$E_2 = \rho_0 \frac{\omega}{\gamma H_0^2 g} \frac{k_{z1}}{\rho_{x2}^2 + \rho_0^2} |w_1|^2 \quad (24)$$

The values of the quadratic ^{terms} are the following

$$F_{x_2} = F_{y_2} = F_{z_2} = 0, \quad E_2 = \mu T_0 C_2 = \rho_0 \frac{\omega}{\gamma H_0^2 g} \frac{k_z}{k_x^2 + k_y^2} |W_1|^2$$

- The source term in equation (13) is equal to $2E_2$ and is negative. Therefore we see that the gravity wave tends to cool the atmosphere and there is no horizontal induced wind. But we cannot conclude here on its effect on ρ_2 and W_2 , since the coupled system of equations (17) and (4) cannot be analytically solved.

II - Numerical application and discussion

In this section, we shall discuss for the medium scale gravity waves measured by Bertin et al (mean horizontal wave length 150 km, horizontal phase velocity ranging from 100 to 250 m/s) the importance of the terms composing F_{x_2} , F_{y_2} , and $E_2 + \mu T_0 C_2$. We will present, and discuss, the values of U_2 , V_2 and T_2 for different waves.

To define the mean state of the atmosphere, we used :

- the mean temperature profile from CIRA 72
- the wind profile given by Amayenc (1975) for 15.00 U.T in summer.
- An electron density profile, defined by a double Chapman layer with a maximum number density of $3.33 \times 10^{11} \text{ m}^{-3}$ at a height of 250 km.

Figure (1) shows the temperature and wind profiles. The wind is nearly West-East between 150 and 200 km and its maximum value of 75 m/s is comparable with the mean value of the horizontal phase velocity. This is favorable to a strong interaction between the wave and the background wind. We have chosen this profile, because the direction of the wind is perpendicular to the magnetic field. This direction is, for the wave propagation, a direction of heavy damping due to ion drag (Vidal-Madjar, 1978a)

We used a constant 20 min period, and did numerical application for $\lambda_H = 100, 150$ and 200 km ($V_\varphi = 83$ m/s, 125 m/s, 166 m/s). To take in account the anisotropy due to the magnetic field and to the background wind, we used four directions of propagation $\varphi = 0, 90, 180$ and -90° .

Let us now describe three elements of the results : the wave amplitude, the quadratic terms F_{x2}, F_{y2}, C_2 and E_2 and the interaction with the background atmosphere.

II - a - Wave amplitude

This section deals with figures 5 - a and c, b - a, 7 - a, 8 - a and 9 - a.

In figure (5 - a, 5 - c, 6 - a, 7 - a) are shown the values of T_1, U_1 or V_1 and W_1 , for the case $\lambda_H = 150$ km, $V_\varphi = 125$ m/s, which is well representative of the waves detected by Bertin et al. In order to compare the results, the vertical energy flux (E_{120}) at 120 km is constant and equals to 10^{-4} J/m²/s.

The propagation of the wave is anisotropic. In the absence of background wind (fig 5-a and 6-a) the anisotropy, due to the ion drag, is strong above 180 km (region of high electron density). The amplitudes of the wave are comparable for $\varphi = 0$ and 90° , this is due to the magnetic field dip angle (Yeh et al, 1975) we have chosen ($I = 60^\circ$). The anisotropy is much stronger when we introduce the background wind (fig 5-c and 7-a) : the wave propagating with the wind are damped (Vidal-Madjar, 1978a). The oscillations are due to the wind vertical derivatives.

The mean value for T_1 is 35° K between 150 and 200 km, which is compatible the fluctuations of neutral temperatures observed within this region with the French Incoherent Scatter Facility. The mean value for w_1 is 20 m/s. One can say that this value is incompatible

with the relatively small energy of the waves. This is not because it is an instantaneous value. To compare it with experiments we must find measurement techniques which give access to the instantaneous values of the vertical velocity. This has been done with artificial contaminants (Rieger, 1974 ; Ackerman et al, 1971) or recently with a mass spectrometer (Knutson et al, 1977 ; Spencer et al, 1976). All the methods have given vertical winds with a mean value of 20 m/s (from a few meters per second to 80 m/s). Rieger has reported that the vertical wind can change in 10 min. Rieger and Ackerman have observed large vertical winds in the F1 region but rarely or not above 250 km. The change of the wind in 10 min is compatible with a wave period around 30 min and the large wind in the F1 region with the response of the thermosphere to a medium scale gravity wave (maximum amplitude in the F1 region, vertical winds smaller than 10 m/s above 250 km). This suggests that the existence of strong vertical winds may be related to waves of the same nature as those detected by Bertin et al.

The effect of the horizontal wave length is shown by the comparison of the figures 5-c, 8-a and 9-a. For small wavelenghts (here $\lambda_H = 100$ km), the wave is damped in the E region and hence cannot propagate above 200 km. The damping is almost similar for $\lambda_H = 150$ km and 200 km (Vidal-Madjar, 1978a) but for $\lambda_H = 200$ km, the wave propagating with the wind is less attenuated than for $\lambda_H = 150$ km. This because the difference between the horizontal phase velocity and the amplitude of the wind is smaller for the second than for the first.

II-b The quadratic terms

We now discuss the value and the elements composing the source terms of equations (11), (12), (13), (F_{x2} , F_{y2} , E_2 and C_2), the quadratic terms associated to the wave. In the energy conservation equation (13), let us separate two kinds of quadratic terms : the non dissipative ones

(advective terms, Reynolds terms, transformation of pressure into work, or the reverse, terms) will be noted with the subscript n. The dissipative ones (ion drag, viscosity effect) will be noted with the subscript d.

The term E_{2d} , in equation (13), corresponds to the rate of increase of the atmosphere internal energy. It is composed of a viscous term and an ion drag. Except between 120 and 150 km and in the upper thermosphere (above 300 km), ion drag is dominant. Figure 2 (a, b) shows the altitude dependence of E_{2d} . For a propagation without background wind (figure 2a), the deposition takes place essentially between 120 and 200 km with a maximum value at 160 km ($5 \times 10^{-10} \text{ J/m}^3/\text{s}$). The anisotropy due to ion drag is visible : for $\varphi = 90^\circ$ and 0° , the energy deposition is two times the one found for $\varphi = 180^\circ$ at 160 km.

Introduction of the background wind (fig 2-b) does not change the mean value of the energy deposition per unit time and volume between 120 and 200 km ($5 \times 10^{-10} \text{ J/m}^3/\text{s}$). This value must be compared to the energy deposition from solar EUV within the same region which is of the order of $7 \times 10^{-9} \text{ J/m}^3/\text{s}$ (Alcaydé, 1976).

The oscillations in the deposition are due to the effect of the vertical gradient of the wind on the wave propagation.

Figure 3 shows the relative importance of the dissipative and non dissipative terms in the energy and momentum equations (11), (13) for an azimuth angle $\varphi = 180^\circ$.

The comparison for the energy equation is shown in fig (3,a), with and without background wind, by means of the parameter E_{2d}/E_{2n} . The asymptotic behavior around 150 km is due to a change of the sign of E_{2n} . This fact must be discussed with the sign of E_{2n} in a non dissipative atmosphere (section I) which is always negative. E_{2n} is positive below 150 km and negative above ; we can conclude that one of the effects of the dissipation in the wave propagation is to change the sign of E_{2n} in the region where the deposition of energy is large.

The main feature of the comparison between E_{2n} and E_{2d} is that E_{2n} is always strongly dominant below 300 km. Above 300 km, the two terms are comparable and above 350 km the molecular energy deposition becomes dominant.

Figure (3-b), representing $|F_{x2d}/F_{x2n}|$, shows that for the momentum equation the non dissipative term is everywhere dominant. The second maximum of the curve is due to the increasing importance of ion drag in F_{x2d} .

II - c Interaction with the background atmosphere

We now come to the main point of this paper. The wave solution M_1 was calculated for a propagation in the unperturbed state of the atmosphere (M_0) and was not modified over the integration interval of (14), (15), (16). As long as the wave solution M_1 calculated for M_0 is valid for $M_0 + M_2$, this procedure is correct. This is always the case at the beginning of the interaction and the duration of the validity depends on the energy of the wave (magnitude of the quadratic terms) and on the importance of the interaction (magnitude of the damping) which is a function of the value of the phase velocity and of the azimuth of propagation (see II-a).

To correctly solve the problem, one must couple the system (14, 15, 16) with the linearized equations for the wave propagation, and solve without assuming an harmonic time dependence. This procedure has been used by Jones et al (1971) in their study of the momentum transfer between a non dissipative atmosphere and a gravity wave at a critical level.

The procedure used in this paper is far more simple. It is however certainly always valid at the beginning of the interaction

and even when the interaction is too strong it provides at least a qualitative picture of the importance of the coupling.

The wave solution (M1) is obtained with a "full wave" propagation model (Vidal-Madjar, 1976a). The lower boundary is taken at 120 km and the upper one at 350 km ; the altitude step is 1 km (which is far more than necessary to obtain a good approximation). For the derivation of the induced quantities (equations 11, 12, 13), the step in altitude is again 1 km and the step in time a twentieth of the waveperiod. The results are unchanged for 2 km altitude step and a step in time equal to one tenth of the waveperiod. The classical boundary conditions for equations (13) are used : at 120 km , $T_2 = 0$, and at 350 km , the heat flux null , $dT_2 / dz = 0$ (Alcaydé et al. , 1977) . For equations (11) and (12) , the viscous term is so small that the boundary conditions have no influence on the solution between 130 and 340 km, a point that has been stressed by Amayenc (1975). We imposed $dV/dz = 0$ at $V = 0$ at 350 km.

The induced quantities are given after 3 periods of the wave in view of a proper comparison with the waves detected by Bertin et al (1978), which lasted about that time.

We first discuss the induced temperature for a wave with $\lambda_H = 150$ km, $V_\phi = 125$ m/s and a vertical energy flux $E_{120} = 10^{-4}$ J/m²/s at 120 km. For the same wave, we give the induced horizontal wind. Finally, we discuss the influence of the horizontal phase velocity.

In figure 4 is plotted the response of a weakly dissipative atmosphere (we did not introduce ion drag and viscosity, but kept only the thermal conduction). In this case the wave amplitude (4-a) is strong. The induced temperature T_2 is slightly positive at 150 km and negative above 160 km. To explain this feature, one must remember that a gravity wave in a non dissipative and isothermal atmosphere tends to cool it, as pointed out previously. The increase of the atmosphere internal energy must be obtained by a diminution of the density or/and a positive vertical velocity as one can see in equations (11),(12),(13).

In figure (5-b) representing the case of an atmosphere without background wind, one can see that the gravity wave increases the temperature below 160 km and decreases it above. The value of T_2 is always greater than the one plotted in figure (4-a), this is due to the increase of the molecular losses.

The anisotropy due to ion drag is strong above 200 km. For $\varphi = 0^\circ$ and 90° , T_2 is greater than for $\varphi = 180^\circ$. This is due to the fact that the ion drag loss is less important for $\varphi = 180^\circ$ (see section II-a).

When the background wind is introduced (fig 5-d), the result is complicated by the oscillations due to the vertical wind derivatives. But again, the wave increases the temperature of the lower thermosphere and decreases the temperature of the upper thermosphere. The difference between T_2 at the same altitude for various azimuth of propagation is due to a difference in the damping: the larger is the damping, the larger is T_2 .

The maximum of T_2 is always at the same altitude than the maximum of the wave.

In figure (6-c), we have plotted the induced horizontal winds in an atmosphere without background wind. The interaction produces a wind essentially in the direction of the wave propagation. For a propagation which is not strictly in the magnetic meridian plane, ion drag induces a small additional component perpendicular to the wave propagation, always much smaller than the parallel one (below 1 %). The interaction seems to be very strong in the F_1 region : the mean value of the induced wind is 15 m/s after 3 periods of the wave.

