

Méthode de prévision de la qualité d'une liaison hertzienne numérique : version 02

J. Lavergnat, J.C. Bic, M. Sylvain

▶ **To cite this version:**

J. Lavergnat, J.C. Bic, M. Sylvain. Méthode de prévision de la qualité d'une liaison hertzienne numérique : version 02. [Rapport de recherche] Note technique CRPE n° 171, Centre de recherches en physique de l'environnement terrestre et planétaire (CRPE). 1988, 47 p. hal-02191370

HAL Id: hal-02191370

https://hal-lara.archives-ouvertes.fr/hal-02191370

Submitted on 23 Jul 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

RP 256 (16)

CENTRE NATIONAL D'ETUDES DES TELECOMMUNICATIONS

CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

CENTRE DE RECHERCHES EN PHYSIQUE DE L'ENVIRONNEMENT TERRESTRE ET PLANETAIRE

CRPE

NOTE TECHNIQUE
CRPE/171

METHODE DE PREVISION DE LA QUALITE D'UNE LIAISON HERTZIENNE NUMERIQUE : VERSION 02

Par

J. LAVERGNAT, J.C. BIC et M. SYLVAIN

RPE
38-40, rue du Général Leclerc
92131 ISSY-LES-MOULINEAUX, FRANCE

B

BIBLIOTHEQUE DU CENTRE DE DOCUMENTATION C.N.R.S.

18 AVR. 1989

DB 107867

CENTRE NATIONAL D'ETUDES
DES TELECOMMUNICATIONS
Centre Paris B

CENTRE NATIONAL DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE
Département TOAE

**CENTRE DE RECHERCHES EN PHYSIQUE DE
L'ENVIRONNEMENT TERRESTRE ET PLANETAIRE**

NOTE TECHNIQUE CRPE/171

METHODE DE PREVISION DE LA QUALITE D'UNE LIAISON HERTZIENNE NUMERIQUE : VERSION 02

par

J. LAVERGNAT, J.C. BIC et M. SYLVAIN
RPE/ETP
38-40 rue du Général Leclerc
92131 ISSY-LES-MOULINEAUX

Le Directeur

R. GENDRIN

Octobre 1988

LISTE DE DIFFUSION SYSTEMATIQUE

CNET

MM.	POITEVIN	Directeur du CNET
	THABARD	Directeur Adjoint du CNET
	COLONNA	Adjoint Militaire au Directeur du CNET
	MERLIN	Directeur des Programmes
	BLOCH	DICET
	THUE	DICET
MME	HENAFF	DICET
MM.	LOMBARD	PAB
	NOBLANC	PAB-BAG
	RAMAT	PAB-ETR
	GENDRIN	PAB-RPE
	BAUDIN	PAB-RPE
	BERTHELIER	PAB-RPE
	BIC	PAB-RPE
	LAVERGNAT	PAB-RPE
	ROBERT	PAB-RPE
	ROUX	PAB-RPE
	TESTUD	PAB-RPE
	VIDAL-MADJAR	PAB/RPE
MME	HAUSER	PAB-RPE
M.	GIRARD	PAB-STC

CNRS

MM.	BERROIR	TOAE
	CHARPENTIER	SPI
MME	SAHAL	TOAE
MM.	COUTURIER	INSU

CNES

MM.	REVAH
	FELLOUS
MMES	AMMAR
	CHABREUIL
	DEBOUZY

Bibliothèques

CNET-SDI (3)
CNET-EDB
CNET-RPE (Issy) (5)
CNET-RPE (St Maur) (2)
Observatoire de Meudon
CNRS-SA
CNRS-CDST
CNRS-LPCE

LISTE COMPLEMENTAIRE

CCETT	DOCUMENTATION
CCETT/SRL/ARL	EVAIN
CCETT/SRL/MNC	HALBERT
LAA/ELR/DNP	MOELLO
LAA/ITP/GMI	VALETTE
LAB/MER/GER	FLEURY
LAB/MER/STA	BOURHIS
LAB/MER/STA	RENAN
LAB/MER/TSF	BOUIDENE
LAB/MER/TSF	BORGNE
LAB/MER/TSF	LECLERT
LAB/MER/TSF	MARTIN
LAB/MER/TSF	NIGER
LAB/MER/TSF	VANDAMME
LAB/MER	LE FAOU
LAB/OCM/TOH	DUMAS
LAB/SMR/SQR	BONNIFAIT
LAB/SMR/TCM	PINAULT
PAB/BAG/MCT	YVON
PAB/DIR	ABOUDARHAM
PAB/DIR	SOULIER [2]
PAB/ETR/PHZ	FERNANDEZ
PAB/RPE/ETP	CIARLETTI
PAB/RPE/ETP	DUHAMEL
PAB/RPE/ETP	GLOAGUEN
PAB/RPE/ETP	LEVY
PAB/RPE/ITS	LANCELIN
PAB/RPE/ITS	SAUVAGET
PAB/RPE/OPN	YOUSSEF
PAB/RPE/TID	MARIMONT
PAB/STC/ATE	GENAIN
DTRE/TSP/FQC	SOUCHARD
DTRN/PEM	AULAGNON [3]
TRT	RENARD

Résumé.

On présente une méthode de prévision de la qualité d'une liaison hertzienne numérique, dans laquelle la sélectivité en fréquence du canal atmosphérique est prise en compte par l'emploi d'un modèle statistique de propagation. Comme la variation des coefficients d'un tel modèle statistique avec les caractéristiques du bond considéré n'est pas connue à l'heure actuelle, on a complété les quelques mesures disponibles par des hypothèses découlant dans la mesure du possible de considérations physiques. On traite successivement du canal simple et du canal en diversité. La méthode proposée reste en grande partie spéculative et sera affinée au fur et à mesure que de nouveaux résultats de mesure deviendront disponibles.

La méthode décrite dans cette note a fait l'objet d'une communication au groupe "faisceaux hertziens" de la CEPT . C'est pourquoi on donne également, en appendice, la version anglaise du texte.

METHODE DE PREVISION DE LA QUALITE D'UNE LIAISON HERTZIENNE NUMERIQUE: VERSION 02

par
J. LAVERGNAT,
J.C. BIC et M. SYLVAIN
CNET/PAB/RPE

AVANT-PROPOS INTRODUCTIF

L'avènement des modulations numériques à haut débit sur les faisceaux hertziens a modifié profondément l'approche traditionnelle des phénomènes de réfraction anormale responsables des évanouisssements dus à des trajets multiples. La connaissance de la statistique des niveaux reçus à une fréquence fixe ne suffit plus pour prévoir la qualité de la liaison. Il faut pouvoir prendre en compte la distorsion dans la bande, cause principale des interférences inter-symboles génératrices d'erreurs à la détection. Autrement dit, en plus de l'occurrence, il devient nécessaire de prévoir la sélectivité en fréquence .

On conçoit qu'il ait été difficile d'adopter du premier coup une démarche complétement satisfaisante tant du point de vue de la rigueur que de celui de la rapidité d'obtention des résultats, celle ci vivant aux dépens de celle là. Toutefois, il se dégage actuellement un accord général sur une approche combinant un modèle de propagation et la "signature" des équipements. *Stricto sensu* on pourrait croire qu'on a ainsi pu séparer ce qui est dû à l'atmosphère de ce qui est dû aux équipements. En réalité, ce n'est que partiellement vrai puisque, comme nous le verrons plus loin, on ne peut envisager un modèle de propagation indépendamment de l'ouverture des antennes et de la bande passante.

La méthode d'analyse que nous proposons comporte les étapes suivantes:

• *1ère étape*. Définition d'un critère d'occurrence.

• *2ème étape*. Etablissement d'un modèle de représentation de la fonction de transfert réduite $H(\omega)$, dépendant de paramètres originels q_i (i = 1,n). Tous les modèles de représentation sur une bande moyenne (<100 MHz) que nous considérons sont à trois paramètres (n = 3).

• *3ème étape*. Etablissement des propriétés statistiques des paramètres q_i. Ces propriétés sont représentables par une loi conjointe de type $p(q_1,q_2,q_3,\mathbf{s})$ où **s** est un vecteur à m dimensions caractéristique de la liaison étudiée. Le point important est que p a une forme indépendante de la liaison, donc universelle. Seul **s** varie avec le bond considéré.

• *4ème étape*. Analyse et établissement des variations de **s** avec les paramètres physiques pertinents de la liaison (longueur,fréquence...)

• *5ème étape*. Analyse de l'occurrence en fonction des paramètres physiques de la liaison.

• *6ème étape*. Utilisation combinée du modèle de propagation établi au cours des 5 premières étapes et de la signature des équipements pour déduire la probabilité de dépassement d'un taux d'erreur déterminé.

Remarque: La probabilité de dépassement du taux d'erreur limite (en pratique pris égal à 10^{-3}) ne dépend en définitive des paramètres pertinents de la liaison que par l'intermédiaire de s et du coefficient d'occurrence. Si pour ce dernier une expression analytique et expérimentale de cette dépendance est envisageable, l'intervention complexe de la signature interdit en fait de trouver une expression explicite des effets de ces paramètres sur le temps de coupure.

L'analyse telle que nous venons de la décrire fournit automatiquement une méthode de prévision par cheminement inverse.

A l'heure actuelle cette analyse n'est pas achevée. Elle ne pourra l'être que lorsqu'un nombre sufisant de liaisons auront été étudiées sur une bande moyenne. Il n'entre pas dans le propos de cette note de décrire les procédés à coûts modérés permettant d'envisager cette étude à grande échelle ; l'essentiel est qu'ils existent. Soulignons ici encore qu'il s'agit d'un préalable et qu'il est donc urgent de s'y atteler. Comme il est cependant peu vraisemblable qu'on puisse faire des mesures en très grand nombre, alors que la séparation des effets de chacun des paramètres pertinents l'exigerait, on sera donc, sans nul doute, amené à faire des hypothèses simplificatrices. Ces hypothèses doivent être vérifiées à partir d'un corps de données n'ayant pas servi à les établir.

Par ailleurs, le groupe "faisceaux hertziens" de la C.E.P.T. désire adopter une méthode commune de prévision du temps de coupure. Il est apparu souhaitable, au cours d'une réunion interne, que la partie française fasse une proposition fondée sur la méthode décrite ci-dessus. C'est cette proposition qui fait l'objet de la présente note technique.

Une mise en garde s'impose. Puisque l'analyse complète du problème n'est pas encore finie, il est exclu de pouvoir asseoir expérimentalement la méthode. Nous serons donc amenés à faire des suppositions raisonnables (à nos yeux tout au moins...), quelquefois argumentées à partir d'une analyse physique du phénomène de trajets multiples, d'autres fois extrapolées hardiment à partir de résultats expérimentaux en faible nombre. Si l'on veut pouvoir aboutir pratiquement, de tels raccourcis sont à l'heure actuelle indispensables ; il ne serait ni raisonnable d'en déduire qu'on peut arrêter là les études (la C.E.P.T. serait bien inspirée d'en accélérer l'achèvement), ni juste de reprocher plus tard leur inexactitude.

Si nous avons choisi de sous-titrer ce travail par la mention "Version 02", c'est que la méthode proposée s'inscrit dans la perspective ouverte par les notes MER/TSF/3 et PAB/RPE/138 (également nommée LAB/MER/154) et doit être considérée comme une étape dont l'ambition est de faire au mieux avec le matériel présentement disponible.

La première partie de cette note est consacrée au canal simple. On présente successivement le modèle de représentation retenu et le modèle statistique en découlant. On examine ensuite l'influence des divers paramètres de la liaison, notant à chaque fois les raisons de notre choix. Enfin on donne deux méthodes de prévision, l'une utilisant explicitement la notion de signature, et qui requiert donc une technique de calcul élaborée, l'autre approximant l'effet de la signature, et permettant ainsi de réduire la complexité du calcul, a priori au détriment de la précision.

La deuxième partie de la note est consacrée au canal en diversité. La situation est encore moins avancée. Aussi a-t-on pris le parti d'une analyse purement théorique qui doit être, à l'heure actuelle, considérée comme conjecturelle. Elle n'en ouvre pas moins de très intéressantes perspectives.