Figure (7-c) shows the results corresponding to figure (6-c) with background wind. Again, the induced wind is almost in the direction of propagation (here, the perpendicular component is due to ion drag and to the vertical wind derivatives). Again the interaction is strong in F_1 region, and the mean value of the induced wind is 15 m/s. The case of azimuth $\varphi = 90^\circ$ which exhibits an induced wind of 36 m/s at 150 km must be explained by the conjunction of the direction and the amplitude of the background wind (fig 1) with the ion drag. For $\varphi = 90^\circ$, the wave is not far from a critical level around 150 km ; it has been shown (Bretherton, 1966 ; Jones et al, 1971) that in such circumstance the transfer of momentum from the wave to the background wind is strong. Our calculation shows that the effect of ion drag is acting in the same sense. In that case, the background wind ($V_0 + V_2$) reaches 100 m/s after three periods, and consequently the calculation procedure is certainly not valid for a so long time.

In figure (8), we have plotted the induced temperature and wind for a wave $\lambda_H = 200$ km, $V_\varphi = 166$ m/s. Here, for $\varphi = 0^\circ$ and 90° the induced temperature increases the mean temperature of the lower thermosphere and decreases it in the upper thermosphere. But for $\varphi = 180^\circ$ and -90° , the interaction always increases the mean temperature. Consequently, the induced wind is smaller for $\varphi = 180$ and -90° than the induced wind of figure 7 and the interaction takes place at higher altitudes. Here, again, we have a quasi resonant interaction for $\varphi = 90^\circ$ in the F_1 region.

For figure (9), we have chosen a very small horizontal phase velocity ($V_\varphi = 83$ m/s, $\lambda_H = 100$ km). Such waves had been detected in the E region by incoherent scatter (Vidal-Madjar, 1978). One can see that the interaction takes place essentially below 150 km and that the induced winds are very strong (20 m/s). For numerical reason it was impossible to calculate the solution for $\varphi = 90^\circ$: 83 m/s is not far from a critical level.

Conclusion

With the help of a numerical model, we have shown that the medium scale gravity waves generated in the troposphere play an important role in the local equilibrium of the lower thermosphere (below 200 km). We have pointed out that the strong vertical winds (20 m/s) detected in the F₁ region can be interpreted in terms of these waves. By discussing the entropy increase, we have shown that the wave energy deposition, due to molecular losses, takes place essentially between 120 and 200 km with a maximum at 160 km. This energy deposition per unit time is roughly equal to 10 % of the one due to solar heating within this region. This value is related to the particular set of gravity waves detected by Bertin et al (vertical energy flux at 120 km equals to 10^{-4} J/m²/s). For this particular set, the effects on the mean atmosphere are :

The mean temperature is changed by no more than 1 % of it. It is decreased in the upper thermosphere as for a non dissipative atmosphere and increased in the lower thermosphere.

On the background wind : it enhances the horizontal wind in the direction of the wave propagation. The mean value of the induced wind is 15 m/s at about 150 km. This value can be much greater if there is a conjunction between the transfer of momentum due to the magnitude and direction of the background wind and the loss due to the effect of ion drag.

The strong value of the induced wind suggests that it must be possible to study it with help of the French Incoherent Scatter Facility. With its multistatic configuration it is possible to detect gravity wave, to derive their vertical characteristics and sometimes their horizontal wave vector (Vidal-Madjar, 1978b). Using a model of the mean thermospheric winds in this region (Amayenc, 1975) it is perhaps possible to show a correlation between the presence of a gravity wave and a modification of the mean background Wind.

Figure Captions

Figure 1 : Mean state of the thermosphere. It is the mean standard atmosphere given in CIRA 72. The wind profile is given by the model of Amayenc (1975), it is the mean summer wind at 15 h U.T.

Figure 2 : Rate of increase of the atmosphere internal energy per unit time and unit volume due to a medium scale gravity wave. The characteristics of the wave have the mean values of the characteristics of the waves detected by Bertin et al (1978) : horizontal wave length (λ_H) 150 km, period 20 min, horizontal phase velocity (V_ϕ) 125 m/s, vertical energy flux at 120 km (E_{120}) 10^{-4} J/m²/s. Figure 2-a shows the energy deposition in the thermosphere without background wind. The anisotropy is due to ion drag which is more important for azimuth angle $\varphi = 0^\circ$ and 90° than for $\varphi = 180^\circ$ (propagation toward south). The deposition is maximum around 160 km and its mean value between 120 and 200 km is 5×10^{-10} J/m³/s. Figure 2-b gives the energy deposition in a thermosphere with background wind. The deposition occurs mainly between 120 and 200 km and its mean value is still 5×10^{-10} J/m³/s. This value is roughly 10 % of the solar energy deposition in the same region. The anisotropy is due to ion drag and to the background wind, the oscillations are due to the wind vertical derivatives

Figure 3 : Comparison between the various terms composing the source terms of equations (14) and (16). The source terms are composed of two kinds of quadratic terms : the non dissipative ones (E_{2n} and F_{x2n}) coming from advective terms, Reynolds terms etc... and the dissipative ones (E_{2d} and F_{x2d}) coming from ion drag and viscosity effect. Figure 3-a shows the ratio $|E_{2d}/E_{2n}|$ for a propagation with and without background wind. E_{2n} is always greater than E_{2d} except in the upper thermosphere (above 350 km). The asymptotic behavior of the ratio around 150 km comes from a sign change of E_{2n} . Figure 3-b shows the ratio $|F_{x2d}/F_{x2n}|$, the non dissipative terms are always strongly dominant. The second maximum of the curves around 275 km is due to ion drag.

Figure 4 : Application of the numerical model for a weakly dissipative atmosphere (ion drag and viscosity are not considered, the only dissipative process is the thermal conduction). The wave used is the same than the one used for fig 2. Figure 4-a shows the amplitude of the temperature perturbation figure 4-b shows the amplitude of the induced temperature after 3 periods of the wave. Except in the lower thermosphere (around 150 km), the wave cools the thermosphere, this behavior must be compare to the fact that a gravity wave in a non dissipative atmosphere tends to decrease the mean temperature. Figure 4-c gives the horizontal induced wind which is in the direction of the wave propagation and has its maximum above 200 km.

Figure 5 : Application of the model for a realistic thermosphere without and with background wind and for the waves used in fig 2. Figures 5-a and 5-b are related to the case without background wind. Figure 5-a gives the wave temperature perturbation amplitude, its maximum value is 40° K at 150 km. The damping effect of ion drag is more important for azimuth angles $\varphi = 0^{\circ}$ and 90° than for $\varphi = 180^{\circ}$. The effect of the damping is visible in figure 5-b which gives the induced temperature after 3 periods : the larger is the damping, the larger is the induced temperature. Figure 5-c and 5-d are related to the case with background wind. The mean amplitude of the temperature perturbation is still 40° K (fig 5-c). Figure 5-d shows the induced temperature the oscillations are due to the wind. The maximum of T_2 is at the same altitude that the maximum of the waves. T_2 is never greater than 1 % of the mean temperature, after three periods of the wave.

Figure 6 : Same as figure 5 but for the wind and in a thermosphere without background wind. The amplitude of the vertical wind perturbation (fig 5-a) has a maximum around 170 km and its mean value is 15 m/s. In figure 5-b are plotted the horizontal wind perturbation in the vertical plane of the wave propagation. The amplitude is maximum around 160 km and its value is 35 m/s. The induced horizontal wind after three periods (fig 5-c) is always in the direction of the wave propagation, its mean value is maximum

around 160 km and equal to 15 m/s. The induced wind for $\varphi = 90^\circ$ is greater than for $\varphi = 0^\circ$ and 180° because of the ion drag effect (more than 20 m/s compared to 15 m/s for $\varphi = 0^\circ$).

Figure 7 : Same as figure 6 but for a thermosphere with background wind. The mean vertical wind perturbation is maximum between 150 and 200 km and its mean value is about 15 m/s (fig 7 - a). The horizontal wind perturbation is maximum in the same region and its mean value is 35 m/s (fig 7-b). By comparing fig 7 and fig 6, one can see that the anisotropy due to the wind is more important than the one due to ion drag. The induced horizontal wind (fig 7-c) is still maximum between 150 and 200 km and its mean value in this region is 15 m/s after 3 periods of the wave. The case of $\varphi = 90^\circ$ is particular, there is a "quasi resonant" interaction due to momentum transfer in the vicinity of a critical level and ion drag. For this particular case, the numerical model is not valid.

Figure 8 : Illustration fo the horizontal wave length influence. Here

$\lambda_H = 200$ km, $V_\varphi = 166$ m/s and the vertical energy flux is again 10^{-4} J/m²/s. The shape and the amplitude of T_1 is comparable to the curves plotted in figure 5-c. For this case the induced temperature for $\varphi = 0$ and -90 is always positive and the induced wind for the same azimuth (fig 8 - c) is less important than the corresponding induced wind plotted in figure 7 - c. Here, again, there is a "quasi resonant" interaction for $\varphi = 90^\circ$.

Figure 9 : Application of the model to a wave with a small horizontal phase velocity ($V_\varphi = 83$ m/s). These waves cannot reach the upper atmosphere as one can see in figure 9 - a. The interaction is consequently important only in the lower thermosphere and in this region the induced winds are very strong. As V_φ is not very far from a critical level in the lower thermosphere, our numerical model is not able to give any result for azimuth angle $\varphi = 90^\circ$.

REFERENCES

Ackerman M., E. Van Hemelrijck, 1971, J.G.R, 76 p 3162.

Alcaydé D., 1976, thèse de doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse (France).

Alcaydé D., Fontanari J. and Amayenc P., 1977, Ann de Geophy., 3 p 289

Amayenc P., 1975, thèse de doctorat, Université Pierre et Marie-Curie, Paris (France).

Bertel L., Bertin F. and Testud J., 1976 J.A.T.P, 38 p 261

Bertel L., Bertin F., Testud J. and Vidal-Madjar D., 1978, J.A.T.P., to be published.

Bertin F., Testud J. and Kersley L., 1975, Planet Space Sci, 28 p 493

Bertin F., Testud J., Kersley L. and Rees J., 1978, J.A.T.P, to be published

Bretherton F.P., 1966, Quart J.Roy. Met. Soc, 92 p 466

Dalgarno A. and Smith F.J., 1962, Planet Space Sci, 9 , p 1

Gupta B., Nagpal O.P, Setty C.S.G.K., 1973, Ann de Geophy., 2 p. 301

Hines C.O., 1960, Can J.Phys, 38 p 1 441

Hines C.O, 1965 J.G.R, 70 p. 177

Hines C.O., and Reddy C.A., 1967, J.G.R., 72 p 1 015

Hines C.O., 1968, J.A.S, 25 p. 937

Jones W.L., Houghton D.D., 1971, J.A.S, 28 p 604

Klostermeyer J., 1972, J.A.T.P., 34 p 765

Klostermeyer J., 1973, J.A.T.P., 35 p. 2 267

Knutson J.R., Kayner D.C and Potter W.E., 1977, J.G.R., 82 p 5253

Kochanski A., 1964, J.G.R., 69 p 3 651

Krassowsky, 1977, Planet. Space Sci., 25 p 200.

Lumley J.L. and Panofsky H.A., 1964, the structure of atmospheric turbulence
J. Wileysand sons.

Midgley J.E., and Liemohn H.B., 1966, J.G.R., 71, p 3729

Rieger E., 1974, J.A.T.P., 36 p. 1 377

Teitelbaum H. and Sidi C., 1976, J.A.T.P., 38 p. 413

Spencer N.W., Theis R.F., Wharton L.E and Carignan G.R., 1976,
Geophys. Res Let., 3 p. 313

Testud J., 1970, J.A.T.P., 32 p. 1 793

Tolstoy I. and Montes H., 1971, J.A.T.P., 33 p. 775

Vidal-Madjar D., 1978 a, J.A.T.P., 40 p.1

Vidal-Madjar D., 1978 b, J.A.T.P., Tobe published

Volland H., 1969 a, J.A.T.P., 31 p. 491

Volland H., 1969 b, J.G.R., 74 p. 178

Yeh K.C., Liu C.H. and Youakim M.Y., 1975, 31 p. 321

Mean atmosphere, summer 15 h.