PREMIERE PARTIE

LE CANAL SIMPLE

A Le modèle physique

Le modèle physique de départ est le modèle multirayons, justifié par les calculs de tracé de rayons effectués à partir de modèles d'indice de réfraction. Lorsqu'on s'intéresse à une bande moyenne, on peut négliger les déphasages de chacun des rayons [1] . La fonction de transfert réduite s'écrit alors sous la forme:

$$H(\omega) = \Sigma\, a_k \exp(i\omega\tau_k) \qquad (1)$$

où a_k et τ_k sont respectivement l'amplitude et le retard du rayon de rang k. L'atmosphère est un milieu non dispersif dans la gamme de fréquence considérée ; la fonction de transfert y dépend donc exclusivement des couples (a_k ,τ_k). On montre que $H(\omega)$ étant une fonction entière d'ordre 1, elle est entièrement déterminée par l'emplacement de ses zéros dans le plan complexe. Il est facile de se convaincre qu'une faible variation des valeurs (a_k ,τ_k) peut entrainer une grande variation de la position des zéros de (1). On montre de plus [1] que ces zéros sont d'autant plus dispersés que le rayon le plus retardé est de plus faible amplitude. La densité moyenne des zéros par Hertz est égale au retard maximum, ce qui conduit en pratique à un écart moyen entre zéros de l'ordre de 100 MHz.

La vraisemblance de l'homogénéité de la répartition des zéros dans le plan complexe est renforcée lorsqu'on réalise qu'en fait la description du canal par des rayons individualisés cache la nature turbulente de l'atmosphère (même en période de stratifications), dont rendrait mieux compte une somme de faisceaux de rayons de caractéristiques voisines.

B Le modèle de représentation

Nombre de modèles de représentation sont utilisables: modèle polynomial, modèle de Rummler, modèle à deux rayons normalisé etc...Tous conviennent, au sens où ils représentent, aux incertitudes de mesure près, la fonction $H(\omega)$ sur une bande moyenne (inférieure à 100 MHz). Ils dépendent presque tous, de trois paramètres originels [2].

Pour des raisons de commodité de calcul et compte tenu des hypothèses que nous ferons plus tard, c'est le modèle à deux rayons normalisé que nous avons retenu. Il s'exprime sous la forme:

$$H(\Omega) = 1 - b \exp\,[-\,i\,(\Omega\tau + \phi)] \qquad (2)$$

où Ω est la fréquence réduite, mesurée à partir du centre de la bande considérée.

Les trois paramètres originels sont b, τ, et ϕ. La qualité de la représentation (2) est excellente sur tous les bonds qui ont été étudiés. Rappelons cependant que l'identification des paramètres (b,τ, ϕ) est délicate. Selon la procédure choisie[1] on obtient des triplets (b,τ, ϕ) de valeurs différentes. Cette

---

[1]Le mieux est d'utiliser une procédure consistant à identifier le modèle à deux rayons normalisé par son développement limité. On obtient ainsi une distribution de τ unimodale.

incohérence n'est qu'apparente [2] et l'on peut affirmer qu'en tout état de cause le modèle à deux rayons normalisé représente correctement l'ensemble des données disponibles.

C Le modèle statistique

L'examen de l'ensemble des triplets **q**= (b,τ, ϕ) relatifs aux événements se produisant sur une liaison ne peut se faire sans que l'on ait au préalable défini un critère d'occurrence que l'on appelera C. Il n'est pas aisé de délimiter une situation calme d'un événement faible. On a choisi de ne retenir que les fonctions de transfert atteignant en au moins un point de la bande considérée un seuil d'atténuation S. Le choix de S influe bien entendu sur la statistique de **q**. L'important est que S ne soit pas trop grand afin que toutes les fonctions de transfert conduisant à une mauvaise transmission soient prises en compte, ni trop petit afin que la sélection des événements à trajets multiples soit effective. S = 10 dB est un bon compromis. Du fait de ce seuil les paramètres (b,τ, ϕ) ne peuvent prendre n'importe quelles valeurs. On observe la distribution P(b, τ, ϕ / C). Celle ci peut s'écrire:

$$P(b,\tau,\phi/C) = P(\tau/C)\, P(b/\tau,C) P(\phi/b,\tau,C)$$

En fait on aimerait obtenir une expression pour la distribution P(b,τ,ϕ) dont on peut penser qu'elle a une expression plus simple. Elle n'est malheureusement pas observable directement. On peut cependant y remonter à partir des observations et d'une réflexion théorique.

Si l'on considère la courbe de puissance de la fonction de transfert, c'est une sinusoïde dont les extrema ne dépendent que de b, la période de τ et la position en fréquence du creux d'atténuation de la phase ϕ. Pour que C soit vérifié, il faut :

1) que le minimum de puissance soit inférieur à S

2) que la phase soit telle qu'on ait une valeur de puissance inférieure à S dans la bande d'observation.

On voit que τ n'intervient pas. On a donc : $P(\tau/C) = P(\tau)$.

La valeur du minimum est indépendante de τ ; on a donc : $P(b/\tau,C) = P(b/C)$.

En revanche la position de la courbe permettant de vérifier C dépend à la fois de b et τ (elle dépend aussi en toute rigueur de la largeur de bande, mais par une relation d'inclusion). En toute rigueur on doit donc écrire:

$$P(b,\tau,\phi/C) = P_b(b/C)\, P_\tau(\tau)\, P_\phi(\phi/b,\tau,C) \qquad (3)$$

L'observation de plusieurs liaisons dans des conditions différentes montre que

•1) τ suit une loi gamma dépendant de deux paramètres a et λ et est indépendant de b et ϕ.

$$P_\tau(\tau) = \frac{a^\lambda}{\Gamma(\lambda)}\, e^{-a\tau}\, \tau^{\lambda-1} \qquad (4)$$

•2) b est réparti sur un intervalle $[b_{min},1]$. b_{min} varie avec le seuil de sélection S selon la formule : $b_{min} = 1 - 10^{-S/20}$

Le choix d'une loi uniforme pour b [2][3] n'est certainement pas le meilleur car il a pour effet de surestimer les fortes valeurs de b pour lesquelles la sélectivité est très forte. Une loi triangulaire serait préférable mais le petit nombre de données disponibles ne permet pas de prévoir le comportement de l'abscisse du sommet du triangle, l'ordonnée s'en déduisant par normalisation de la distribution à 1.

Sa variation avec la liaison paraissant cependant faible on utilise la distribution expérimentale obtenue sur le bond Marcheville-Viabon [2] et représentée figure 1.

•3) $P(\phi/b,\tau,C)$ a une forme compliquée. La réflexion théorique conduit toutefois à penser que ϕ doit être indépendant de b et τ et, hors la condition C, uniformément réparti sur $(-\pi,+\pi)$

•4) Dans le modèle de représentation utilisé, on a $b < 1$. De ce fait, les fonctions de transfert à déphasage minimum et à déphasage non minimum diffèrent par le signe de τ ($\tau > 0$ pour une fonction de transfert à déphasage minimum et $\tau < 0$ dans le cas contraire). La différence entre les deux types de fonction pouvant être importante sur des bonds équipés de dispositifs correcteurs, on pourra en tenir compte en décrivant par la loi gamma (4) la valeur absolue de τ , et en tirant au sort son signe en accord avec les proportions respectives des deux types de situations. Les résultats des liaisons étudiées jusqu'ici nous conduisent à admettre que les situations à déphasage minimum et non minimum sont en proportions égales.

L'ensemble des lois 1),2),3) et 4) se montre effectivement satisfaisant. En en partant et en effectuant un tirage au sort où l'on ne conserve que les triplets (b, τ, ϕ) vérifiant C, on obtient bien une distribution simulée proche de la distribution expérimentale.

Si le critère C a été choisi convenablement (voir plus haut) on a :

$$P(b,\tau,\phi) = P(b,\tau,\phi/C)\ P(C) = P_b(b/C)\ P_\tau(\tau)\ P_\phi(\phi/b,\tau,C)\ P(C) \qquad (5)$$

Dans la référence [3] on trouvera une discussion de la qualité de ce modèle statistique.

La formule (5) décrit statistiquement la sélectivité du canal. Pour qu'elle soit utilisable il faut que pour chaque liaison on puisse déterminer P(C), qu'on appelle paramètre d'occurrence, et les deux paramètres a et λ de la formule (3), qu'on appelle paramètres de sélectivité. C'est ce à quoi nous nous intéressons dans la suite.

D. Les paramètres physiques pertinents et leur influence

D.1. Remarque préalable sur le paramètre d'occurrence

P(C) est la probabilité pour que la condition de seuil soit satisfaite, à savoir que l'atténuation atteigne au moins la valeur S sur la bande utile Δf. P(C) n'est pas connu a priori ; il peut cependant être déduit de la loi de distribution cumulative des niveaux L à fréquence fixe $P_f(L)$, si l'on connait par ailleurs a et λ. En effet, si l'on simule, pour des valeurs de a et de λ fixées, un nombre suffisant de fonctions de transfert obéissant au modèle (5) et que l'on détermine la fraction r d'entre elles présentant une atténuation supérieure à S à la fréquence centrale, on a :

$$P(C) \approx \frac{P_f(S)}{r} \qquad (6)$$

Dans la version simplifiée de la méthode que nous proposons ici, on prend r = 0,9 (indépendamment des valeurs de a et de λ), ce qui au vu des essais déjà effectués n'introduit pas une erreur supérieure à 10% sur le temps de coupure.

D.2. Paramètres physiques pertinents

A priori il existe de nombreux paramètres physiques dont on peut penser qu'ils interviennent sur la statistique des phénomènes de trajets multiples. Sans être exhaustif, citons les principaux : la longueur du bond, la fréquence, la largeur de bande, l'altitude et l'inclinaison du trajet radioélectrique, la rugosité du terrain, la largeur du lobe des antennes, enfin tous les paramètres

météorologiques que l'on a l'habitude de regrouper sous le vocable "facteur climatique", lequel cache en réalité notre ignorance des mécanismes physiques conduisant aux situations de trajets multiples.

L'analyse expérimentale d'une aussi grande liste de facteurs présente de telles difficultés qu'on est obligé de faire des hypothèses simplificatrices plus ou moins justifiées. A la réflexion, le bon sens nous indique qu'il est peu probable qu'il en soit un jour autrement. La seule voie raisonnable est donc d'adopter, comme indiqué dans l'avant propos, un point de vue a priori, fondé quand cela est possible sur le modèle physique décrit en A, et de récolter le maximum de données pour le valider a posteriori. C'est la démarche que nous suivons dans ce paragraphe.

L'expression (1) indique que la restriction de la fonction de transfert à une bande moyenne dépend essentiellement de l'emplacement de ses zéros par rapport à cette bande moyenne. Or nous avons remarqué qu'un faible changement des couples (a_k, τ_k) entraîne une répartition très différente de ces zéros et donc modifie les paramètres (b,τ,ϕ) décrivant la restriction de (1) à la bande moyenne considérée. Si ce changement a un effet d'ensemble sur les couples (a_k, τ_k), on peut s'attendre à ce que la distribution statistique des triplets (b,τ,ϕ) soit changée (conditionnellement à l'existence de trajets multiples). Par contre, si ce changement affecte de façon désordonnée les couples (a_k, τ_k), la distribution statistique des triplets (b,τ,ϕ) ne sera pas altérée. Cette analyse est corroborée par le fait que pour toutes les liaisons étudiées jusqu'à présent les paramètres (b,τ,ϕ) suivent une loi de type universel.

Cette démarche conduit donc à distinguer trois types de paramètres physiques:

1) ceux qui modifient l'occurrence du phénomène et qui sont pris en compte dans les formules permettant de calculer $P_f(S)$.

2) ceux qui affectent les paramètres statistiques a et λ et qui influent donc sur la sélectivité.

3) ceux qui n'affectent pas la distribution statistique des triplets (b,τ, ϕ) parce qu'en réalité leur effet est "compensé" par la variabilité de l'atmosphère. Par exemple, si la hauteur moyenne de la liaison n'a pas d'effet, c'est qu'en fait elle ne fait que déplacer la hauteur relative des conduits atmosphériques par rapport à la liaison, hauteur qui a toutes les chances d'être, dans une large mesure, uniformément distribuée.

Soulignons encore une fois que, bien que vraisemblable, cette analyse, qui n'a d'autre ambition que d'être une approximation au premier ordre des effets des paramètres physiques d'une liaison, appelle des mesures complémentaires pour être affinée. Telle quelle, elle permet cependant d'achever la construction d'une méthode de prévision comme nous l'allons voir.

On peut d'ores et déjà répartir a priori les paramètres physiques dans les trois catégories décrites ci-dessus.