Temperature

Wind

T_0

U_0

V_0

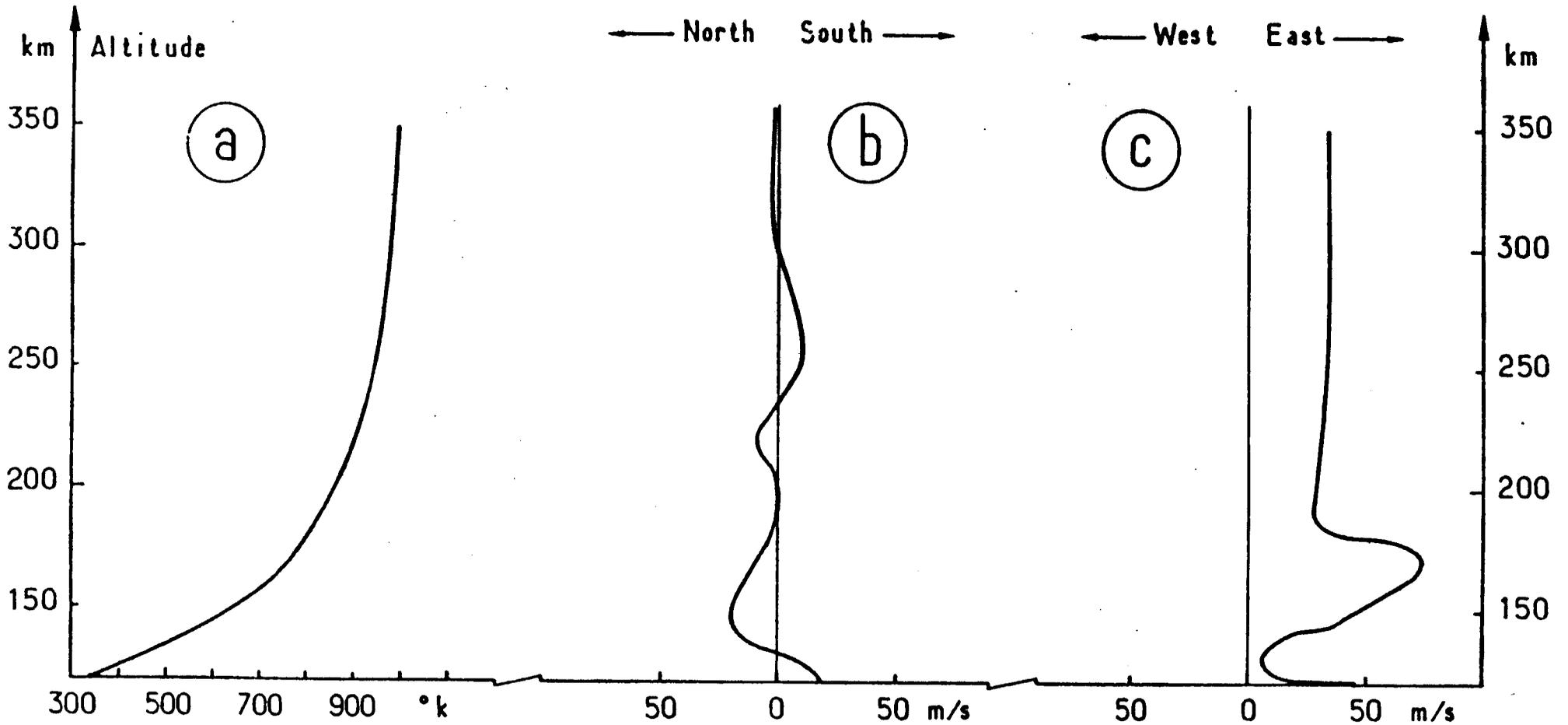


Figure 1

Rate of increase
of the atmosphere internal energy

$$\lambda_H = 150 \text{ km}, V_\varphi = 125 \text{ m/s}, E_{120} = 0.1 \times 10^{-3} \text{ J/m}^2/\text{s}$$

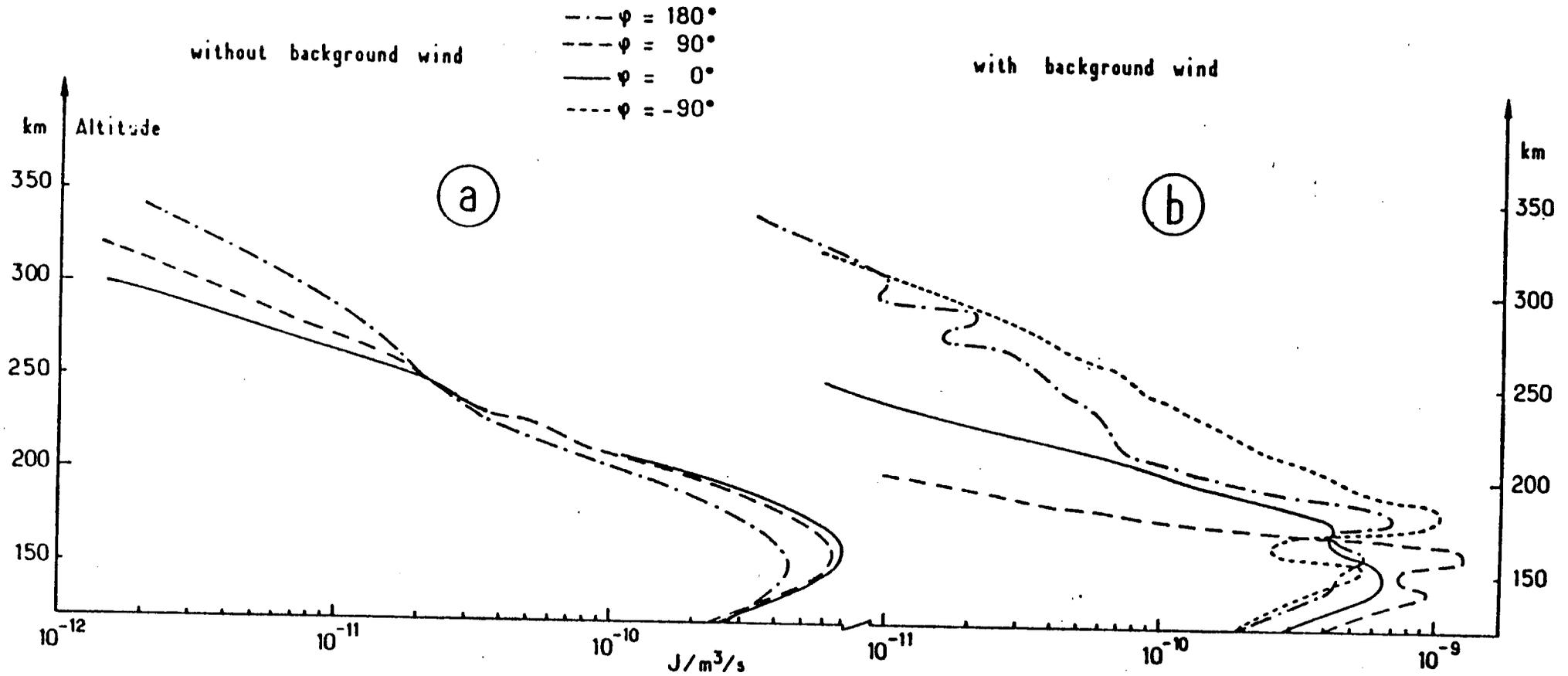


Figure 2.

Source terms comparison

$$\lambda_H = 150 \text{ km}, \quad V_\varphi = 125 \text{ m/s}, \quad \varphi = 180^\circ, \quad E_{120} = 0.1 \times 10^{-3} \text{ J/m}^2/\text{s}$$

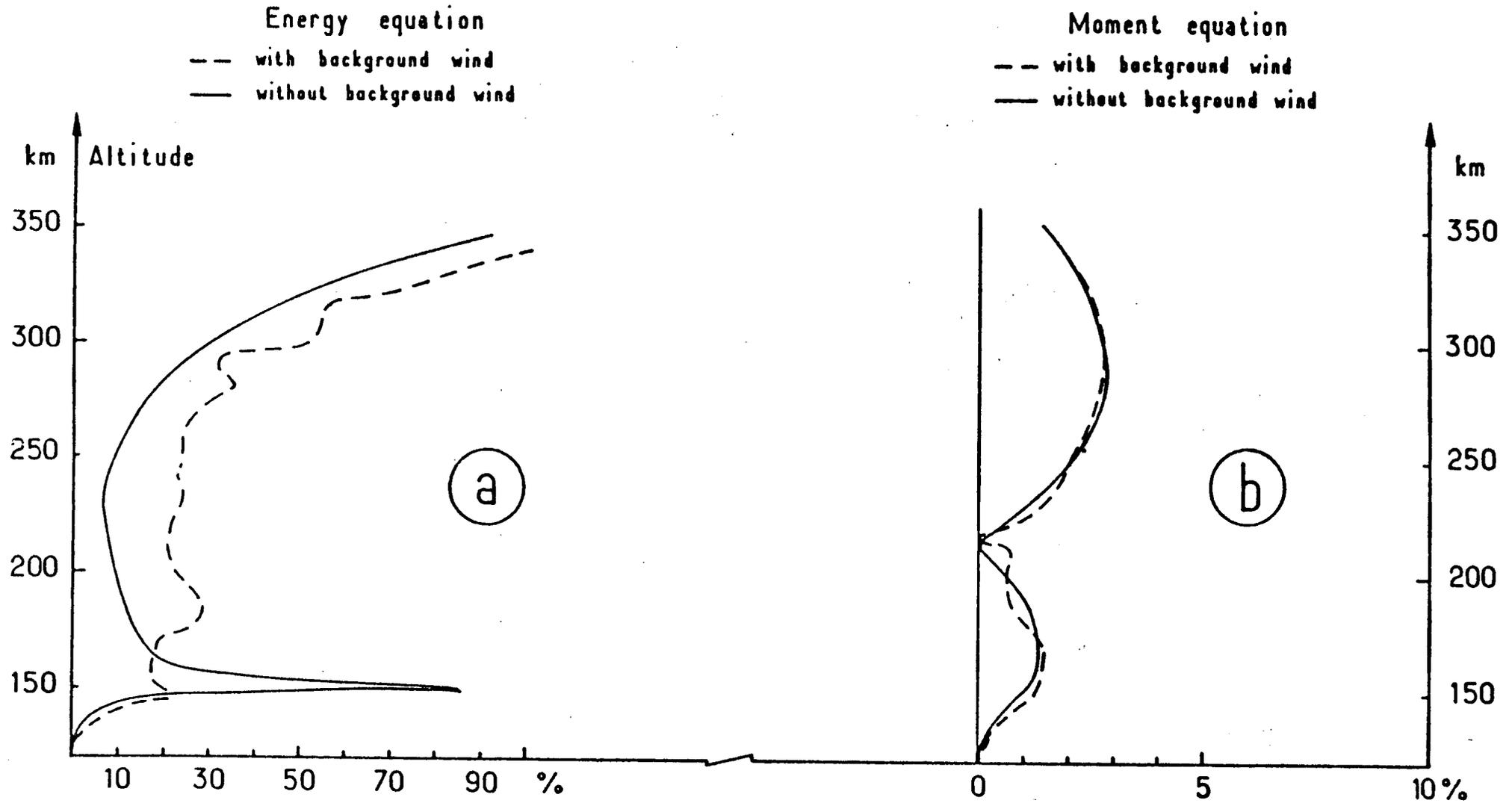


Figure 3

Interaction without iondrag and "viscosity"

$\lambda_H = 150 \text{ km}$, $V_\varphi = 125 \text{ m/s}$, $\varphi = 180.0$, $E_{120} = 0.1 \times 10^{-3} \text{ J/m}^2/\text{s}$

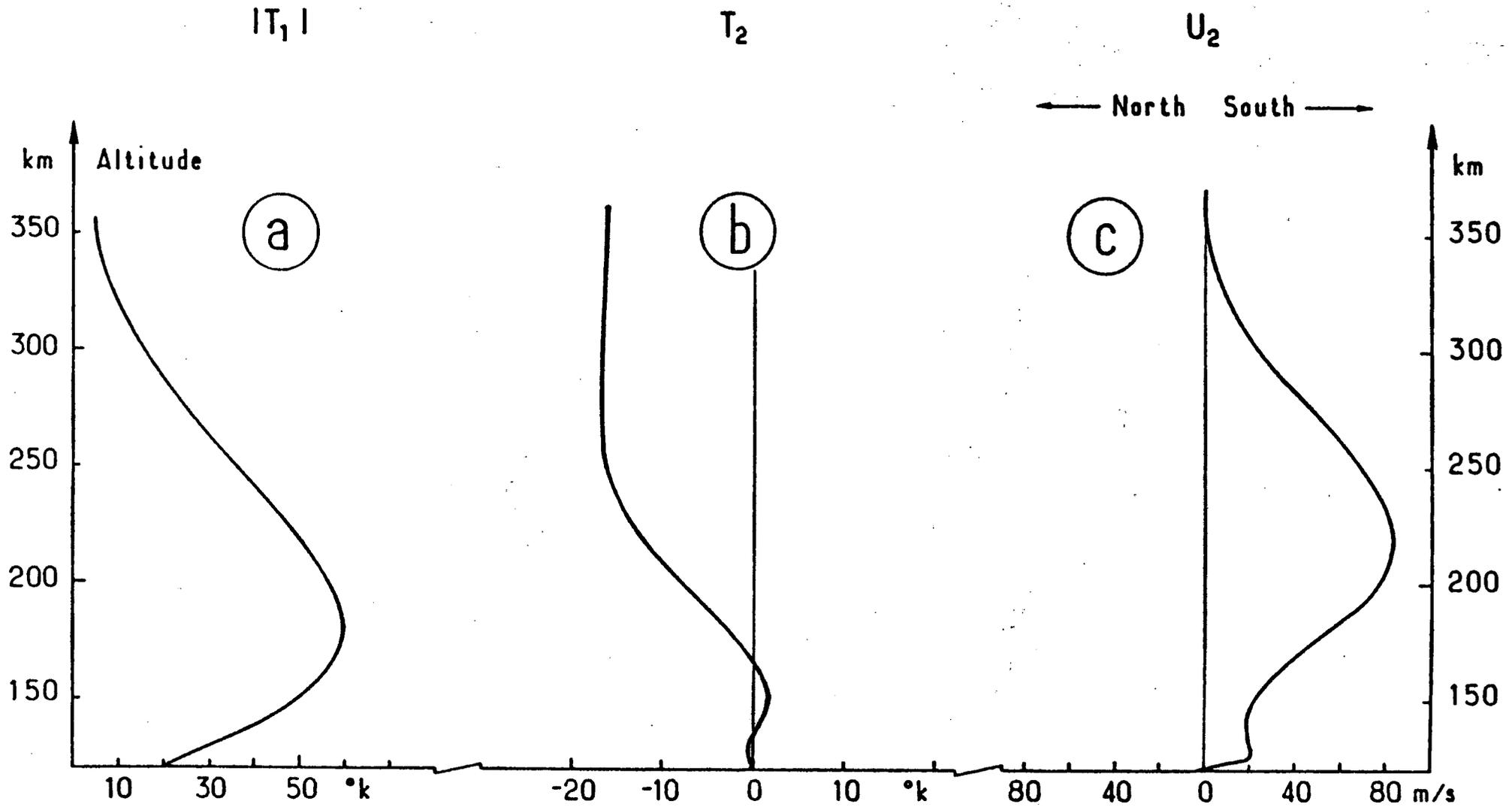


Figure 4

Background temperature change

- - - $\varphi = 180^\circ$ $\lambda_H = 150 \text{ km}$
 - - - $\varphi = 90^\circ$ $V_\varphi = 125 \text{ m/s}$
 ——— $\varphi = 0^\circ$ $E_{120} = 0.1 \times 10^{-3} \text{ J/m}^2/\text{s}$

- - - $\varphi = 180^\circ$ $\lambda_H = 150 \text{ km}$
 - - - $\varphi = 90^\circ$ $V_\varphi = 120 \text{ m/s}$
 ——— $\varphi = 0^\circ$ $E_{120} = 0.1 \times 10^{-3} \text{ J/m}^2/\text{s}$
 - - - $\varphi = -90^\circ$

without background wind

with background wind

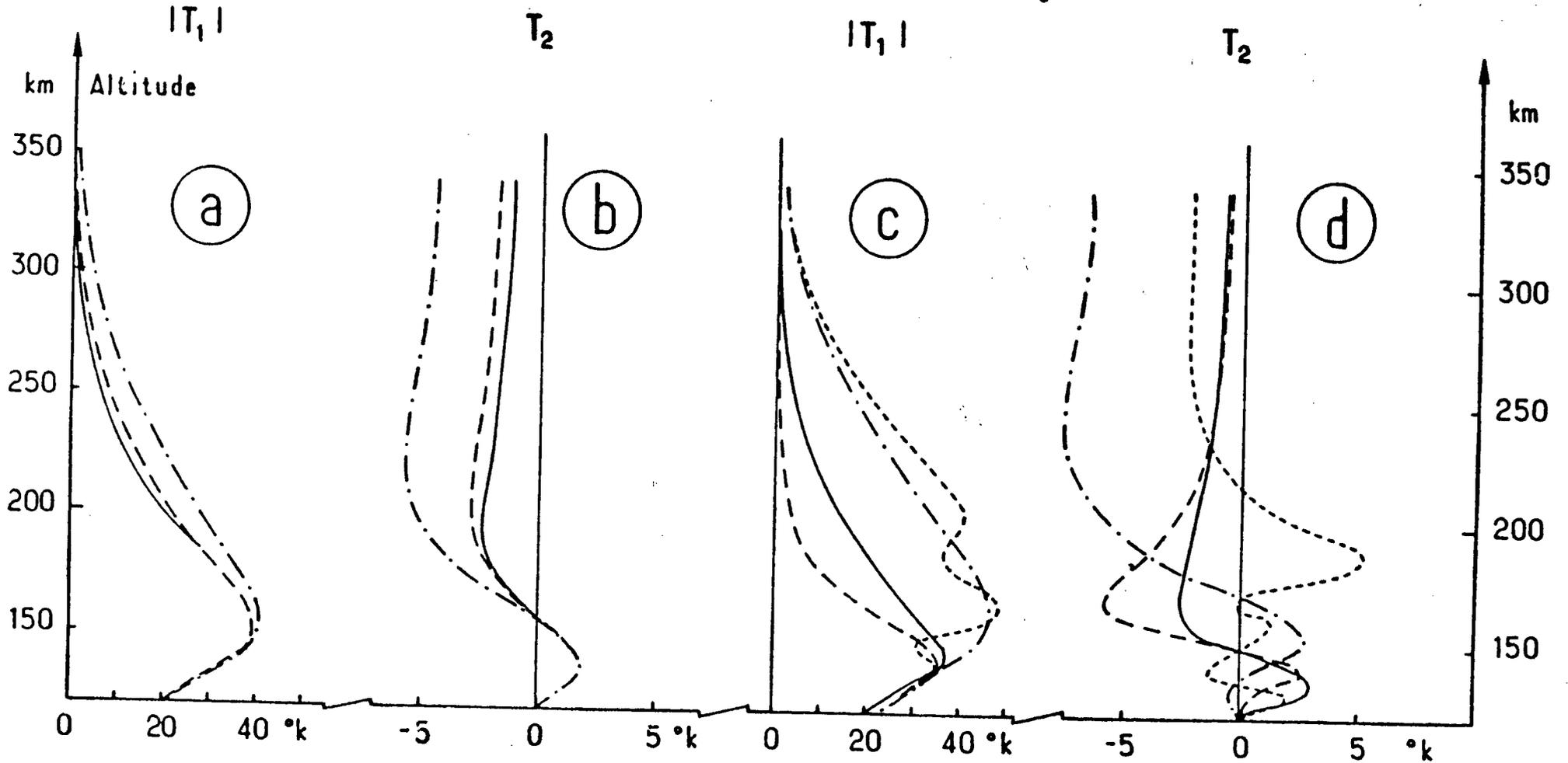


Figure 5

Induced winds without background wind

$\lambda_H = 150 \text{ km}, V_\varphi = 125 \text{ m/s}, E_{120} = 0.1 \times 10^{-3} \text{ J/m}^2/\text{s}$

- · - · - $\varphi = 180.0$
 ——— $\varphi = 0.0$ $|U_1|$
 - - - $\varphi = 90.0$ $|V_1|$

- · - · - $\varphi = 180.0$
 ——— $\varphi = 0.0$ U_2
 - - - $\varphi = 90.0$ V_2

$|W_1|$

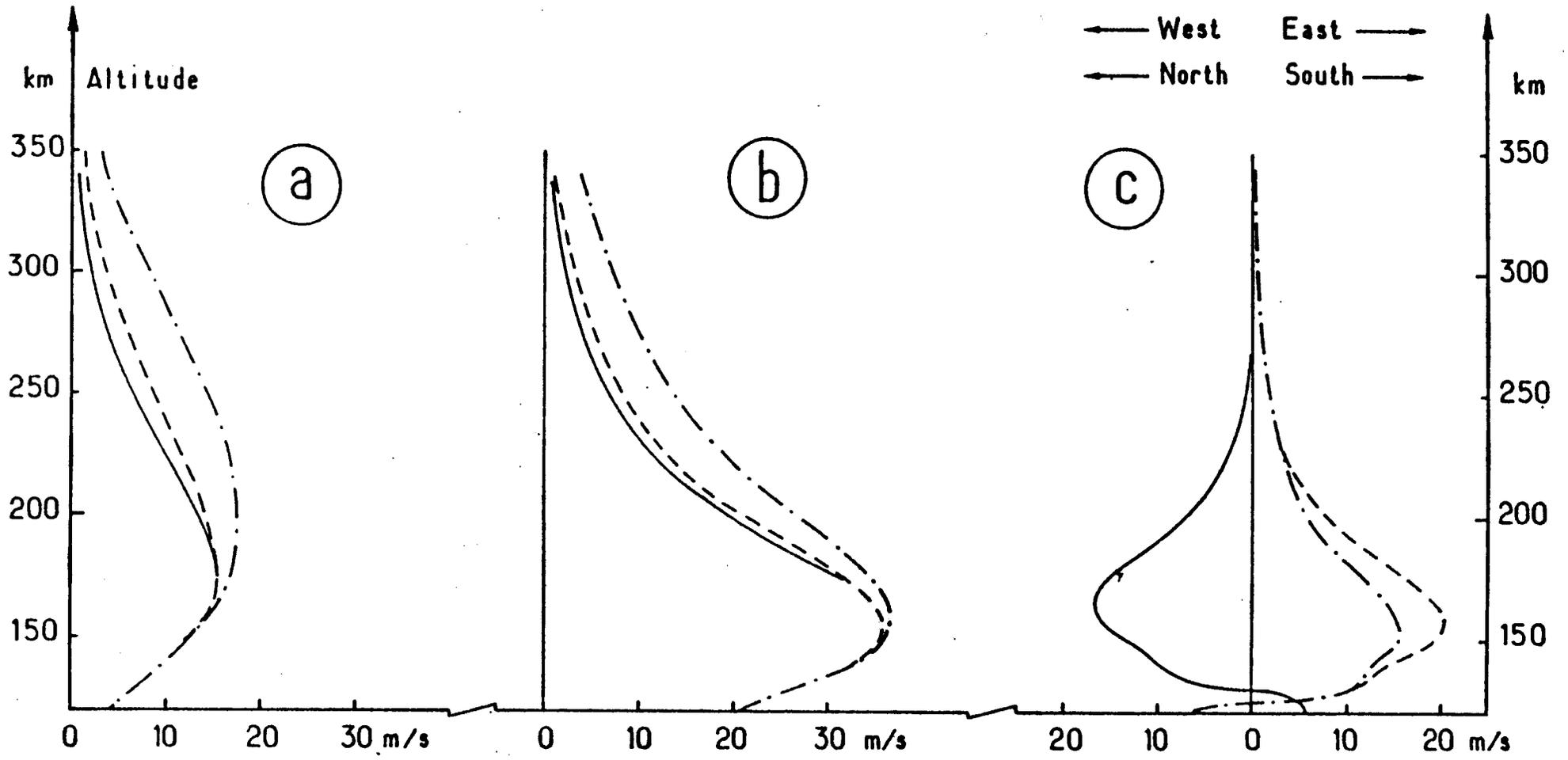


Figure 6

Induced winds with background wind

$\lambda_H = 150 \text{ km}, \quad V_\varphi = 125 \text{ m/s}, \quad E_{120} = 0,1 \times 10^{-3} \text{ J/m}^2/\text{s}$