1) la distance, la fréquence, la rugosité et le "facteur climatique" interviennent dans l'occurrence.

2) la distance et l'ouverture des lobes d'antennes influent seules sur la sélectivité.

3) la hauteur moyenne de la liaison, l'inclinaison de la liaison, la rugosité, la fréquence [1] n'ont que des effets du second ordre sur les paramètres de sélectivité a et λ.

Il nous reste donc à examiner en détail les deux premières catégories ; le cas particulier de la largeur de bande Δf sera étudié à la fin de ce paragraphe.

D.2.1 L'occurrence

On adopte ici une formule considérée comme applicable à toutes les régions du globe (CCIR 1988 rapport 338) et pour le mois le plus défavorable[1]. Pour l'Europe de l'Ouest on adopte les valeurs données dans la référence

$$P_f(S) = 10^{-6} D^{3,6} f^{0,72} \sigma^{-1,2} 10^{\frac{G}{10}} 10^{-\frac{S}{10}} \qquad (7)$$

S est le seuil d'occurrence que nous prenons égal à 10 dB

D est la longueur du bond en km

f est la fréquence centrale en GHz

σ, paramètre de rugosité, est l'écart quadratique moyen de la pente du bond mesurée en mrad. (l'expression (7) n'est valable que pour $\sigma \geq 2$)

G est le facteur climatique et/ou géographique. On considère que ce facteur est corrélé avec le gradient d'indice en été. La figure 2 donne pour la France la répartition par zones des valeurs de G. En extrapolant à l'ensemble de l'Europe de l'Ouest, qui jouit d'un climat voisin, on peut adopter la règle empirique suivante :

$$G = \frac{\Delta N - 27,5}{5} \qquad (8)$$

où ΔN est le gradient moyen d'indice en été. Un atlas des valeurs de ΔN extrait du rapport 563 du CCIR est représenté figure 3.

D.2.2. La sélectivité

D.2.2.1 Effet de la distance

La distance est l'un des paramètres physiques qui a un effet d'ensemble sur les "rayons physiques", en ce qu'il augmente ou diminue leur retard. On trouve dans [4] un modèle simplifié de cet effet, que nous ne discuterons pas ici. Disons simplement que les seules données expérimentales disponibles à ce jour [6] en valident deux des hypothèses fondamentales :

1) les distributions P_b et P_ϕ sont indépendantes de D

2) les distributions P_τ pour deux distances D_1 et D_2 sont liées par une relation du type

$$P_\tau(\tau, D_1) = k(D_1, D_2)\, P_\tau(k(D_1, D_2)\, \tau, D_2) \qquad (9)$$

En revanche, la valeur théorique de la fonction $k(D_1,D_2)$ n'est pas confirmée, sans que l'on puisse savoir si celà est dû à l'imprécision de l'algorithme utilisé par Lin et Giger [6] [4] ou à la trop grande simplicité du modèle physique. Nous adoptons ici, sous bénéfice d'inventaire, la valeur théorique consistant à dire que pour des bonds courts (< 37km) $k(D_1,D_2) = D_2/D_1$ et pour des bonds longs (>37km) $k(D_1,D_2) = D_1/D_2$

Le paramètre λ de la loi (3) est donc indépendant de D et le paramètre a suit la loi :

---

[1]La formule (7) a été établie pour des affaiblissements profonds (S>15 dB). Son application à des valeurs de seuil S plus faibles entraine une surestimation de l'occurrence.

$$a(D) = \begin{cases} a(37)\dfrac{D}{37} & \text{pour } D<37 \\ a(37)\dfrac{37}{D} & \text{pour } D>37 \end{cases} \qquad (10)$$

D.2.2.2 Effet de l'ouverture des antennes

L'ouverture des antennes est l'autre paramètre de la liaison qui a un effet d'ensemble sur les rayons physiques. Le mécanisme de cet effet tient à ce que, selon l'ouverture des antennes, on peut capter des rayons dont la déviation angulaire par rapport au trajet normal est plus ou moins grande. Il est à prévoir que ces rayons ont un temps de retard d'autant plus grand qu'ils seront fortement déviés. L'analyse expérimentale des angles d'arrivée des rayons conduite par Webster et al [7] confirme cette hypothèse. Toutefois, il est extrêmement difficile de calculer théoriquement cet effet. Malgré tout, il est raisonnable d'admettre que l'effet principal de la prise en compte de rayons à retards plus grand est d'accroitre statistiquement la distorsion dans la bande, et partant d'augmenter la valeur moyenne du paramètre τ. Afin d'adopter une règle simple, examinons les résultats obtenus sur les liaisons expérimentales Marcheville-Viabon, Lannion-Roc Tredudon et Atlanta-Palmeto, consignés dans le tableau 1.

liaison	Marcheville -Viabon	Lannion - Roc Tredudon	Atlanta-Palmeto
distance	37 km	50 km	42,2 km
fréquence	11 GHz	11 GHz	6 GHz
largeur de bande	50 MHz	50 MHz	25 MHz
diamètre des antennes	2 m	3 m	?
$<\tau> = \lambda/a$	0,48 ns	0,47 ns	0,28 ns
λ	1,66	2,12	1,34
a	3,42	4,47	4,78

Tableau 1

$<\tau> = \lambda/a$.dépend à la fois de D et de l'angle d'ouverture[1] θ des antennes. Compte tenu de (10) il est convenable de choisir pour $<\tau>$ une fonction du type $g(\theta)D$ puisqu'on peut considérer les trois liaisons du tableau 1 comme longues.

Remarque. Si l'on utilise le diamètre apparent de l'antenne, on introduit implicitement la fréquence. Cela ne signifie pas que cette dernière joue un rôle dans la sélectivité.

Dans l'ignorance où l'on est du diamètre apparent des antennes utilisées dans la liaison Atlanta-Palmeto, on se restreindra aux deux autres liaisons pour estimer $g(\Phi f)$ en ajoutant la contrainte que $<\tau>$ doit tendre vers zéro quand l'ouverture θ tend vers zéro. On trouve alors l'expression suivante:

$$<\tau> = 0{,}154\ (\Phi f)^{-0,8}\ D \qquad (11)$$

D est en km , Φ en m et f en GHz.

[1]Dans la majorité des cas les antennes d'émission et de réception sont identiques. Si θ est leur angle d'ouverture, toutes choses égales par ailleurs, θ est inversement proportionnel au diamètre apparent de l'antenne.Φ.

On remarque cependant que cette expression n'est pas complètement satisfaisante car elle conduit pour la liaison Atlanta-Palmeto à une valeur de $(\Phi f)_{AP}$ égale à 51 qui est prohibitive.

La même analyse faite sur le paramètre λ donne :

$$\lambda = 0{,}25\ (\Phi f)^{0,6} \qquad (12)$$

La formule (12) implique $(\Phi f)_{AP} = 16{,}4$ qui est une valeur beaucoup plus raisonnable. Le paramètre a prend alors la forme g'(Φf) /D et si l'on se tient à la valeur 16,4 pour $(\Phi f)_{AP}$ la fonction g'(Φf) =aD n'est plus monotone (figure 4). Son comportement pour $\Phi f \rightarrow \infty$ est bien celui que l'on attend (voir plus haut) ; en revanche il n'est pas évident que lorsque $\Phi f \rightarrow 0$ (ouverture très large) $<\tau>$ doive diminuer. L'explication de ce changement de tendance réside peut être dans l'importance prise par les rayons réfléchis par le sol en cas de grande ouverture angulaire. Il ne nous paraît cependant pas possible, compte tenu du petit nombre de bonds utilisés et de ce que l'on ne connaît pas exactement la valeur de $(\Phi f)_{AP}$, de tirer une conclusion définitive. Rappelons également que les données d'Atlanta-Palmeto ont été sélectionnées avec un critère particulier.

Nonobstant ces réserves, on prend pour aD la formule suivante :

$$aD = \begin{bmatrix} 1{,}7\ 10^4\ (\Phi f)^{-1,6} & \Phi f < 22 \\ 1{,}6\ (\Phi f)^{1,4} & \Phi f > 22 \end{bmatrix} \qquad (13)$$

Au terme de cette discussion, le modèle que nous proposons consiste à utiliser la liaison Marcheville-Viabon comme référence et à adopter pour a et λ les formules suivantes:

$$\lambda = 0{,}25\ (\Phi f)^{0,6} \qquad (14)$$

D > 37 km	$a = 1{,}7\ 10^4\ (\Phi f)^{-1,6}/D$	$\Phi f < 22$	
	$a = 1{,}6\ (\Phi f)^{1,4}/D$	$\Phi f > 22$	
D < 37 km	$a = 12{,}4\ (\Phi f)^{-1,6} D$	$\Phi f < 22$	(15)
	$a = 1{,}17\ 10^{-3} (\Phi f)^{1,4}\ D$	$\Phi f > 22$	

D est en km, Φ en m et f en GHz.

Remarque. Si les antennes d'émission et de réception sont différentes on prendra la moyenne de l'ouverture ou la moyenne harmonique des diamètres apparents $2/\Phi = 1/\Phi_e + 1/\Phi_r$

D.2.2.3.La largeur de bande

La largeur de bande n'a pas d'effet à proprement parler sur la sélectivité bien qu'à l'évidence elle intervienne dans la qualité de la liaison par le biais de la signature. Les formules (14) et (15) ont été établies pour une largeur de bande de 50 MHz. Le modèle de représentation adopté, comme le modèle statistique, sont applicables tels quels pour des largeurs de bande inférieure à 50 MHz, à la réserve près d'une modification du critère de seuil qui n'affecte en rien la validité des résultats. Pour des largeurs de bande supérieures, des indications théoriques[1] les font croire également satisfaisants jusqu'à 100 MHz. Par ailleurs, compte tenu de l'excellence de la représentation sur 50 MHz, il est raisonnable, en l'absence d'analyse expérimentale complémentaire, d'admettre la validité du modèle statistique pour des largeurs de bande jusqu' à 100 MHz.

D.3. Utilisation du modèle de prévision : version complète

Les formules (6), (3), (7), (12) et (13) permettent de calculer la distribution statistique $P(b,\tau,\phi)$ grace à la formule (5).

Pour estimer la probabilité de coupure $\mathfrak{P}_c$ sur une liaison donnée, il suffit donc d'estimer l'intégrale:

$$\mathfrak{P}_c = P(C) \int_{\mathfrak{D}} P(b, \tau, \phi/C)\, db\, d\tau\, d\phi \qquad (16)$$

où $\mathfrak{D}$ est le domaine des paramètres (b,τ, ϕ) conduisant à un taux d'erreur par bit (BER) supérieur au seuil de qualité (généralement pris égal à 10^{-3}) . Ce domaine $\mathfrak{D}$, appelé signature, ne dépend que de l'équipement considéré. Il peut être mesuré ou calculé. Une analyse détaillée de la notion de signature se trouve dans la référence [8].

Il est bon cependant de remarquer que la notion de signature suppose que le canal est stationnaire et élimine de ce fait tous les effets dynamiques du canal sur le système. En l'état actuel de nos connaissances, il n'y a pas de méthode capable d'en rendre compte ; on peut juste dire qu'ils sont vraisemblablement d'importance secondaire quant au taux d'erreur proprement dit sur canal simple, mais qu'une évaluation réaliste en reste indispensable si l'on veut prévoir l'amélioration apportée par les systèmes utilisant une commutation de canal. De même, si des dispositifs correcteurs sont utilisés, il faut souvent savoir si le canal est à minimum de phase ou non et quelle est la variation temporelle de cette propriété. Pour ce qui concerne la statistique de cette propriété, l'analyse théorique [1], comme les résultats expérimentaux [2] nous conduisent à admettre qu'une fonction de transfert sur deux est à déphasage minimal.

Revenons à l'évaluation de l'intégrale (16). En pratique, il est peu commode d'exprimer analytiquement le domaine D, comme de préciser le domaine de variation du triplet (b,τ,ϕ) en fonction du seuil S.

On recommande donc d'utiliser une méthode de Monte-Carlo pour calculer (16).

N triplets (b,τ,ϕ) sont tirés au sort selon la loi de probabilité (4). Si N' d'entre eux conduisent à un triplet appartenant au domaine D, on a :

$$\mathfrak{P}_c = \frac{N'}{N} P(C) \qquad (17)$$

La méthode de prévision complète se déroule comme suit :

Données d'entrée:		
	D en km	longueur du bond
	f en GHz	fréquence centrale de travail
	σ en mrad	rugosité moyenne de la liaison
	G en dB	facteur climatique (formule (8) et figure 2)
	Φ en m	diamètre apparent $(2/\Phi = 1/\Phi_e + 1/\Phi_r)$
	$\mathfrak{D}$	signature de l'équipement, fonction de Δf et de la modulation principalement

1ère étape a et λ sont calculés par les formules (14) et (15)

2ème étape calcul de r par simulation (voir §D1)

3ème étape calcul de P(C) par (6) et (7)

4ème étape calcul de $\mathfrak{P}_c$ (fornule (17)) par simulation

La deuxième et la quatrième étape dépendent des moyens de calcul numérique dont on dispose. Les programmes de simulation nécessitent au moins un microcalculateur programmable en langage symbolique.

D.4. Utilisation de la méthode de prévision : version abrégée

Si l'on ne dispose pas de moyens de calcul suffisants, on peut faire les approximations suivantes :

2ème étape On prend r= 0,9 (voir §D.1)

4ème étape La loi de probabilité P(b, τ, ϕ/C) dépend des deux paramètres a et λ (ou λ et $<\tau> = \lambda/a$). La figure 5 donne la probabilité conditionnelle d'avoir un taux d'erreur supérieur à 10^{-3} lorsque λ et $<\tau>$ appartiennent à leur domaine de variation usuel ; c'est à dire que l'on a calculé l'intégrale de P(b, τ, ϕ/C) sur le domaine $\mathfrak{D}$ pour une modulation MAQ16, un débit de 140 Mbit/s et une marge brute de 40 dB. Cette probabilité conditionnelle peut en première approximation êre considérée comme indépendante de λ et représentée par la formule $0{,}29\ <\tau>^{2{,}3}$. Les coefficients 0,29 et 2,3 doivent être calculés pour chaque équipement. On note cependant que pour la modulation MDP8, toutes choses égales par ailleurs, il n'y a pas de différence sensible (figure 6). Si l'on s'en tient aux modulations usuelles (MDP8 et MAQ16) et au débit utilisé sur le réseau français (140 Mbit/s). La formule (17) s'écrit alors :

$$\mathfrak{P}_c = 0{,}32 \left(\frac{\lambda}{a}\right)^{2{,}3} P_f(10\ \text{dB}) \qquad (18)$$

D.5. Exemple d'utilisation

On se borne dans ce paragraphe à donner un exemple de calcul pour une liaison type du reseau national en utilisant la méthode abrégée

Bond: Andilly-Hadancourt de la liaison Paris-Rouen

D = 40 km f = 11,3 GHz σ = 21 mrad MAQ16 140 Mbit/s

MB = 40 dB $\Phi_e = \Phi_r = 4$ m

Puisque D > 37 km on trouve par (15) a = 8,3

puis, par (14) $\lambda = 2{,}46$

Le facteur climatique G de ce bond situé près de Paris est égal à 1 (figure 2), d'où en utilisant (7) :

$$P_f(10) = 10^{-6} 40^{3{,}6} 11{,}3^{0{,}72} 21^{-1{,}2}\ 10^{\frac{1}{10}}\ 10^{-\frac{10}{10}} = 10^{-2}$$

et par (18)

$$\mathfrak{P}_c = 0{,}32 \left(\frac{2{,}46}{8{,}3}\right)^{2{,}3} 10^{-2} = 2\ 10^{-4}$$

Ce qui représente 535 secondes erronnées pendant le mois le plus défavorable.

Remarque: L'utilisation pour le paramètre originel b d'une distribution uniforme entre b_{min} et 1 serait plus pénalisante, comme indiqué au paragraphe C. Si l'on préfère adopter ce point de vue , qui est plus pesimiste, (18) doit être remplacé par

$$\mathfrak{P}_c = 0{,}4 \left(\frac{\lambda}{a}\right)^{1{,}55} P_f(10) \qquad (19)$$

Dans l'application numérique envisagée, cela conduit à une probabilité de coupure de 6.10^{-4} soit 1600 s erronnées pendant le mois le plus défavorable.

DEUXIEME PARTIE

LE CANAL EN DIVERSITE

Si l'on envisage un dispositif de réception en diversité, celle-ci peut porter soit sur une différence d'emplacement des antennes de réception, soit sur une différence dans la gamme de fréquence à la réception. Dans les deux cas le gain attendu procède de la décorrélation entre le comportement des deux canaux envisagés. Si l'on sait déterminer cette décorrélation, on sait du même coup évaluer le gain apporté par la diversité. Bien entendu on doit s'attendre à ce que ce gain dépende de façon complexe des paramètres physiques de la liaison.

Du point de vue experimental rien ou presque n'a été fait ; il n'y a guère qu'une mesure [9] qui soit utilisable. Cela fait peu pour établir un modèle. Aussi a-t-on pris le pari de faire une analyse fondée sur le modèle physique multi-rayons auquel on a ajouté quelques hypothèses inspirées de mesures effectuées par Webster [7]. L' approche que nous avons adoptée est la suivante :

1) Le modèle de canal simple est bien entendu applicable aux deux sites (en position et/ou en fréquence) de la diversité[1]. On indique par les indices 1 et 2 chacun des deux sites. Le canal de diversité est entièrement connu si l'on a la statistique conjointe des six paramètres b_1, τ_1, ϕ_1, b_2, τ_2, ϕ_2. Compte tenu des propriétés du canal simple, il paraît raisonnable de faire les hypothèses suivantes :

- Les six paramètres sont mutuellement indépendants.à l'exception de τ_1 et τ_2
- Puisque τ_1 et τ_2 obéissent chacun à une loi marginale de type gamma ayant les mêmes paramètres (le modèle en canal simple ne dépend ni de la fréquence ni de la hauteur d'antenne) le couple (τ_1, τ_2) aura pour loi conjointe une loi gamma double du type [10]:

$$p(\tau_1,\tau_2) = a^{\lambda - 1}\,\frac{C^{-0,5\,(\lambda-1)}}{\Gamma(\lambda)(1-C)}\,(\tau_1\tau_2)^{\frac{\lambda-1}{2}}\,e^{-\frac{a(\tau_1+\tau_2)}{1-C}}\,I_{\lambda-1}\left(\frac{2a\sqrt{C\tau_1\tau_2}}{1-C}\right) \qquad (20)$$

où a et λ sont les deux paramètres statistiques du canal simple

$0 \le C \le 1$ est le coefficient de corrélation entre τ_1 et τ_2

$I_{\lambda-1}$ est la fonction de Bessel modifiée de première espèce d'ordre λ-1

La détermination du coefficient de corrélation C suffit donc dans ce modèle à caractériser le canal en diversité. On peut alors en déduire la fonction d'intercorrélation $\langle E_1 E^*_2 \rangle$ où E_1 et E_2 sont les amplitudes des champs recueillis respectivement aux sites 1 et 2.

2) Par ailleurs, on peut préciser le modèle physique multi-rayons en supposant un certain nombre de relations statistiques entre les caractéristiques de ces différents rayons. Si ces hypothèses

---

[1]Le seuil à adopter est cependant différent de celui qui a été choisi pour le canal simple afin de tenir compte des décorrélations entre canaux. Cela conduit à choisir b_{min} proche de zéro.

sont suffisamment complètes, on est capable d'estimer la fonction d'intercorrélation $<E(f_1, r_1)\, E^*(f_2, r_2)>$ où r_1 et r_2 indiquent la position des deux canaux.

3) L'identification des deux fonctions d'intercorrélation définies ci-dessus, si elle est possible, permet alors de déterminer le coefficient de corrélation C en fonction des paramètres physiques de la liaison.

La suite de cette partie est consacrée à l'estimation de C

A Propriétés conjointes des représentation en bande moyenne

Le modèle à deux rayons normalisé donne pour l'enveloppe complexe des champs recueillis sur les deux sites la représentation suivante:

$$E_1(f_1) = 1 - b_1\, e^{-i(2\pi f_1 \tau_1 + \phi_1)} \qquad (21)$$

$$E_2(f_2) = 1 - b_2\, e^{-i(2\pi f_2 \tau_2 + \phi_2)} \qquad (22)$$

A la différence du modèle de canal simple que nous avons utilisé en première partie, on utilise ici les fréquences physiques et non plus les fréquences réduites par rapport au centre de la bande. La fonction d'intercorrélation $F = <E_1 E^*_2>$ s'écrit donc:

$$F = <1-b_2\, e^{i(2\pi f_2 \tau_2 + \phi_2)}> + <1-b_1\, e^{-i(2\pi f_1 \tau_1 + \phi_1)}> + <b_1 b_2 e^{i2\pi(f_2\tau_2 - f_1\tau_1)} e^{i(\phi_2 - \phi_1)}> - 1 \qquad (23)$$

On a $<b_1 b_2> = B' = \text{constante}$

La valeur de B' est difficile à prévoir a priori puisqu'un canal pouvant être apparemment perturbé sans que l'autre le soit, l'effet de seuil a une répercussion complexe sur la statistique de b. Si b_{min} est la valeur minimale de b (proche de 0) , on peut augurer :

$B' = (1 + b_{min})^2/4$

Par ailleurs puisque ϕ_1 et ϕ_2 ont une distribution symétrique pour chaque valeur de τ_1 et τ_2, et comme on ne s'intéresse qu'aux situations d'affaiblissements (et non aux surchamps) pour lesquelles $(2\pi f\tau + \phi)$ est centré sur 0, les deux premiers termes de (23) sont égaux, réels et en pratique proches de 1/2.

$$<1 - b_1\, e^{-i(2\pi f_1\tau_1 + \phi_1)}> = <1 - b_2\, e^{i(2\pi f_2\tau_2 + \phi_2)}> = \text{constante réelle} \equiv \frac{1}{2} \qquad (24)$$

La variable aléatoire $(\phi_1 - \phi_2)$, pour des raisons de symétrie, doit être distribuée symétriquement par rapport à 0, ce qui implique :

$< \exp [i(\phi_1 - \phi_2)]> = Y$ avec Y réel

d'où il résulte :

$$F \equiv B<e^{i\,2\pi\,(f_2\tau_2 - f_1\tau_1)}> \qquad (25)$$

avec B = B'Y

L'expression (25) s'évalue simplement à partir de la fonction caractéristique de la loi gamma double (20) :

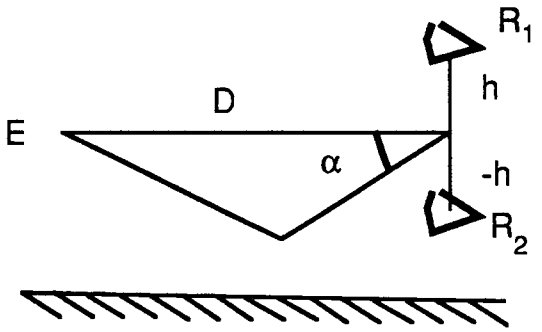
$$E[\, e^{i\,(u\tau_1 + v\tau_2)}] = a^{2\lambda}\, [(a-iu)(a-iv) + Cuv]^{-\lambda} \qquad (26)$$

On a alors:

$$F \equiv B\left[1 + 4\pi^2 \frac{f_1 f_2}{a^2}(1-C) + 2\pi i \frac{f_1 - f_2}{a}\right]^{-\lambda} \qquad (27)$$

B Le modèle physique

L'utilisation d'un modèle physique a pour but d'obtenir l'effet des divers paramètres physiques (longueur du bond...) sur C. La géométrie adoptée est celle d'une terre plate (voir ci-contre). L'altitude de l'antenne est repérée à partir d'une origine située au centre du dispositif de réception. On suppose que toutes les ondes parvenant aux antennes sont planes et elles sont repérées par leur angle d'arrivée α



Si l'on admet que les différents rayons sont produits par réflexion, on trouve que le temps de retard du rayon dévié de l'angle α par rapport au rayon principal est

$\tau = (D/\cos\alpha - D)/c \# D\alpha^2/2c$ (28)

Ce modèle est simpliste, mais il exprime la propriété importante que le temps de retard est une fonction paire de l'angle α. La valeur de la constante de proportionnalité, D/2c, si elle n'est pas exacte, fournit cependant un ordre de grandeur raisonnable.

Exemple: D = 50 km $\alpha = 0{,}1° \Rightarrow \tau = 0{,}25$ ns

L'angle d'arrivée α des différents rayons suit une loi de probabilité symétrique que nous noterons $p(\alpha)$.