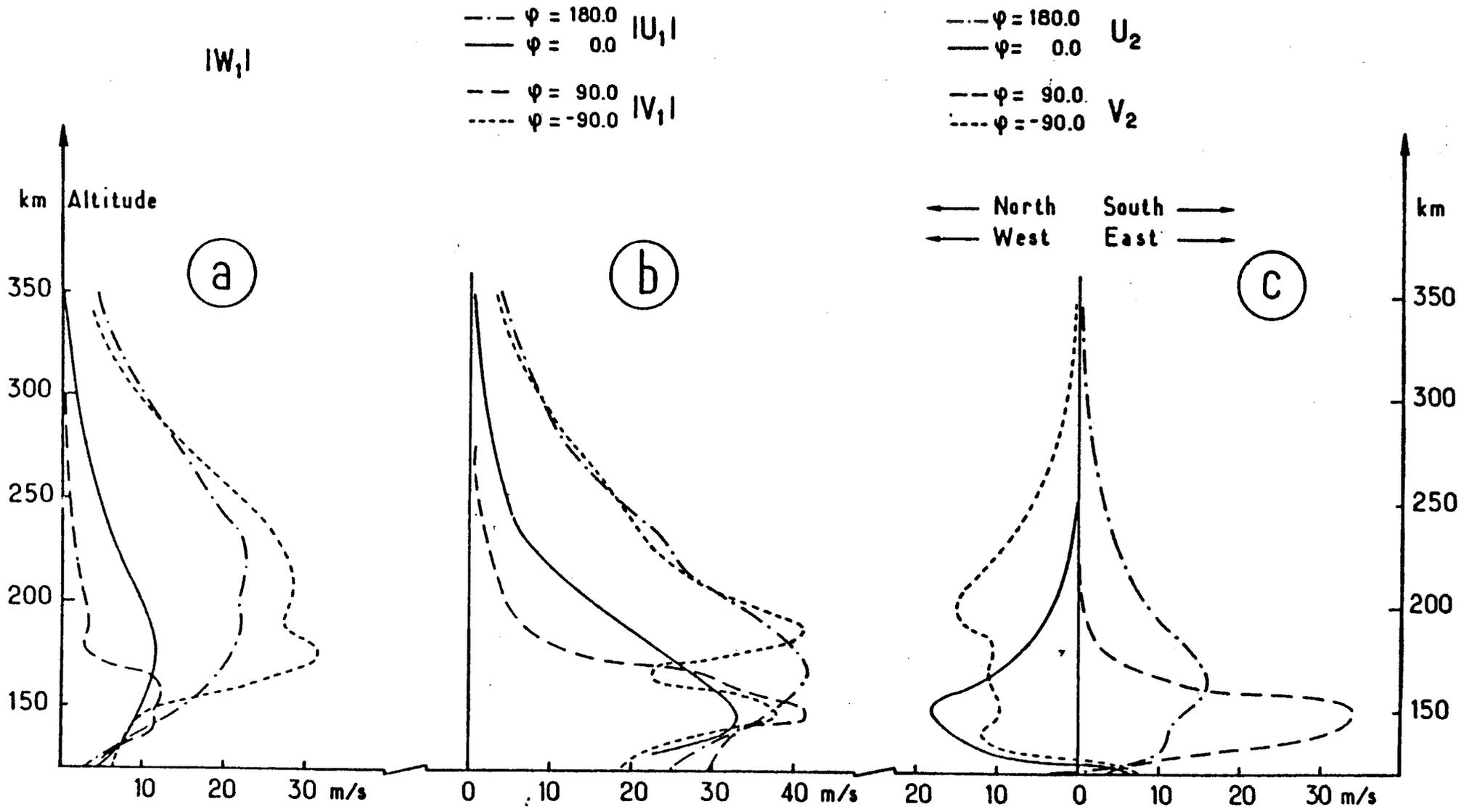


Figure 7

Interaction with the mean atmosphere

$\lambda_H = 200 \text{ km}$, $V_\varphi = 166 \text{ m/s}$, $E_{120} = 0.1 \times 10^{-3} \text{ J/m}^2/\text{s}$

- $\varphi = 180.0$
- - - $\varphi = 90.0$
- $\varphi = 0.0$
- $\varphi = -90.0$

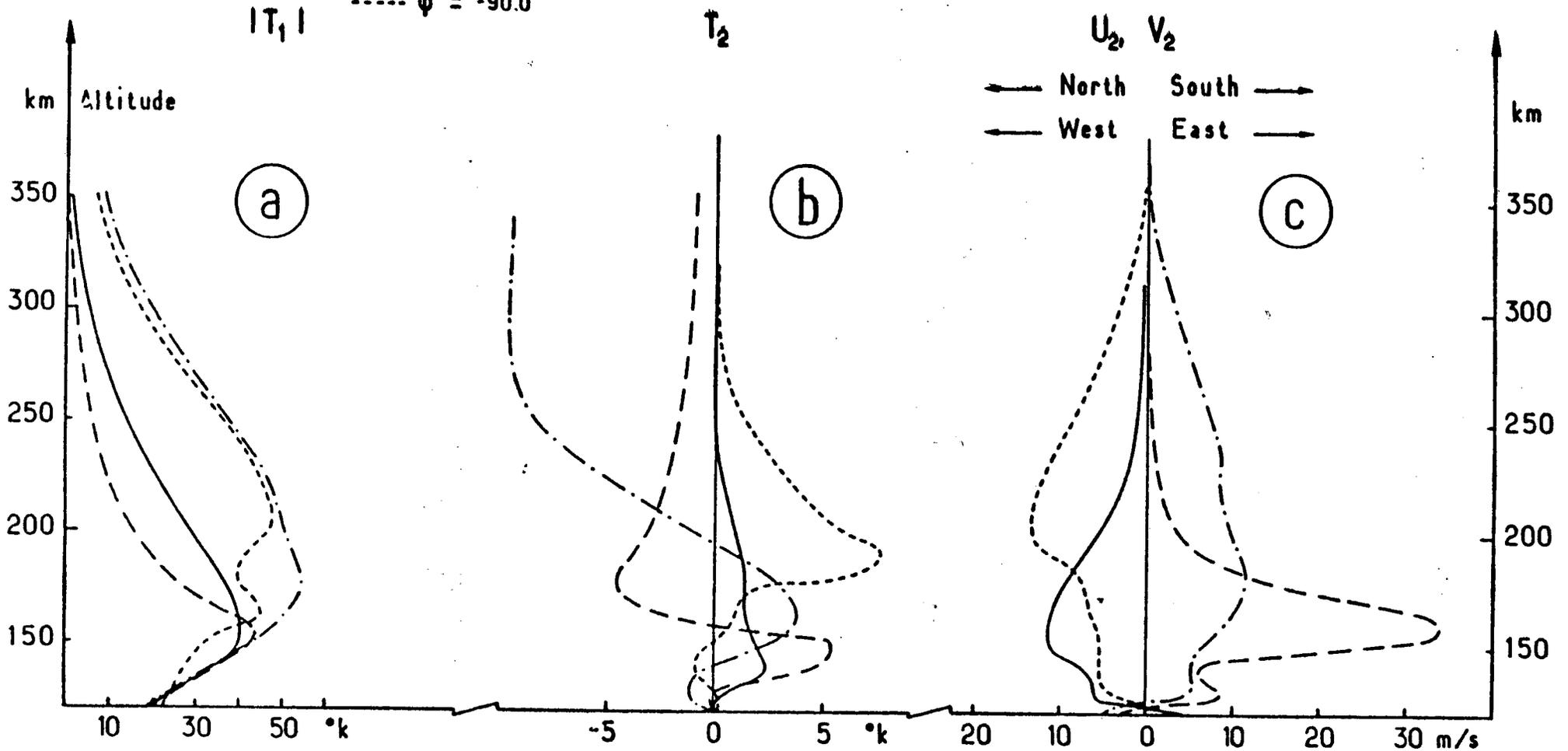


Figure 8

Interaction with the mean atmosphere

$$\lambda_H = 100 \text{ km}, \quad V_\phi = 83 \text{ m/s}, \quad E_{120} = 0.1 \times 10^{-3} \text{ J/m}^2/\text{s}$$

- $\psi = 180.0$
- $\psi = 0.0$
- $\psi = -90.0$

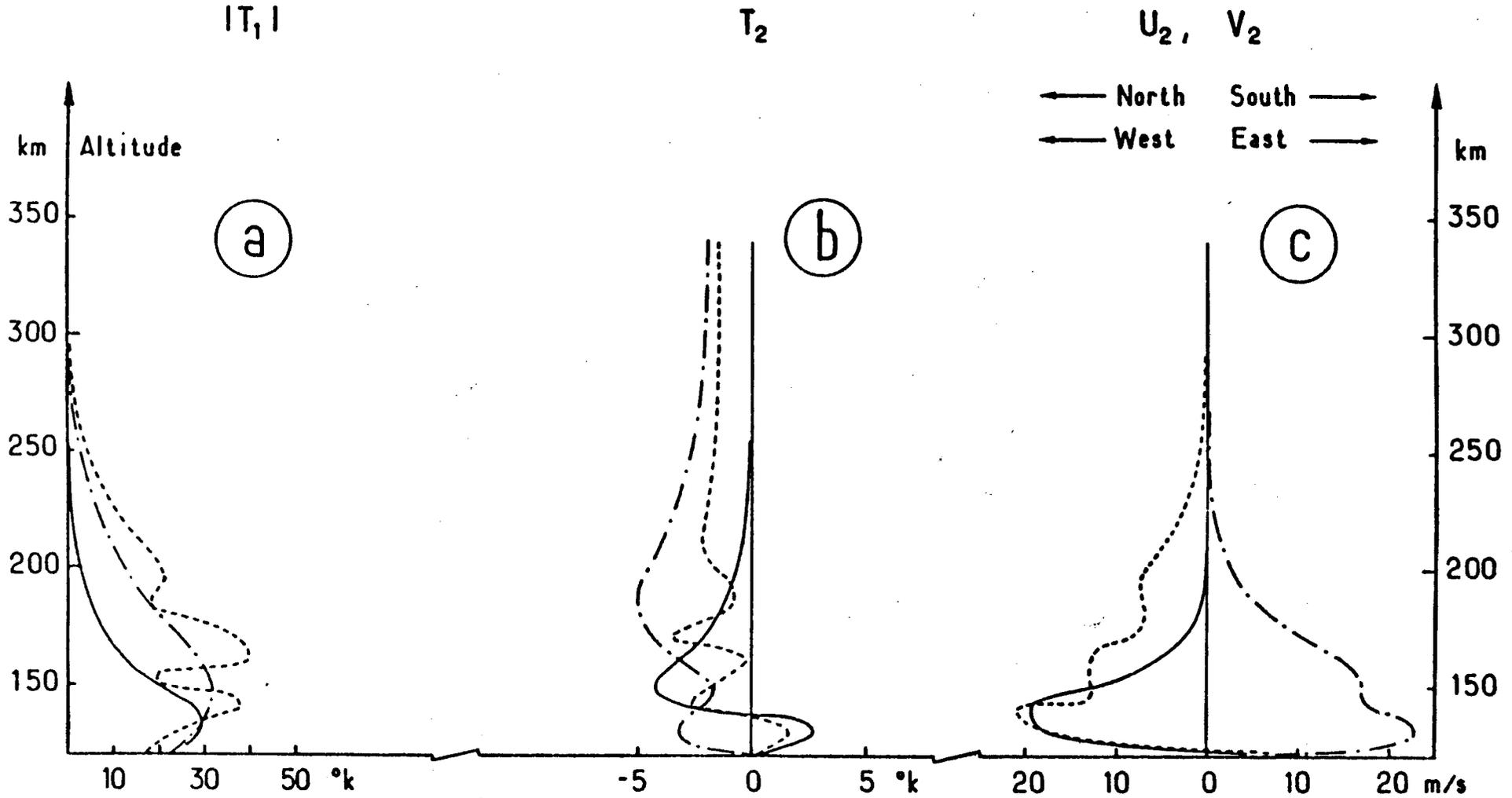


Figure 9

Annales de Géophysique

tome 34, numéro 1

janvier-février-mars 1978

Ann. Geophys., t. 34, fasc. 1, 1978, p. 1-7

Sur le Jet Stream de la tropopause en tant que source des ondes de gravité observées dans la thermosphère