L'amplitude des rayons suit elle aussi une loi symétrique notée $A(\alpha)$. A partir des mesures de Webster [7] on pourrait prendre une loi du type $A(\alpha) = 10^{-4|\alpha|}$. En réalité cette loi est très dépendante du lobe d'antenne, mais sa forme exacte joue un petit rôle comme nous le verrons plus tard.

Pour clore les hypothèses de notre modèle, il reste à préciser la loi statistique du nombre de rayons que nous noterons P(n). Webster [7] montre que cette loi est très rapidement décroissante. Son expression précise n'a guère d'importance.

L'enveloppe complexe du champ reçu sur l'antenne de réception située à l'altitude h s'écrit alors sous la forme:

$$E(f,h) = \sum_{j=1}^{n} A(\alpha_j)\, e^{i2\pi\left(\frac{hf}{c}\alpha_j + f\,\tau(\alpha_j)\right)} \qquad (29)$$

Dans (29), nous n'avons pas utilisé l'expression (28) de $\tau(\alpha_j)$ pour bien montrer que le modèle pourrait donner lieu à des évaluations plus précises si l'on adoptait un mécanisme de propagation plus raffiné que celui de la terre plate et de la réflexion sur des feuillets plans.

En supposant que les α_j sont des v.a. mutuellement indépendantes, de même loi et également indépendantes de n, la fonction d'intercorrélation

$$K = \langle E(f_1, h_1)\, E^*(f_2, h_2) \rangle \qquad (30)$$

s'écrit alors

$$K = \sum_{n=0}^{\infty} P(n) \left[< \sum_{j=1}^{n} A^2(\alpha_j)\, e^{i2\pi \left(\frac{h_1 f_1 - h_2 f_2}{c}\right)\alpha_j} e^{i2\pi (f_1 - f_2)\,\tau(\alpha_j)} > + \right.$$

$$\left. < \sum_{j \neq k=1}^{n} A(\alpha_j) A(\alpha_k)\, e^{i\frac{2\pi}{c}(h_1 f_1 \alpha_j - h_2 f_2 \alpha_k)} e^{i2\pi (f_1 \tau(\alpha_j) - f_2 \tau(\alpha_k))} > \right] \qquad (31)$$

Examinons le deuxième terme de l'expression (31). Du fait de l'indépendance des rayons on a à estimer des expressions du type

$$T(h) = \int_{-\infty}^{\infty} A(\alpha)\, e^{i2\pi f \left(\frac{\alpha h}{c} + \tau(\alpha)\right)} p(\alpha)\, d\alpha \qquad (32)$$

L'évaluation de (32) se fait en utilisant la méthode de la phase stationnaire. Si l'on note

$$\Phi = 2\pi f \left[\frac{h\alpha}{c} + \tau(\alpha) \right] \qquad (33)$$

En remplaçant $\tau(\alpha)$ par (28) on a

$$\frac{d\Phi}{d\alpha} = 2\pi \left[\frac{fh}{c} + f\frac{D}{c}\alpha \right] \qquad (34)$$

cette dérivée s'annule pour $\alpha_0 = -\, h/D$; en pratique $h \cong 10m$ et $D \cong 50$ km conduisent à $\alpha_0 \cong 0{,}01°$ qui est un point de phase stationnaire appartenant au domaine des α usuels, ce qui légitime l'emploi de la méthode de la phase stationnaire. On a $d^2\Phi/d\alpha^2 = 2\pi fD/c$, d'où le résultat:

$$T(h) = A(\alpha_0)\, e^{-i\left(\pi \frac{fh^2}{Dc} - \frac{\pi}{4}\right)} \sqrt{\frac{c}{Df}}\; p(\alpha_0) \qquad (35)$$

A partir de (35) on obtient pour $h_1 = -h_2 = -\, d/2$ où d est la distance entre les deux antennes de réception:

$$< A(\alpha_j) A(\alpha_k)\, e^{i\frac{2\pi}{c}(h_1 f_1 \alpha_j - h_2 f_2 \alpha_k)} e^{i2\pi\left(f_1 \frac{D\alpha_j^2}{2c} - f_2 \frac{D\alpha_k^2}{2c}\right)} > = A^2(\alpha_0) e^{i\pi \frac{(f_1 - f_2)\, d^2}{4Dc}} p^2(\alpha_0) \frac{c}{D\sqrt{f_1 f_2}} \qquad (36)$$

Le premier terme de (31) comporte des expressions du type:

$$U(h) = \int_{-\infty}^{\infty} A^2(\alpha)\, e^{i\pi \left[\frac{d}{c}(f_1 + f_2)\alpha + 2(f_1 - f_2)\,\tau(\alpha)\right]} p(\alpha)\, d\alpha \qquad (37)$$

On pose f_0, fréquence moyenne de travail, égale à $(f_1 + f_2)/2$.

Pour calculer (37) on peut également utiliser la méthode de la phase stationnaire. Le point de phase stationnaire est alors $\alpha_1 = -f_0\, d/[D(f_1 - f_2)]$ et l'on obtient tout calcul fait:

$$U(h) = A^2(\alpha_1)p(\alpha_1)\, e^{-i\pi \frac{f_0^2 d^2}{Dc(f_1 - f_2)} \pm i\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{c}{D|f_1 - f_2|}} \qquad (38)$$

le signe devant $\pi/4$ est de celui de $f_1 - f_2$

On voit que :

$$\left|\frac{U(h)}{T^2(h)}\right| \cong \sqrt{\frac{Df_1 f_2}{c|f_1 - f_2|}}$$

En pratique on peut prendre $f_1 = 10^{10}$; $f_1 - f_2 = f_1/10$; D = 50 km et $c = 3.10^8$, d'où:
$|U(h)/T^2(h)| \cong 10^3$

On pourra donc toujours négliger la contribution de (36) dans l'expression (31). Malheureusement lorsque $f_1 = f_2$, c'est à dire pour la simple diversité d'espace, il n'est plus légitime d'utiliser (38) et l'on doit alors recourir à une autre technique de calcul. Il n'en reste pas moins vrai que l'inégalité $|U(h)| \gg |T^2(h)|$ est toujours valable.

C La diversité d'espace

Dans ce cas on fait $f_1 = f_2 = f$ et l'expression (37) prend la forme:

$$U(h) = \int_{-\infty}^{\infty} A^2(\alpha)\, e^{i\frac{2\pi}{c} f\alpha d}\, p(\alpha)\, d\alpha \qquad (39)$$

La fonction d'intercorrélation K devient:

$$K = \langle n \rangle \int_{-\infty}^{\infty} A^2(\alpha)\, e^{i\frac{2\pi}{c} f\alpha d}\, p(\alpha)\, d\alpha \qquad (40)$$

où n est le nombre moyen de rayons.

K apparait comme la transformée de Fourier de $A^2(\alpha)p(\alpha)$. Il nous faut maintenant comparer K(d) à F(d) qui s'écrit dans ce cas:

$$F \cong B[1 + 4\pi^2 \frac{f^2}{a^2}(1-C)]^{-\lambda} \qquad (41)$$

λ étant positif, F est une fonction monotone, lentement décroissante avec f. $A^2(\alpha)p(\alpha)$ est également une fonction monotone, décroissante avec α ; sauf cas pathologique, il en est donc de même de sa transformée de Fourier. On retrouve bien que K et F ont le même comportement qualitatif en fonction de f.

On peut poursuivre en se donnant pour $A^2(\alpha)p(\alpha)$ une fonction du type $\alpha^\nu K_\nu(\zeta\alpha)$ dont la transformée de Fourier en cosinus est :

$\pi 2^{\nu - 1,5}\, \zeta^\nu\, \Gamma(\nu + 0,5)\, (\zeta^2 + 4\pi^2 f^2 d^2/c^2)^{-\nu - 0,5}$

où K_ν est une fonction modifiée de Bessel de 2ème espèce. Par identification de la partie "haute fréquence" on obtient alors:

$$C = 1 - \frac{a^2 d^2}{\zeta^2 c^2} \qquad (42)$$

ζ représente en quelque sorte l'inverse de l'ouverture de l'antenne.

Bien entendu l'expression (42) ne peut être prise qu'à titre indicatif puisqu'elle suppose une forme particulière à la fonction $A^2(\alpha)p(\alpha)$. Elle fournit cependant une estimation vraisemblable du coefficient de corrélation. Estimation d'autant plus intéressante qu'elle montre que l'on peut prendre, pour tous les cas pratiques envisageables, C =0. En effet en prenant les valeurs numériques suivantes:

$\zeta = 180/\pi$ d= 10 m $a = 3\ 10^9$ $c = 3\ 10^8$ on a $ad/\zeta c = 1,7$ ce qui entraine C<0. On doit interpréter ce résultat comme indiquant que l'on a dépassé la distance de corrélation.

Dans ce cas, le calcul du gain de diversité est particulièrement simple si l'on choisit un système préférant à tout moment le meilleur canal.

Soient A_1 l'événement { la réception en R_1 est de mauvaise qualité} et A_2 l'événement { la réception en R_2 est de mauvaise qualité}. C'est l'événement $A_1 \cap A_2$ qui caractérisera la mauvaise qualité de la réception en diversité.

En reprenant les notations de la première partie (formule 18) on a

$$P(A_1) = 0,32 \left(\frac{\lambda}{a}\right)^{2,3} P_f = P(A_2) \qquad P(A_1 \cap A_2) = [0,32 \left(\frac{\lambda}{a}\right)^{2,3}]^2 P_f$$

Le facteur d'amélioration G exprimé comme le rapport entre le temps de coupure du canal simple et le temps de coupure du canal en diversité est :

$$G = 3 \left(\frac{a}{\lambda}\right)^{2,3} \qquad (43)$$

Dans l'application numérique déjà envisagée du bond Andilly-Hadancourt on a G = 49 ce qui ne conduit plus qu'à 11 secondes erronées pendant le mois le plus défavorable.

En résumé, même si l'expression (42) n'est pas tout à fait exacte, bien que son comportement soit attendu (C→1 lorsque d→0 et C décroissant pour d croissant et/ou l'ouverture des antennes tendant vers 0), elle nous enseigne :

- que dans toutes les situations pratiques on peut prendre C = 0 (car d est supérieure à la distance de corrélation)
- que le gain en diversité (43) dépend du bond considéré. Plus le bond est mauvais en sélectivité, moins la diversité d'espace sera efficace.

D La diversité en fréquence

Dans ce cas on fait d = 0. La formule (27) peut se résumer à sa partie réelle puisqu'en fait on a toujours $f_1 - f_2 \ll a$ Il vient alors:

$$F \cong B[\ 1 + 4\pi^2 \frac{f_1 f_2}{a^2} (1-C)]^{-\lambda} \qquad (44)$$

La formule (37) s'écrit:

$$U(h) = \int_{-\infty}^{\infty} A^2(\alpha)\, e^{i\pi (f_1 - f_2) \frac{D\alpha^2}{c}}\, p(\alpha)\, d\alpha \qquad (45)$$

L'intégration exacte de (45) présente des difficultés importantes. En fait elle donne un résultat de même comportement que (41). Si l'on se contente d'ordre de grandeur (pour une précision plus grande, un modèle plus précis est nécessaire) on peut faire le même rapprochement que dans le paragraphe précédent, ce qui conduit cette fois au coefficient de corrélation:

$$C = 1 - \frac{a^2 D^2}{\zeta^2 c^2} \frac{(f_1 - f_2)^2}{f_1 f_2} \qquad (46)$$

L'expression (46) montre que la décorrélation par diversité de fréquence sera moins facile à obtenir que la décorrélation par diversité d'espace. On voit également sur (46) que l'efficacité de la diversité de fréquence augmente avec la longueur du bond et diminue avec la fréquence. En reprenant l'exemple numérique ci-dessus, on voit qu'on aura décorrélation (c.à.d $C = 0$) à condition que l'écart en fréquence $f_1 - f_2$ soit au moins égal à $(f_1 f_2)^{0,5}\, \zeta c/aD \cong 10^6$. Ce résultat parait numériquement faible. Il doit indiquer que le coefficient du terme $(f_1 - f_2)^2 / f_1 f_2$ dans (46) n'est sans doute pas correct. Il est toutefois raisonnable de retenir que le coefficient de corrélation dans le cas de la diversité en fréquence est du type:

$$C = 1 - qD^2 a^2 \frac{(f_1 - f_2)^2}{f_1 f_2} \qquad (47)$$

Le coefficient q restant à déterminer soit par une intégration satisfaisante de (45) soit par confrontation à des résultats expérimentaux.

CONCLUSION

Au terme de ce travail on peut mesurer l'apport indéniable de la réflexion théorique sur le modèle physique de propagation. A plusieurs occasions cette réflexion a ouvert de nouvelles voies et les résultats expérimentaux, finalement rares, sont ainsi devenus plus aisément compréhensibles. Néanmoins, comme nous l'avions annoncé dans l'avant propos, ce travail ne saurait dispenser de poursuivre des investigations expérimentales, qui seules peuvent qualifier la méthode proposée. Nous aimerions cependant souligner que la démarche adoptée pour l'étude de la diversité met en lumière une autre façon d'envisager l'expérimentation : la simulation numérique d'un modèle physique de propagation. Cette simulation est actuellement envisageable sans grande difficulté ; elle devrait devenir, à notre avis, un puissant moyen d'analyse de complément, voire de remplacement, dans certains cas.

APPENDICE 1 (Version anglaise)

A METHOD FOR THE PREDICTION OF THE QUALITY OF A DIGITAL MICROWAVE LINK: VERSION 02

INTRODUCTIVE FOREWORD

The advent of high bit-rate digital modulations on microwave links has resulted in a deep change in the conventional approach to abnormal refraction phenomena responsible for multipath fading. A statistical knowledge of fixed-frequency received levels is no longer sufficient for predicting the link's quality. The in-band power distortion, which is the main cause for error generating inter-symbol interference at detection, has to be taken into account. In other words, in addition to occurrence, it becomes necessary to predict frequency selectivity.

Understandably, it was difficult to adopt at once an entirely satisfactory method, both as to its exactness and as to the amount of time required to obtain results, since these two factors are interdependent. However, there has been recently an increasing general agreement over an approach which would combine a propagation model and the "signature" of the equipment. Stricly speaking, one may believe that what is due to the atmosphere has thus been separated from what is due to the equipment. Actually, this is only partially true since, as explained below, the propagation model cannot be considered separately from the antenna apertures and bandwidth.

The investigation method proposed here comprises the following steps :

- *1st step*. Definition of an occurrence criterion.
- *2nd step*. Development of a model for representing the reduced transfer function $H(\omega)$, which depends on the original parameters q_i (i = 1,n). All medium-bandwidth representation models (<100 MHz) that are addressed here have three parameters (n = 3).
- *3rd step*. Derivation of the statistical properties of the q_i parameters. Such properties are representable by means of a joint distribution of the form $p(q_1,q_2,q_3,\mathbf{s})$ where **s** is an m-dimensional vector characterizing the investigated link. The main point is that p has a form which is not link-dependent, and therefore is universal. Only s varies according to the hop of interest.
- *4th step*. Analysis and determination of the variations of **s** as a function of the link physical parameters (length, frequency, ...).
- *5th step*. Analysis of the occurrence as a function of the link's physical parameters.
- *6th step*. Combined use of the propagation model defined in the first 5 steps and of the equipment's signature in order to derive the exceedance probability of a given error rate.

Remark In fact, the probability of limit error rate exceedance (usually taken as 10^{-3}) only depends on the link's relevant parameters through s and the occurrence coefficient. While an analytical and experimental expression of such a dependence is expectable, the complex way in which the signature is involved actually makes it impossible to find an explicit description of the effects of these parameters on the outage time.

The analysis just described automatically provides a prediction method when going through the above steps in the reverse order.

At the present time, this analysis has not yet been completed. This can only be done when a sufficient number of links have been studied over a medium bandwidth. It is outside the scope of this work to state the moderately expensive procedures which could lead to such a large scale investigation ; what is essential is that they exist. At this point, it should be stressed that this is a preliminary step to be started as soon as possible. However, since it does not seem likely that a great number of measurements can be carried out, as would be required for an isolation of the effects of each of the relevant parameters, it is very likely that simplifying assumptions will be made. These assumptions have to be checked from a corpus of data which was not used to establish them.

Besides, the "microwave link" group of C.E.P.T. wishes to adopt a common outage-time prediction method. It appeared to be desirable, during an internal meeting, that the French part issues a proposal based on the above-described method. This proposal is the object of the present technical report.

The reader must first be warned of the following. Since the analysis of this problem is not yet complete, it cannot be expected that the method be experimentally checked. We shall therefore use reasonable assumptions (at least in our sense), which are sometimes justified by a physical analysis of multipath, and sometimes boldly extrapolated from the small number of experimental results. In order to attain a practical method, such short-cuts are presently indispensable ; it would neither be reasonable to draw the conclusion that the on-going investigations should be stopped at this sage (it would be desirable that C.E.P.T. speeds up their completion), nor fair to later reproach for their incorrectness.

The choice for the subtitle "Version 02" means that the proposed method is inscribed in the frame of reports MER/TSF/3 and PAB/RPE/138 (also named LAB/MER/154) and should be considered as a step, the intent of which is to make the best possible use of the presently available material.

The first part of this report is devoted to the single channel case. The selected representation model and the statistical model to which it leads are successively presented. The influence of the various link parameters is then investigated, each time specifying the reasons for our choice. Finally, two prediction methods are proposed, one of which explicitely uses the notion of signature, and thus requires a sophisticated calculation technique, and the other of which approximates the effect of signature and therefore allows the computation complexity to be reduced, though a priori at the expense of accuracy.

The second section of this report deals with a diversity channel. In that case, the situation is even less advanced. It was thus decided to carry out a purely theoretical analysis which, at the present time, should be considered as conjectural. Nevertheless, it offers quite promising prospects.

FIRST PART

SINGLE CHANNEL

A The physical model

The starting physical model is the multi-ray model, supported by ray-tracing calculations performed on the basis of refrective index models. When medium bandwidth are considered, the phase-shifts of each of the rays can be neglected [1]. The reduced transfer function is then written:

$$H(\omega) = \Sigma\, a_k \exp(i\omega\tau_k) \qquad (1)$$

whre a_k and τ_k are the amplitude and delay of the k^{th} ray, respectively. The atmosphere is a non-dispersing medium in the frequency range of interest, so that the transfer function exclusively depends on the couples (a_k, τ_k). It can be shown that since $H(\omega)$ is an integer function of order 1, it is entirely determined by its roots in the complex plane. It is easily understandable that a small change in the (a_k, τ_k) values can induce a great variation in the positions of roots of (1). Moreover, it is shown [1] that these roots are the more scattered as the most delayed ray has a smaller amplitude. The mean root density per Hertz is equal to the maximum delay, which, in practice, leads to a mean separation between roots of the order of 100 MHz.

The likelyness of the homogeneity of root distribution in the complex plane clearly appears when it is realized that actually, the description of the channel by means of individual rays hides the turbulent nature of the atmosphere (even in layered situations), which would be better accounted for by a sum of ray pencils with close characteristics.

B The representation model

A number of representation models can be used : the polynomial model, Rummler's model, the normalized two-ray model, and so on. All of these are appropriate, in that they represent, within the measurement inaccuracy, the $H(\omega)$ function over a medium bandwitdth (smaller than 100 MHz). They nearly all depend on three original parameters [2].

For computational convenience and in accordance with the assumptions described further, it is the normalized two-ray model which was selected. It is written as:

$$H(\Omega) = 1 - b \exp\,[-\,i\,(\Omega\tau + \phi)] \qquad (2)$$

Ω is the reduced frequency, measures from the centre frequency of the considered bandwidth.

The three original parameters are b, τ, and ϕ. The goodness of representation (2) is excellent on all of the investigated hops. It should however be recalled that identifying parameters (b,τ, ϕ) is a delicate process. According to the chosen procedure[1] triplets (b,τ, ϕ) of different values are obtained. This inconsistency is only apparent [2] and it can be asserted that the normalized two-ray model gives a good representation of the set of available data.

---

[1]It is best to use a procedure consisting in identifying the normalized two-ray model with its Taylor expansion. This gives a unimodal distribution of τ.

C The statistical model

No examination of the set of triplets $\mathbf{q}= (b,\tau, \phi)$ concerning events affecting a link can be done without first defining an occurrence criterion, which will be called C. It is not straightforward to define the boundary between a calm situation and a weak event. It was chosen to retain only those transfer functions which reach at least at a frequency in the considered band, an attenuation threshold S. Of course, the choice of S influences the statistics of **q**. What is important is that S should neither be too large, for all transfer functions causing poor transmission to be taken into account, nor too small, for the selection of multipath events to be efficient. S = 10 dB is a satisfactory trade-off. Owing to this threshold, parameters (b,τ, ϕ) cannot assume any value. Consider the distribution $P(b, \tau, \phi / C)$. It can be written:

$$P(b,\tau,\phi/C) = P(\tau/C)\ P(b/\tau,C)P(\phi/b,\tau,C)$$

In fact, it is desirable to obtain an expression for the distribution $P(b,\tau,\phi)$ which should have a simpler form. Unfortunately, it cannot be directly observed. However, it can be derived from observations and from a theoretical analysis.

Considering the power curve of the transfer function, it appears as a sinusoid with extrema, a period and a frequency position of the attenuation notch only depending on b, on τ and on phase ϕ, respectively. For C to be verified, it is required that:

1) the power notch be smaller than S

2) that the phase be such that a power value is smaller than S in the observation bandwidth.

It can be noticed that τ is not involved.Therefore: $P(\tau/C) = P(\tau)$.

The notch value is independent of τ, so that: $P(b/\tau,C) = P(b/C)$.

However, the position of the curve which allos C to be verified both depends on b and τ (in a stricter sense, it also depends on bandwidth, but through an inclusion relation). Strictly speaking, the following equation must therefore be written:

$$P(b,\tau,\phi/C) = P_b(b/C)\ P_\tau(\tau)\ P_\phi(\phi/b,\tau,C) \qquad (3)$$

Observation of several links in various conditions shows that:

•1) τ follows a gamma distribution depending on two parameters a and λ and is independent of b and ϕ:

$$P_\tau(\tau) = \frac{a^\lambda}{\Gamma(\lambda)}\ e^{-a\tau}\ \tau^{\lambda-1} \qquad (4)$$

•2) b is distributed over the interval $[b_{min},1]$. b_{min} varies with the selection threshold S according to the following formula: $b_{min} = 1 - 10^{-S/20}$

Definitely, the choice of a uniform distribution for b [2][3] is not the best one as it results in an overestimation of large values of b for which selectivity is very strong. A triangular distribution is preferable but the little amount of available data does not allow to predict how the abscissa of the triangle tip behaves, with its ordinate being known from the abscissa through normalization of the distribution. As its variation according to the link seems to be rather small, the experimental distribution obtained for the Marcheville-Viabon hop [2], as shown in Figure 1, will be used.

•3) $P(\phi/b,\tau,C)$ has a complex form. The theoretical analysis however leads to the belief that ϕ should be independent of b and τ and, notwithstanding condition C, uniformly distributed over $(-\pi,+\pi)$.

•4) In the above described representation model, $b < 1$. Therefore, minimum-phase and non minimum-phase transfer functions differ by the sign of τ ($\tau > 0$ for a minimum-phase transfer function and $\tau < 0$ in the other case). As the distinction between both types of situations can be of importance in the case of links equipped with corrective devices, it can be taken into account by using (4) to describe only the absolute value of τ, and by drawing its sign at random according to the respective proportions of both types. From presently available experimental results, we are led to consider both types are in equal numbers.

The set of distributions 1), 2), 3) and 4) indeed appears as satisfactory. Using these as the starting point and performing a random selection where only those triplets (b, τ, ϕ) verifying C are preserved, does lead to a simulated distribution close to the experimental one.

If criterion C has been properly chosen (see above), it follows that:

$$P(b,\tau,\phi) = P(b,\tau,\phi/C)\,P(C) = P_b(b/C)\,P_\tau(\tau)\,P_\phi(\phi/b,\tau,C)\,P(C) \qquad (5)$$

Reference [3] discusses the quality of such a statistical model.

Formula (5) statistically describes the selectivity of the channel. For this formula to be useful, it is necessary that for each link, one be able to determine the so-called occurrence parameter P(C) and the so-called two selectivity parameters a and λ of formula (3). This is the topic addressed to in the following.