par

D. VIDAL-MADJAR, F. BERTIN, J. TESTUD

CNET/CRPE - ETE - 28-40, rue du Général Leclerc ; 92131 - Issy-les-Moulineaux

RESUME. — *La présence d'ondes de gravité de moyenne échelle (vitesse de phase horizontale de 80 à 200 m/s, période de 20 à 40 min.) dans la thermosphère supérieure est extrêmement fréquente, c'est du moins l'un des faits saillants qui ressort des très nombreux travaux expérimentaux publiés dans ce domaine au cours des dix dernières années.*

La très grande fréquence de ces phénomènes devait naturellement amener les géophysiciens à se poser la question de leur importance énergétique et de leur origine. Concernant leur origine, nombre d'auteurs ont évoqué des sources troposphériques, et en particulier le jet stream de la tropopause. Des travaux récents de Bertin et al. semblent avoir apporté une confirmation expérimentale à cette idée. De fait, plusieurs théories, publiées à ce jour, ont envisagé la production d'ondes de gravité par le jet stream. Cependant, un trait commun de ces théories est leur inaptitude à produire des ondes de vitesse de phase supérieure à la vitesse maximum du vent dans le jet stream (environ 50 m/s), et de ce fait, leur inaptitude à expliquer la production des ondes de gravité de moyenne échelle observées dans la thermosphère.

Dans le présent article, on envisage l'interaction non linéaire entre deux ondes de gravité "primaires" se développant dans le jet stream, et on montre qu'il s'ensuit la production d'une onde "secondaire" dont la vitesse de phase peut être très supérieure à la vitesse du vent dans le jet stream. Le mécanisme est d'efficacité médiocre vis-à-vis du bilan énergétique du jet stream, mais cependant suffisante pour rendre compte des amplitudes des ondes de gravité observées dans la thermosphère.

ABSTRACT. — *The presence of medium scale gravity waves in the thermosphere with horizontal phase speeds of 80 to 200 m/sec. and periods between 20 and 40 min. is a frequent phenomena. Their existence is one of the striking facts that have been deduced from numerous experimental studies published in the past ten years.*

The frequent occurrence of these medium scale waves has naturally led to the question of their origin and energetic importance. A tropospheric origin has been suggested by many authors, especially an origin in the jet stream. Recent experiments by Bertin et al. (unpublished) seem to experimentally confirm this idea. Many theoretical studies predict production of gravity waves by the jet stream. However these theories have been unable to produce waves with phase speeds greater than the maximum speed of the jet stream itself (about 50 m/sec), and hence cannot explain the observations of medium scale gravity waves in the thermosphere.

The present article suggests the two "primary" gravity waves developing in the jet stream can interact in a non linear fashion to produce a "secondary" wave which can possess a much larger phase speed. The efficiency of this non linear interaction is very weak but is sufficient to account for the amplitudes of the medium scale gravity waves observed in the thermosphere.

Une expérience récente, mise au point par Bertin et al. a montré que la plupart des ondes de gravité de moyenne échelle présentes dans la thermosphère provenaient de la région du Jet Stream de la tropopause.

L'émission par le Jet Stream d'ondes de gravité est une chose connue. L'originalité de la mesure vient de ce qu'elle montre que la région du Jet est à l'origine d'ondes dont la vitesse de phase est très supérieure

à celle du vent. Aucune des théories existantes ne permet d'expliquer cette émission. Le but de cet article est de montrer qu'il existe un mécanisme simple capable de produire les ondes observées et d'en évaluer l'efficacité.

Dans une première partie introductive nous résumons rapidement les travaux de Bertin et al. et nous donnons les caractéristiques des ondes observées. On passe ensuite en revue les travaux antérieurs sur la génération d'ondes par Jet Stream afin de montrer en quoi ces théories sont insuffisantes.

Dans une deuxième partie, on reprend l'une d'entre elles, la théorie des instabilités (Lalas et al., 1976), afin de montrer que l'interaction non linéaire entre instabilités nous permet d'obtenir les ondes observées.

On conclut l'article par une comparaison quantitative avec l'expérience de façon à en déduire l'amplitude des instabilités nécessaires à ce processus de génération.

Introduction

1.a. Origine météorologique des ondes de gravité de moyenne échelle

Nous nous référons essentiellement dans la suite aux travaux de Bertin et al. (1978).

Ces auteurs ont conçu une expérience en vue d'étudier l'origine de certaines ondes de gravité de moyenne échelle observées dans la thermosphère. Cette expérience est fondée sur la mesure de la rotation Faraday du signal balise d'un satellite géostationnaire. La mesure est faite simultanément en trois sites disposés en triangle. Cet ensemble expérimental permet la mise en évidence d'ondes de gravité de moyenne échelle. Par triangulation, on obtient leur vecteur d'onde horizontal.

Ces informations servent au calcul du rayon inverse à l'aide d'un modèle de propagation WKB dans une atmosphère réaliste. Bertin et al. montre, que pour 70 % des ondes détectées, l'origine est, sans ambiguïté, la région du Jet Stream. La distance moyenne au jet stream est de 170 km.

La figure 1 donne les caractéristiques de ces ondes dans le plan (k_H, k_z). On remarque que l'on ne mesure aucune onde de vitesse de phase supérieure à 250 m/s ou inférieure à 90 m/s. La distribution présente un maximum pour des vitesses de phase comprise entre 130 et 160 m/s et pour des k_z compris entre 10 et $15 \times 10^{-5} \text{ m}^{-1}$. Toutefois, ces caractéristiques spectrales ne constituent qu'une indication très partielle sur le spectre d'ondes réellement émis par le Jet Stream. Le filtrage de l'atmosphère vis-à-vis des ondes de gravité entre 10 et 250 km d'altitude est extrêmement sélectif ; seules les ondes de grandes vitesses de phase et de longue période sont susceptibles d'atteindre le niveau supérieur. Deux

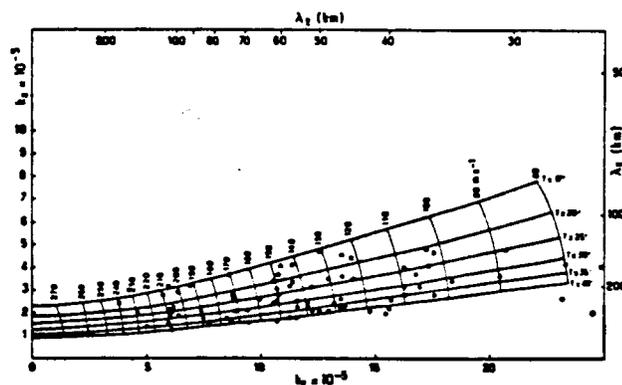


Fig. 1

Caractéristiques spectrales des ondes de moyenne échelle mesurées par Bertin et al. On a noté chacune des ondes par un point dans un diagramme (k_H, k_z). Le k_z est celui qu'à l'onde à 15 km d'altitude. Les hyperboles sont les courbes de dispersion classiques. Ces caractéristiques spectrales s'expliquent fort bien par le filtrage atmosphérique. Le point essentiel est que la vitesse de phase de ces ondes est de 150 m/s en moyenne.

effets majeurs contrôlent ce filtrage : la dissipation par viscosité et conduction thermique moléculaire qui interdit la propagation dans la thermosphère d'onde de faible longueur d'onde (et donc de faible vitesse de phase), et la dégénérescence en turbulence par effet non linéaire (processus qui affecte également en priorité les ondes de faibles vitesses de phase).

Il faut donc être conscient que l'observation d'ondes de gravité de moyenne échelle au niveau de la thermosphère ne donne accès qu'à une fenêtre spectrale très limitée sur les ondes susceptibles d'être émises par le jet stream.

C'est cependant sur les ondes de cette fenêtre spectrale limitée que nous raisonnons dans la suite. Ces ondes présentent les caractéristiques suivantes :

- a) une vitesse de phase horizontale comprise entre 100 et 200 m/s avec un maximum autour de 150 m/s ;
- b) un vecteur d'onde horizontal qui peut aussi bien être orienté dans le sens du Jet Stream que contre celui-ci ;
- c) un vecteur d'onde vertical à la source de l'ordre de 10 à $15 \times 10^{-5} \text{ m}^{-1}$.

Le fait que le Jet Stream soit la source d'ondes de gravité n'a rien de surprenant. De nombreuses expériences ont mis en évidence des ondes provenant du Jet (Herron et al., 1969 ; Hooke et al., 1975). L'originalité du travail de Bertin et al. est de montrer que le Jet est capable d'émettre des ondes dont la vitesse de phase est très supérieure à la vitesse maximum du vent.

En l'absence de localisation de la source, l'idée générale était que de telles ondes ne pouvaient pas avoir pour origine la troposphère. En effet, aucune des explications

avancées ne permet de produire des ondes dont la vitesse est supérieure à la vitesse du vent.

Les théories existantes sont de deux sortes. L'une ignore le caractère individuel de l'onde émise et relie celle-ci à la turbulence qui existe dans le Jet Stream. L'autre s'attache plus à la physique du phénomène en montrant que certaines des instabilités présentes dans l'écoulement peuvent se propager vers le haut. La théorie de génération dont nous parlons dans cet article utilise largement les résultats de la deuxième catégorie d'explication.

1.b. Les théories existantes

a) Génération par la turbulence (Tolstoy et al., 1975)

On ne donne ici que les résultats de la théorie. Les auteurs expriment l'existence d'un champ de force aléatoire à la frontière d'une couche horizontale turbulente. Ils montrent qu'à un tel champ on peut associer des ondes de gravité qui se propagent. Le spectre de ces ondes dépend du modèle statistique employé pour la description de la turbulence.

Appliquée au Jet Stream, cette théorie donne un spectre d'ondes de gravité émis. Le résultat le plus important étant que la vitesse de phase des ondes ne peut pas dépasser la vitesse moyenne de la turbulence. Les auteurs en concluent que, si on doit retenir ce processus de génération, les ondes observées dans la thermosphère de vitesse de phase supérieure à 100 m/s ne peuvent pas provenir du Jet Stream.

b) Production d'instabilités (Lalas et al., 1976)

Un certain nombre de mesures montrent l'existence dans le Jet Stream d'oscillations individuelles bien caractérisées (par opposition au bruit que représente la turbulence). On a même pu montrer que de telles oscillations pouvaient se propager (Hooke et al., 1975).

Afin d'expliquer l'existence de telles oscillations, on montre (Mastrantonio et al., 1976) que, étant donné un modèle réaliste à deux dimensions du Jet Stream, il peut exister des oscillations de la forme $A(z) e^{j(\omega t - k_H \cdot x)}$ qui satisfont une réflexion au sol et la condition de radiation. Ces oscillations sont instables (ω a une partie imaginaire négative).

Suivant la forme du Jet Stream, il peut exister de 1 à 3 modes instables. Les auteurs montrent que l'un d'entre eux est constitué d'oscillations de grande longueur d'onde (> 100 km) qui se propagent. Malheureusement, ils confirment également que la vitesse de phase de ces ondes est inférieure à la vitesse maximum du vent.

En conclusion, aucune des deux théories ne permet d'expliquer directement les caractéristiques des ondes observées. La théorie des instabilités a l'avantage de conserver le caractère individuel des oscillations comme

le suggère l'expérience. Le processus d'émission que nous présentons s'appuie sur l'existence de plus d'un mode instable. En reprenant les calculs de ces modes, on va montrer que l'on peut, pour certaines formes de jet stream, trouver deux oscillations qui par interaction non linéaire peuvent donner naissance aux ondes observées.

Le calcul théorique que l'on présente comporte trois parties. Dans la première, on reprend le calcul des instabilités de façon à trouver une configuration de l'atmosphère dans laquelle existe des instabilités capables de générer les ondes de gravité observées. Ensuite, moyennant un certain nombre d'approximations, on montre comment peut se développer l'interaction non linéaire entre les oscillations primaires. Pour terminer, on applique le calcul à quelques cas. A l'aide d'un modèle de propagation réaliste, on compare les amplitudes théoriques à 250 km aux amplitudes effectivement mesurées à la même altitude.

2. Génération par interactions non linéaires

2.a. Recherche des instabilités

La méthode utilisée pour rechercher les instabilités est la même, dans son principe, que celle exposée par Einaudi et al. C'est pourquoi nous ne donnons ici que les résultats du calcul.

Le modèle de Jet Stream est celui de Mastrantonio et al. Les paramètres importants dans la forme du jet sont l'altitude du maximum (pour cette étude, on l'a prise constante égale à 12 km), la vitesse maximum du vent et la largeur de l'écoulement. Par soucis de prendre les conditions les plus calmes, on a fait les calculs pour une vitesse maximum de 70 m/s et une largeur à 3 dB de 2,5 km. Cette configuration correspond à un nombre de Richardson minimum de 0,142.

La figure 2 montre une représentation des modes instables dans les repères (k_H , Réel (ω)) et (k_H , imaginaire (ω)). La classification II et III correspond à celle utilisée par Mastrantonio et al. On donne sur la figure 3 la dépendance en altitude des modules des perturbations des vitesses horizontales ΔU et verticales ΔW pour une instabilité de chacun des modes.

2.b. Calcul de l'interaction

Le but du calcul n'est pas de donner une description exacte du phénomène d'interaction, mais seulement d'en évaluer l'efficacité. Pour simplifier le plus possible le calcul, on a fait les approximations suivantes. L'atmosphère est prise isotherme ($T_0 = 220^\circ\text{K}$, hauteur d'échelle de la pression $H = 6230$ m). On néglige le vent moyen. Cette approximation n'est pas trop fautive dans la mesure où la vitesse de phase de l'onde résultante est prise au moins égale à 2 fois la vitesse maximale du vent

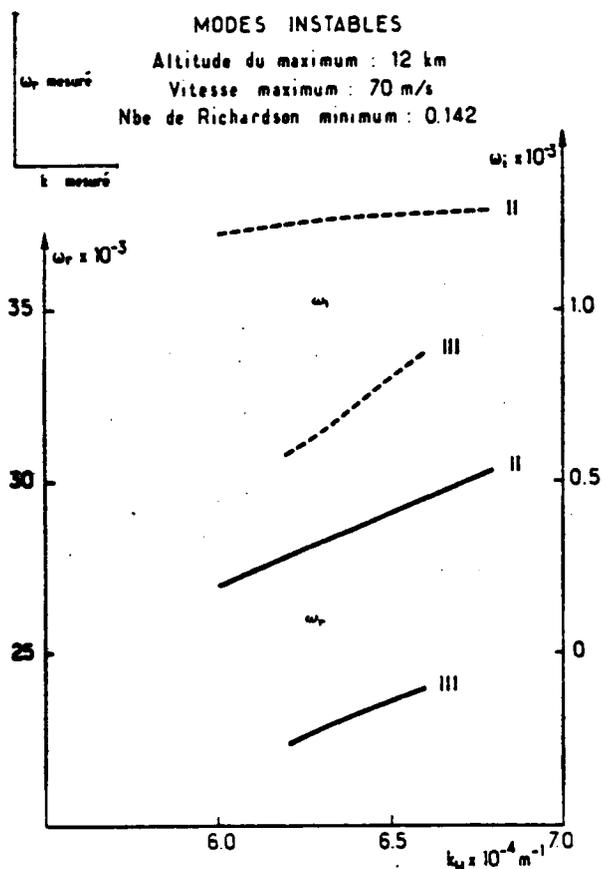


Fig. 2

Représentation de modes instables pouvant exister dans le Jet Stream de la tropopause. On a porté la partie réelle ω_r et la partie imaginaire ω_i de la pulsation en fonction du module K_H du vecteur d'onde horizontal. Afin de fixer les idées, on a porté les valeurs moyennes de ω_r et k_H mesurées (représentées par la longueur des segments en haut à gauche de la figure). On voit qu'une interaction entre une onde du mode II et une onde du mode III peut expliquer les ondes mesurées.

(140 m/s dans notre cas). On a négligé dans les termes non linéaires les termes contenant la perturbation relative de densité devant ceux ne contenant que les perturbations de vitesse horizontale ou verticale (celles-ci sont en effet 100 fois plus grandes).

Les équations utilisées sont les équations de l'hydrodynamique classiques non linéarisées. Une grandeur physique quelconque G_0 est mise sous la forme :

$$G = G_0 + h \quad (1)$$

h représente une perturbation.

L'atmosphère au repos est supposée en équilibre hydrostatique. Dans ces conditions, les équations de l'hydrodynamique prennent la forme suivante :

$$\frac{\partial}{\partial z} \Delta W + \frac{\partial}{\partial t} \frac{\Delta \rho}{\rho_0} - \frac{\Delta W}{H_0} + \frac{\partial}{\partial x} \Delta U = 0 \quad (2-1)$$

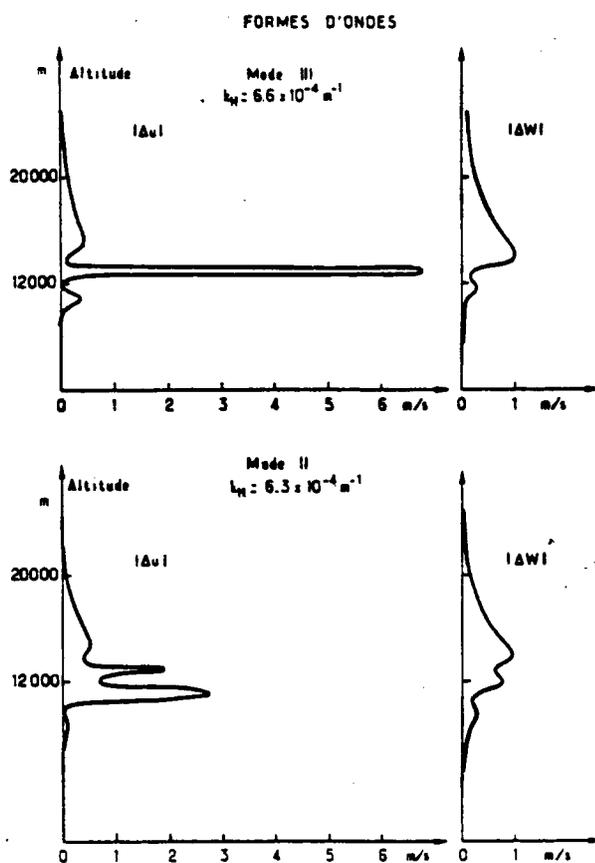


Fig. 3

Modules de la perturbation de vitesse horizontale ΔU et de la perturbation de vitesse verticale ΔW en fonction de l'altitude pour une onde de chacun des deux modes de la figure 2. Les amplitudes significatives sont confinées au voisinage du maximum du Jet. Ce sont des fonctions de ce type qui servent de termes sources aux calculs de l'interaction non linéaire.

$$\frac{\partial}{\partial t} \Delta U + \frac{P_0}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\Delta P}{P_0} = - \left(\Delta U \frac{\partial}{\partial x} + \Delta W \frac{\partial}{\partial z} \right) \Delta U \quad (2-2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \Delta W + \frac{P_0}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \frac{\Delta P}{P_0} - g \frac{\Delta T}{T_0} = \\ = - \left(\Delta U \frac{\partial}{\partial x} + \Delta W \frac{\partial}{\partial z} \right) \Delta W \end{aligned} \quad (2-3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\Delta T}{T_0} + (\gamma - 1) \frac{\partial}{\partial x} \Delta U + (\gamma - 1) \frac{\partial}{\partial z} \Delta W = 0 \quad (2-4)$$

- ΔW : perturbation de vitesse verticale.
- ΔU : perturbation de vitesse horizontale.
- P_0 : pression de l'atmosphère au repos.
- ρ_0 : densité de l'atmosphère au repos.
- T_0 : température de l'atmosphère au repos.

ΔP , $\Delta \rho$ et ΔT : perturbations de pression, de densité et de température.

γ : C_p/C_v , rapport des chaleurs spécifiques.

H_0 : hauteur d'échelle de l'atmosphère.

On suppose qu'il existe dans le milieu une instabilité du mode II et une du mode III. On cherche une solution aux équations (2) sous la forme d'une onde résonnante avec les deux premières :

$$H = H(z) e^{\lambda t} e^{j(\omega t - kx)} + H^*(z) e^{\lambda^* t} e^{-j(\omega^* t - k^* x)} \quad (3)$$

avec

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2, \quad \omega = \omega_1 - \omega_2 \quad \text{et} \quad k = k_1 - k_2.$$

Les indices 1 et 2 se réfèrent aux ondes primaires.

Dans ces conditions, le système d'équations 2 devient :

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{\Delta W}{\Delta P/P_0} \right) = (A) \left(\frac{\Delta W}{\Delta P/P_0} \right) + \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \end{pmatrix} \quad (4)$$

(A) est la matrice (2,2) classique de la propagation dans une atmosphère isotherme. R_1 et R_2 sont des termes du second ordre dépendant des oscillations primaires.

Soit K_1 et K_2 les valeurs propres de (A) et (P) la matrice qui diagonalise (A), on pose :

$$\left(\frac{\Delta W}{\Delta P/P_0} \right) = (P) \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix} = (Q) \left(\frac{\Delta W}{\Delta P/P_0} \right) \quad (5)$$

Le système (4) devient :

$$\frac{d}{dz} \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix} + (Q) \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \end{pmatrix} \quad (6)$$

dans les solutions sont :

$$(Y) = (e^{Kz}) (c) + (I(z)) \quad (7-1)$$

$$\text{avec} \quad (e^{Kz}) = \begin{pmatrix} e^{K_1 z} & 0 \\ 0 & e^{K_2 z} \end{pmatrix} \quad (7-2)$$

$$\text{et} \quad (I(z)) = \int_0^z (e^{-Ks}) (Q) (R) ds \quad (7-3)$$

(c) est une matrice qui contient les constantes d'intégration. Celles-ci sont fixées par les conditions aux limites. Au sol, on prend la réflexion de l'onde. A l'altitude z^m il n'y a pas d'énergie qui redescend.