D. The relevant physical parameters and their influence

D.1. Preliminary remark on the occurrence parameter

P(C) is the probability that the threshold condition is satisfied, that is, that the attenuation reaches at least a value S within the useful bandwidth Δf. P(C) is not a priori known, but can be deduced from the cumulative distribution of levels L at a fixed frequency $P_f(L)$, if a and λ can be found separately. In this respect, simulating, for fixed values of a and λ, a sufficient number of transfer functions obeying model (5) and determining the fraction r of those which have an attenuation greater than S at center frequency, leads to:

$$P(C) \approx \frac{P_f(S)}{r} \qquad (6)$$

In the simplified version proposed here, r is assumed to be equal to 0.9 (whatever the values of a and λ), which, in view of the tests already performed, leads to an error not exceeding 10% on the outage time.

D.2. Relevant physical parameters

At first sight, there are many physical parameters which can be thought to influence the statistics of multipath phenomena. A non comprehensive list of such parameters is the following : length, frequency, bandwidth, altitude and slope of the radio path, surface roughness, antenna lobe aperture, and all meteorological parameters conventionally grouped under the denomination of "climatic factor", which actually masks our ignorance of the physical mechanisms leading to multipath situations.

An experimental analysis of such an extensive set of factors would encounter so many difficulties that one must resort to more or less justified assumptions. Common sense indicates that this situation will probably not change in the future. Therefore, the only reasonable approach is to adopt, as suggested in the foreword, a method which is a priori based upon the physical model described in A, and to collect as many data as possible to validate it a posteriori. This is the procedure we shall use in this paragraph.

Expression (1) shows that the limitation of the transfer function within a medium bandwidth essentially depends on the position of its roots relative to this medium bandwidth. However, it was noted above that any small change in the couples (a_k, τ_k) results in quite different distribution of these roots and therefore modifies the (b,τ,ϕ) parameters which represent the restriction of (1) to the considered medium bandwidth. If such a change has an overall influence on couples (a_k, τ_k), it can be expected that the statistical distribution of triplets (b,τ,ϕ) also changes (conditioned to the occurrence of multipath). Conversely, if this change affects in a complex manner the (a_k, τ_k) couples, the statistical distribution of triplets (b,τ,ϕ) will not be modified. This view is corroborated by the fact that for all of the links analyzed up to now, parameters (b,τ,ϕ) follow a universal type of distribution.

Thus, this approach results in the distinction of three kinds of physical parameters :

1) those which modify the occurrence of the phenomenon, and therefore that are taken into account in the formulas used to compute $P_f(S)$.

2) those which affect the a and λ statistical parameters and thus influence selectivity.

3) those which do not affect the statistical distribution of the (b,τ, ϕ) triplets because their effect is actually "compensated" by the variability of the atmosphere. For example, if the mean height of the link has no effect, this is in fact because it only changes the relative height of the atmospheric ducts with respect to the link, which height is, to a large extent, quite likely to be uniformly distributed.

Here again, it will be stressed that, though plausible, this analysis, which merely intends to provide a first order approximation of the effects of the physical link parameters, calls for additional measurements for a further refinement. As such, it however allows the construction of a prediction method, as explained below.

It is now possible to perform a preliminary classification of the physical parameters into the three above-described categories:

1) distance, frequency, roughness and "climatic factor" are involved in the occurrence ;

2) distance and antenna lobe aperture alone affect selectivity ;

3) mean link height, link slope, roughness, frequency [1] only have second order effects on selectivity parameters a and λ.

A detailed examination of the two first categories remains to be performed, whereas the particular case of bandwidth Δf will be addressed at the end of the present paragraph.

D.2.1 Occurrence

Here, we use a formula considered to apply to all regions of the world (CCIR 1988 report 338) and for the worst month[1]. For Western Europe the values given in reference [5] are adopted:

$$P_f(S) = 10^{-6} D^{3,6} f^{0,72} \sigma^{-1,2} 10^{\frac{G}{10}} 10^{-\frac{S}{10}} \qquad (7)$$

S is the occurrence threshold taken equalt to 10 dB

D is the hop length in km

f is the center frequency in GHz

σ, the roughness parameter, is the root mean square of the hop slope in mrad (expression (7) is only valid for $\sigma \geq 2$)

G, the climatic and/or geographical factor. This factor is considered to be correlated with the refractive index gradient in summer. Figure 2 gives for France, the region per region distribution of G. By extrapolation to all Western Europe, which has a similar climate, the following empirical rule can be adopted:

$$G = \frac{\Delta N - 27,5}{5} \qquad (8)$$

where ΔN is the summer average index gradient. An atlas of ΔN values taken from CCIR report 563 is shown in Figure 3.

D.2.2. Selectivity

D.2.2.1 Distance effect

Distance is one of the physical parameters which have an overall effect on "physical rays", in that it increases or decreases their delays. In [4], a simplified model can be found for this effect, which will not be discussed here. It is sufficient to mention that the only data available to date [6] validate two of the fundamental assumptions:

1) The distributions P_b and P_ϕ are independent of D

2) The distributions P_τ for two distances D_1 and D_2 are linked by a relation of the following kind:

$$P_\tau(\tau, D_1) = k(D_1, D_2)\, P_\tau(k(D_1, D_2)\, \tau, D_2) \qquad (9)$$

However, the theoretical value of function $k(D_1,D_2)$ is not confirmed and it is not possible to know whether this is due to the inaccuracy of the algorithm used by Lin and Giger [6][4] or to the excessive simplicity of the physical model. Here, we shall adopt, as the best available approach, the theoretical value which consists in setting for short hops (<37km) $k(D_1,D_2) = D_2/D_1$ and for long hops (>37km) $k(D_1,D_2) = D_1/D_2$.

The λ parameter of distribution (3) is therefore independent of D and parameter a is given by the following law:

[1]Formula (7) was derived for deep fades (S>15 dB). Its application to smaller values of threshold S leads to an overestimation of occurrence.

$$a(D) = \begin{cases} a(37)\dfrac{D}{37} & \text{pour } D<37 \\ a(37)\dfrac{37}{D} & \text{pour } D>37 \end{cases} \qquad (10)$$

D.2.2.2 Effect of antenna aperture

The antenna aperture is the other link parameter which has an overall effect on physical rays. Its mechanism is based on the fact that, according to the antenna aperture, rays can be received with a smaller or greater angular deviation relative to the normal path. It is to be expected that such rays are more delayed as they undergo greater deviations. An experimental analysis of the arrival angles of the rays carried out by Webster et al [7] confirms such a hypothesis. Nevertheless, it is extremely difficult to compute this effect theoretically. Still, it is reasonable to assume that the main effect of taking the more delayed rays into account, is to statistically increase the in-band power distortion and hence, to increase the mean value of parameter τ. To adopt a simple rule, we shall first review the results obtained with the experimental links Marcheville-Viabon, Lannion-Roc Tredudon and Atlanta-Palmeto, listed in Table 1.

TABLE 1

link	Marcheville -Viabon	Lannion - Roc Tredudon	Atlanta-Palmeto
distance	37 km	50 km	42,2 km
frequency	11 GHz	11 GHz	6 GHz
bandwidth	50 MHz	50 MHz	25 MHz
antenna diameter	2 m	3 m	?
$<\tau> = \lambda/a$	0.48 ns	0.47 ns	0.28 ns
λ	1.66	2.12	1.34
a	3.42	4.47	4.78

$<\tau> = \lambda/a$ both depends on D and aperture angle[1] θ of the antennae. According to (10) it is appropriate to choose for $<\tau>$ a function of the kind $g(\theta)d$ since the three links of Table 1 can be considered as long ones.

Remark. If the antenna apparent diameter is used, frequency is implicitely introduced. This does not mean that it plays a role in selectivity.

As the apparent diameter of the antennae used is unknown for the Atlanta-Palmeto link, we shall restrict ourselves to the other links to estimate $g(\Phi f)$, with the addition of the constraint that $<\tau>$ should tend to zero when the aperture θ tends to zero. The following expression is then found:

$$<\tau> = 0.154\,(\Phi f)^{-0.8}\,d \qquad (11)$$

D is in km , Φ in m and f in GHz.

[1] In most cases the receiving and transmitting antennae are identical. If θ is their aperture angle, all other factors remaining unchanged, θ is inversely proportional to the apparent diameter of the antenna ϕ.

It can however be noted that this expression is not entirely satisfactory since, for the Atlanta-Palmetto link, it leads to a value or $(\Phi f)_{AP}$ equal to 51 which is prohibitive.

Applying the same analysis to parameter λ gives :

$$\lambda = 0.25\ (\Phi f)^{0.6} \qquad (12)$$

Formula (12) implies that $(\Phi f)_{AP} = 16.4$ which is a much more reasonable value. Parameter a then assumes the form $g'(\Phi f)/D$ and if the value 16.4 is kept for $(\Phi f)_{AP}$ function $g'(\Phi f)=aD$ is no longer monotonous (figure 4). Its behavior for $\Phi f \rightarrow \infty$ is indeed the expected one (see above), but it is not clear whether $<\tau>$ should decrease when $\Phi f \rightarrow 0$ (very large aperture). The explanation for this tendency change perhaps resides in the ground-reflected rays becoming more important in the case of large angular apertures. However it does not seem possible to us, due to the small number of hops involved and to the fact that the value of $(\Phi f)_{AP}$ is not known exactly, to draw a definite conclusion. It should also be recalled that the Atlanta-Palmeto data were selected with a particular criterion.

Notwithstanding the above provisions, the following formula is used for aD :

$$aD = \begin{cases} 1.7\ 10^4\ (\Phi f)^{-1.6} & \Phi f < 22 \\ 1.6\ (\Phi f)^{1.4} & \Phi f > 22 \end{cases} \qquad (13)$$

The above discussion thus results in the following proposed model, which consists in using the Marcheville-Viabon link as a reference and to adopt for a and λ the following formulas:

$$\lambda = 0.25\ (\Phi f)^{0.6} \qquad (14)$$

D > 37 km	$a = 1.7\ 10^4\ (\Phi f)^{-1.6}/D$	$\Phi f < 22$	
	$a = 1.6\ (\Phi f)^{1.4}/D$	$\Phi f > 22$	
D < 37 km	$a = 12.4\ (\Phi f)^{-1.6} D$	$\Phi f < 22$	(15)
	$a = 1.17\ 10^{-3} (\Phi f)^{1.4}\ D$	$\Phi f > 22$	

D is in km, Φ in m and f in GHz.

Remark. If the transmitting and receiving antennae are different, the avarage aperture or harmonic mean of apparent diameters $2/\Phi = 1/\Phi_e + 1/\Phi_r$ will be used.

D.2.2.3.The bandwidth

Bandwidth has no effect of its own on selectivity though it is obviously involved in the link's quality through its signature. Formulas (14) et (15) were established for a bandwidth of 50 MHz. The adopted representation model, as well as the statistical model, are applicable as such for bandwidths smaller than 50 MHz, except for a modification of the threshold criterion which does not change the validity of the results, whatsoever. For greater bandwidths, theoretical considerations [1] indicate that they are also satisfactory up to 100 MHz. Besides, due to the high quality of this representation over 50 MHz, it is reasonable, without any complementary experimental analysis at hand, to admit the validity of the statistical model for bandwidths of up to 100 MHz.

D.3. Use of the prediction model : complete version

Formulas (6), (3), (7), (12) and (13) allow the statistical distribution $P(b,\tau,\phi)$ to be computed my means of formula (5).

In order to estimate the outage probability $\mathfrak{P}_c$ on a given link, it is only required to estimate the following integral:

$$\mathfrak{P}_c = P(C) \int_{\mathfrak{D}} P(b, \tau, \phi / C)\, db\, d\tau\, d\phi \qquad (16)$$

where $\mathfrak{D}$ is the domain of parameters (b,τ, ϕ) which result in a bit error rate (BER) greater than the quality threshold (generally taken as 10^{-3}). This domain $\mathfrak{D}$, called signature, only depends on the considered equipment. It can be measured or computed. A detailed analysis of the signature concept can be found in reference [8].

However, it is worth noting that the signature concept implies that the channel be stationary and therefore reject any dynamical effect of the channel on the system. At the present state of our knowledge, there is no method capable of incorporating such an effect. It can merely be said that it is likely to be a secondary one as regards to the single-chanel error rate alone, but that a realistic assessment of this effect remains indispensable if it is intended to predict the improvement imparted by systems which implement channel switching. Similarly, if correcting devices are used, it is often required to know whether the channel is a minimum-phase shift one or not and how this property varies in time. As far as the statistics of this property are concerned, a theoretical analysis [1], as well as experimental results [2] lead us to admitting that one transfer function out of two has a minimum phase-shift.