Dans ces conditions, la perturbation de vitesse horizontale et la perturbation relative de pression à z^m est :

$$\Delta W(z^m) = P_{12} e^{K_2 z^m} (I_2(z^m) - r I_1) \quad (8-1)$$

$$\frac{\Delta P}{P_0}(z^m) = P_{22} e^{K_2 z^m} (I_2(z^m) - r I_1) \quad (8-2)$$

$$\text{avec} \quad r = -\frac{P_{11}}{P_{12}}$$

Le calcul présenté a deux inconvénients. Le premier est qu'il s'agit en fait d'un calcul linéaire.

En effet, la théorie linéaire utilisée pour expliquer les instabilités ne peut s'appliquer qu'au tout début du développement de celles-ci. De fait, à cause de l'amplification, des phénomènes non linéaires apparaissent (cascade vers des mouvements turbulents) qui ne sont pas pris en compte par le calcul présenté.

Une autre limitation, moins fondamentale et plus facile à supprimer, vient du fait que l'on ignore le vent moyen. Dans ces conditions, on ne peut envisager l'interaction de deux ondes du même mode qui donnerait une onde ayant une vitesse de phase égale à celle du vent. Pour résoudre ce problème, il faut faire varier la matrice (A) avec l'altitude.

L'hypothèse d'atmosphère isotherme est moins importante car l'interaction se situe essentiellement dans le Jet Stream région où la température arrête de décroître.

Dans le paragraphe suivant, on donne une application numérique du calcul présenté pour les ondes de la figure (2). Cette application nous permet d'évaluer, par comparaison avec l'expérience, les énergies mises en jeu par ce processus de génération.

2.c. Comparaison avec l'expérience

On donne ici, les résultats du calcul appliqué à des ondes de la famille de celles que l'on mesure. La comparaison avec les amplitudes effectivement mesurées à 250 km nous permet de remonter aux amplitudes des ondes primaires. Pour conclure, on compare l'énergie des ondes secondaires à l'énergie des instabilités.

2.c.1. Résultat du calcul

Le tableau I donne la perturbation de vitesse verticale à 25 km (donnée par la relation 8-1) pour l'interaction de 6 ondes du mode II avec 6 ondes du mode III. Afin de pouvoir comparer les résultats l'amplitude maximale de la vitesse verticale des ondes primaires est prise égale à 1 m/s.

La croissance des ondes primaires va être freinée par des processus non linéaires (Tanaka, 1975). En conséquence pour calculer l'amplitude de l'onde à 250 km, on fait un calcul de propagation entre 25 et 250 km avec comme condition à la limite 25 km l'onde sans amplification. Ce calcul tient compte des divers processus d'amortissement (Vidal-Madjar, 1977). Le modèle d'at-

Tableau I

Mode	$k_1 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$	Mode	$k_2 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$	$\lambda z \text{ km}$	$V_\phi \text{ m/s}$	$\Delta W \text{ à } 25 \text{ km (cm/s)}$	$\Delta W \text{ à } 250 \text{ km (m/s)}$
II	6.1	III	6.3	141	226	0.6	6
II	6.3	III	6.5	151	231	0.59	7
II	6.3	III	6.4	1068	498	0.72	
II	6.3	III	6.2	1957	577	0.99	
II	6.2	III	6.5	64	140	2.43	22
II	6.3	III	6.6	66,5	143	2.27	20

mosphère utilisé est le même que celui utilisé par Bertin et al.

Pour tenir compte de la dispersion de l'énergie en $1/r^2$ à partir de la source (supposée à 12 km d'altitude), nous avons divisé l'amplitude par 20. Ceci correspond au rapport des distances à la source pour deux points situés sur une même trajectoire de groupe et respectivement à 250 et 25 km d'altitude. Toutes les ondes ont été prises comme se propageant du nord vers le sud.

Avec ce calcul, on obtient le coefficient de proportionnalité qui existe entre l'amplitude des ondes primaires et l'amplitude de l'onde secondaire à 250 km. Cette altitude est celle de la mesure. Le résultat est dans la dernière colonne du tableau. On voit que les vitesses de phase trop grande (ici 498 m/s et 577 m/s) sont évanescences dans toute la thermosphère et n'atteignent pas 250 km. La vitesse de phase 140 m/s semble être privilégiée. Comme on le voit sur le tableau I, il s'agit non seulement d'un effet de propagation mais également d'un effet de génération.

2.c.2. Comparaison avec l'expérience

Le processus de génération que l'on vient d'exposer est donc susceptible de produire les ondes observées. En effet, on peut envisager des vitesses de phase de l'onde comprises entre 100 et 200 m/s (le calcul théorique montre également un maximum d'efficacité pour 150 m/s, qui correspond à l'observation). Le vecteur d'onde horizontal provenant d'une différence peut aller

aussi bien avec que contre le vent. Le vecteur d'onde vertical à la source est du même ordre de grandeur que celui calculé par Bertin et al.

Pour achever la comparaison, on peut à l'aide du tableau I, évaluer l'ordre de grandeur de l'amplitude des ondes primaires. Les chiffres que l'on va donner sont ceux qui s'appliquent aux deux dernières ondes du tableau I.

L'amplitude de la vitesse verticale des ondes mesurées est de quelque m/s à 250 km (Bertel et al., 1978). Elle dépasse rarement 10 m/s (la moyenne est d'environ 3 m/s). Le tableau II donne la moyenne géométrique des amplitudes de la vitesse verticale des deux ondes primaires (ΔW_1 et ΔW_2) pour obtenir une amplitude résultante de 1 m/s à 250 km.

Le schéma d'interaction qui nous semble le plus réaliste est le suivant. Une onde de grande amplitude du mode II (par exemple $\Delta W_1 = 2 \text{ m/s}$, donc $\Delta U_1 = 5.4 \text{ m/s}$) interagit avec une onde du mode III d'amplitude beaucoup plus faible ($\Delta W_2 = 6.6 \text{ cm/s}$, donc $\Delta U_2 = 40 \text{ m/s}$) pour donner une onde ayant une amplitude de 3 m/s à 250 km. On voit que l'ordre de grandeur des amplitudes des ondes primaires n'est pas incompatible avec ce que l'on sait des instabilités du Jet Stream (Reed et al., 1972).

Afin d'avoir une opinion sur l'importance du phénomène, nous allons tenter une comparaison entre l'énergie de l'onde primaire principale et le flux d'énergie de l'onde résultante à 25 km.

Tableau II

Mode	$k_1 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$	Mode	$k_2 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$	$(\Delta W_1 \Delta W_2)^{1/2} \text{ m/s}$
II	6.1	III	6.3	0.41
II	6.3	III	6.5	0.38
II	6.3	III	6.4	
II	6.3	III	6.2	
II	6.2	III	6.5	0.21
II	6.3	III	6.6	0.23

2.c.3. Comparaison énergétique

Si on considère l'instabilité primaire principale comme étant un mouvement turbulent, on peut écrire le flux d'énergie vertical sous la forme :

$$E_{\text{inst.}} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \rho_{12} (\Delta W_1)^2 \ell \right) \quad (9)$$

$$= \rho_{12} \lambda_1 \Delta W_1^2 \ell$$

ρ_{12} est la densité à 12 km et ℓ l'étendue verticale de l'instabilité.

Le flux d'énergie vertical de l'onde émise à 25 km est de la forme :

$$E_{\text{onde}} = \frac{1}{2} \Delta P \cdot \Delta W = \frac{1}{2} P_{12} e^{-2} \left(\frac{\Delta P}{P_{25}} \times \Delta W \right) \quad (10)$$

Pour l'exemple donné au paragraphe précédent, on trouve que le rapport des deux flux est de l'ordre de 1‰.

Conclusion

Une théorie fondée sur l'interaction non linéaire de deux ondes instables du jet stream rend bien compte des mesures faites dans la thermosphère. En particulier, un tel processus est capable d'émettre des ondes de vitesse de phase horizontale supérieure à la vitesse maximum du jet et pouvant se propager aussi bien avec que contre celui-ci.

Nous avons montré que la mise en œuvre d'un tel processus ne nécessite pas un écoulement à très petit nombre de Richardson. L'ordre de grandeur des instabilités primaires nécessaires est compatible avec que l'on sait des oscillations à l'intérieur du jet stream.

La quantité d'énergie évacuée par unité de temps par l'onde secondaire est petite devant l'énergie qui s'accumule dans le même temps dans les instabilités. La production de l'onde secondaire, par la paire d'instabilités considérées, ne paraît donc pas pouvoir contribuer de façon significative à limiter l'amplification des ondes primaires.

Il faut cependant remarquer que dans ce calcul, on s'est placé volontairement dans un cas limite : celui où l'onde secondaire présente une vitesse de phase très grande. En fait, il est possible d'envisager des interactions entre modes primaires produisant des ondes secondaires de vitesses de phase faibles (en particulier plus faible que la vitesse maximum du vent dans le jet stream). Le calcul est dans ce cas plus complexe car il apparaîtra

des niveaux critiques pour l'onde secondaire. Mais il est possible que l'interaction soit alors plus efficace que dans le cas précédent. On remarque d'ailleurs que ce sont précisément des ondes de faible vitesse de phase qui sont observées aux altitudes troposphériques et stratosphériques en relation avec le Jet Stream.

Nous nous employons actuellement à étendre ce calcul aux cas où l'onde secondaire a une faible vitesse de phase.

Manuscrit reçu le 7.10.77

References

- Bertin F., Testud J., Kernley L., Rees P., "The meteorological Jet Stream as a source of medium scale gravity waves in the thermosphere an experimental study". JATP, à paraître 1978.
- Bertel L., Bertin F., Testud J., Vidal-Madjar D., "Evaluation of the vertical flux of energy into the thermosphere from medium scale gravity waves generated by the Jet Stream". JATP, à paraître, 1978.
- Francis S.H., "Lower-atmospheric gravity modes and their relation to medium scale traveling ionospheric disturbances", *J.G.R.*, vol. 78, n° 14, pp. 8289-8295, 1973.
- Herron T.J., Tolstoy I., "Tracking Jet Stream Winds from ground Level pressure Signals", *J.A.S.*, vol. 26, pp. 266-269, 1969.
- Hooke W.H., Hardy K.H., "Further study of the atmospheric gravity waves over the Eastern Seaboard on 18 march 1969", *J.A.M.*, vol. 14, pp. 31-38, 1975.
- Jones W.L., Houghton D.H., "The coupling of momentum between internal gravity waves and mean flow. A numerical study", *J.A.S.*, vol. 28, pp. 604-608, 1971.
- Lalas D.P., Einaud F., "On the characteristics of gravity waves generated by atmospheric shear layers" *J.A.S.*, vol. 33, pp. 1248-1259, 1976.
- Mastrantonio G., Einaudi F., Fua D., Lalas D.P., "Generation of gravity waves by Jet Streams in the atmosphere", *J.A.S.*, vol. 33, pp. 1730-1738, 1976.
- Reed R.J., Hardy K.R., "A Case study of persistent, intense, clear air turbulence in an upper level frontal zone", *J.A.M.*, vol. 11, pp. 541-549, 1972.
- Tanaka H., "Quasi linear and non linear interactions of finite amplitude perturbations in a stably stratified fluid with hyperbolic tangent shear", *Jour. Met. Soc. of Japan*, vol. 53, n° 1, pp. 1-32, 1975.
- Tolstoy I., Miller C.D., "Ionospheric fluctuations due to turbulent wind layers", *J.A.T.P.*, vol. 37, pp. 1125-1182, 1975.
- Vidal-Madjar D., "Theoretical study of propagation of short periodic gravity waves within the thermosphere. Application to the plasma line measurement and to a Faraday rotation experiment", *J.A.T.P.*, à paraître 1977.

CRPE
*Centre de Recherches
en Physique de l'Environnement
terrestre et planétaire*

*Avenue de la Recherche scientifique
45045 ORLEANS CEDEX*

Département PCE
*Physique et Chimie
de l'Environnement*

*Avenue de la Recherche scientifique
45045 ORLEANS CEDEX*

Département ETE
*Etudes par Télédétection
de l'Environnement*

*CNET - 38-40 rue du général Leclerc
92131 ISSY-LES-MOULINEAUX*