We shall now return to the assessment of integral (16). Practically, it is not convenient to analytically represent domain $\mathfrak{D}$, nor to specify the domain of triplet (b,τ,ϕ) as a function of threshold S.

It is therefore recommended to use the Monte-Carlo method to compute (16).

N triplets (b,τ,ϕ) are randomly drawn according to the probability distribution (4). If N' of these lead to a triplet belonging to domain $\mathfrak{D}$, one has :

$$\mathfrak{P}_c = \frac{N'}{N} P(C) \qquad (17)$$

The total prediction method proceeds as follows:

Input data:		
	D in km	hop length
	f in GHz	working center frequency
	σ in mrad	average roughness of the link
	G in dB	climatic factor (formula (8) and figure 2)
	Φ in m	apparent diameter $(2/\Phi = 1/\Phi_e + 1/\Phi_r)$
	$\mathfrak{D}$	signature of the equipment, mainly dependent on Δf and modulation

1st step a and λ are calculated by formulas (14) and (15)

2nd step calculation of r by simulation (see §D1)

3rd step calculation of P(C) through (6) and (7)

4th step calculation of $\mathfrak{P}_c$ (formula (17)) by simulation.

The second and fourth steps rely on the available digital computer means. Simulation software require at least a microcomputer using a symbolic programming language.

D.4. Use of the prediction method : simplified version

If no sufficient computation means are available, the following approximations can be made:

2nd step the value r=0.9 is assumed (see §D.1)

4th step The probability distribution $P(b, \tau, \phi/C)$ depends on both parameters a and λ (or λ and $<\tau> = \lambda/a$). Figure 4 gives the conditional probability of having an error rate greater than 10^{-3} when λ and $<\tau>$ are within their usual variation domain ; specifically, the integral of $P(b, \tau, \phi/C)$ was computed over domain $\mathcal{D}$ for a QAM16 modulation scheme, a rate of 140 Mbs^{-1} and a flat fade margin of 40 dB. This conditional probability can, as a first approximation, be considered as independent of λ and be given by the $0.29<\tau>^{2.3}$ formula. Coefficients 0.29 and 2.3 must be calculated for each type of equipment. It is however noted that for PSK8 modulation, all other parameters unchanged, there is no significant difference (Figure 5). When restricting to the usual modulations (PSK8 and QAM16) and to the bit rate of the French network (140 Mbit/s), formula (17) then writes :

$$\mathcal{P}_c = 0.32 \left(\frac{\lambda}{a}\right)^{2.3} P_f(10\ dB) \qquad (18)$$

D.5. Utilization example

In the present paragraph, a computation example is given for a typical link of the French network, using the simplified method.

Hop: Andilly-Hadancourt in the Paris-Rouen link:

D = 40 km f = 11.3 GHz σ = 21 mrad QAM16 140 M bit s^{-1}

Flat fade margin = 40 dB $\Phi_e = \Phi_r$ = 4 m.

Since D> 37 km (15) gives a = 8.3.

Then, through (14) λ = 2.46.

The climatic factor G of this hop, which is located near Paris, is equal to 1 (Figure 2). Hence, using (7):

$$P_f(10) = 10^{-6} 40^{3.6} 11{,}3^{0.72} 21^{-1.2}\ 10^{\frac{1}{10}}\ 10^{-\frac{10}{10}} = 10^{-2}$$

and (18)

$$\mathcal{P}_c = 0{,}32 \left(\frac{2{,}46}{8{,}3}\right)^{2{,}3} 10^{-2} = 2\ 10^{-4}$$

Which amounts to 535 errored seconds during the worst month.

Remark: The use of the original parameter b of a uniform distribution between b_{min} and 1 would be more penalizing, as indicated in paragraph C. If it is preferred to adopt such a point of view, which is more pessimistic, (18) should be replaced by:

$$\mathcal{P}_c = 0{,}4 \left(\frac{\lambda}{a}\right)^{1{,}55} P_f(10) \qquad (19)$$

In the proposed numerical example, this leads to an outage probability of 6.10^{-4} or 1600 errored seconds during the worst month.

SECOND PART

THE DIVERSITY CHANNEL

If a receiving device is contemplated to operate with diversity, this can either be a difference in the position of the receiving antennae, or a difference in the receiving frequency range. In both cases, the expected gain results from the decorrelation between the behaviours of the two contemplated channels. If one knows how to determine such a decorrelation, it is in turn known how to assess the gain imparted by diversity. Of course, this gain can be expected to depend in a complex manner on the link's physical parameters.

From the experimental point of view, almost nothing has been done. Only one experiment may be used [9]. This represents very little data to establish a model. It was therefore decided to base the present analysis on the multi-ray model, in addition to a few assumptions suggested by the measurements performed by Webster [7]. The approach adopted here is the following one :

1) The single-channel model is obviously applicable to both diversity positions (site and/or frequency)[1]. Both diversity positions are referred to by indices 1 and 2. The diversity channel is totally known if the joint distribution of the six parameters b_1 ,τ_1, ϕ_1,b_2,τ_2, ϕ_2 is known. Because of the properties of the single channel, it seems reasonable to perform the following assumptions:

- The six parameters are mutually independent, except for τ_1 and τ_2.
- Since τ_1 and τ_2 each obey a marginal distribution of the gamma kind with the same parameters (the single-channel model neither depends on frequency nor on antenna height), the couple (τ_1, τ_2) will have the following kind of joint double gamma distribution [10] :

$$p(\tau_1,\tau_2) = a^{\lambda - 1}\,\frac{C^{-0,5\,(\lambda-1)}}{\Gamma(\lambda)(1-C)}\,(\tau_1\tau_2)^{\frac{\lambda-1}{2}}\,e^{-\frac{a(\tau_1+\tau_2)}{1-C}}\,I_{\lambda-1}\left(\frac{2a\sqrt{C\tau_1\tau_2}}{1-C}\right) \qquad (20)$$

where a and λ are the two single-channel statistical parameters ;

$0 \le C \le 1$ is the coefficient of correlation between τ_1 and τ_2 ;

$I_{\lambda-1}$ is the modified, first kind, order λ-1 Bessel's function.

Determining C is therefore sufficient to characterize the diversity channel with this model. Then, one can derive from it the cross-correlation function $\langle E_1 E^*_2 \rangle$ where E_1 and E_2 are the amplitudes of the the fields received at positions 1 and 2, respectively.

2) On the other hand, the physical multi-ray model can be specified, employing a number of statistical relations between the characteristics of these different rays. If these assumptions are complete enough, it is possible to estimate $\langle E(f_1, r_1)\, E^*(f_2, r_2) \rangle$, the cross-correlation function, where r_1 and r_2 indicate the positions of the two channels.

3) The identification of the two above-defined cross-correlation functions, if it is possible, then allows the correlation coefficient C to be determined as a function of the link's physical parameters.

---

[1]The threshold to adopt is however different from the one chosen for the single-channel case, in order that tha decorrelations between channels be taken into account. This results in the selection of b_{min} close to zero.

The remaining part is devoted to the estimation of C.

A Properties of the medium-bandwidth joint representation

The normalized two-ray model gives, for the complex envelope of the fields received at both positions, the following representation:

$$E_1(f_1) = 1 - b_1 e^{-i(2\pi f_1 \tau_1 + \phi_1)} \qquad (21)$$

$$E_2(f_2) = 1 - b_2 e^{-i(2\pi f_2 \tau_2 + \phi_2)} \qquad (22)$$

Differently from the single-channel model used in the first part, we use here the physical frequencies rather than the frequencies reduced to the bandwitdth's center frequency. The cross-correlation function $F = \langle E_1 E^*_2 \rangle$ is thus written:

$$F = \langle 1-b_2 e^{i(2\pi f_2 \tau_2 + \phi_2)} \rangle + \langle 1-b_1 e^{-i(2\pi f_1 \tau_1 + \phi_1)} \rangle + \langle b_1 b_2 e^{i2\pi(f_2 \tau_2 - f_1 \tau_1)} e^{i(\phi_2 - \phi_1)} \rangle - 1 \qquad (23)$$

$\langle b_1 b_2 \rangle = B'$ is constant.

The value of B' is difficult to predict since, as a channel can be apparently degraded without the other one being affected, the threshold effect has a complex influence on the statistics of b. If b_{min} is the minimum value of b (close to 0), it can be expected that:

$B = (1 + b_{min})^2/4$

Besides, since ϕ_1 and ϕ_2 have a symmetrical distribution for each value of τ_1 and τ_2, and as we areinterested only in situations of attenuation (not of overfield), for which situations $(2\pi f\tau + \phi)$ is centered around 0, both first terms of (23) are equal, real and substantially close to 1/2.

$$\langle 1 - b_1 e^{-i(2\pi f_1 \tau_1 + \phi_1)} \rangle = \langle 1 - b_2 e^{i(2\pi f_2 \tau_2 + \phi_2)} \rangle = \text{real constant} \cong \frac{1}{2} \qquad (24)$$

For symmetry reasons, the random variable $\phi_1 - \phi_2$ must be symmetrically distributed relative to 0, which implies that:

$\langle \exp [i(\phi_1 - \phi_2)] \rangle = Y$ Y being a real constant

which results in:

$$F \cong B \langle e^{i\,2\pi (f_2 \tau_2 - f_1 \tau_1)} \rangle \qquad (25)$$

with $B = B'Y$

Expression (25) is evaluated in a simple fashion from the characteristic function of the double gamma distribution (20) :

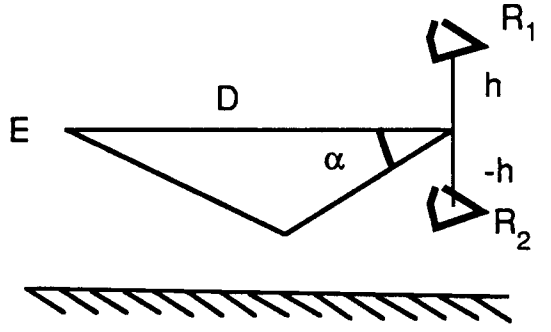
$$E[e^{i(u\tau_1 + v\tau_2)}] = a^{2\lambda} [(a-iu)(a-iv) + Cuv]^{-\lambda} \qquad (26)$$

Then :

$$F \cong B \left[1 + 4\pi^2 \frac{f_1 f_2}{a^2} (1-C) + 2\pi i \frac{f_1 - f_2}{a} \right]^{-\lambda} \qquad (27)$$

B The physical model

The use of a physical model is aimed at determining the effect of the various physical parameters (hop length..) on C. The adopted geometry is that of a flat Earth (see left). The antenna height is referred to an origin located at the center of the receiver device. It is assumed that all the waves incident on the antenna are plane and identified by their arrival angle α



If it is admitted that the different rays are produced by reflection, it is then found that the delay time of a ray deflected by an angle α relative to the main ray is:

$\tau = (D/\cos\alpha - D)/c \# D\alpha^2/2c$ (28)

This model is a simple one, but expresses the important property that the delay time is an even function of angle α. The value of the proportionality constant, D/2c, though it is not accurate, nevertheless provides a reasonable order of magnitude.

Example: D = 50 km $\alpha = 0{,}1° \Rightarrow \tau = 0.25$ ns

The angle of arrival α of the different rays is distributed according to a symmetrical probability distribution which we shall denote $p(\alpha)$.

The amplitude of the rays also follows a symmetrical distribution denoted $A(\alpha)$. From Webster's measurements [7], a distribution of the type $A(\alpha) = 10^{-4|\alpha|}$ could be used. However, this distribution is closely dependent on the antenna lobe, though its exact form is of little importance, as explained below.

As a final step in the assumptions of our model, there remains to specify the statistical distribution of the ray number, which we shall denote P(n). Webster [7] shows that this distribution decreases steeply. Its exact expression is of no importance.

The complex envelope of the field received on the receiving antenna which is located at height h is then written as:

$$E(f,h) = \sum_{j=1}^{n} A(\alpha_j)\, e^{i2\pi \left(\frac{hf}{c}\alpha_j + f\,\tau(\alpha_j)\right)} \qquad (29)$$

In (29), we did not use expression (28) of $\tau(\alpha_j)$ in order to clearly show that the model could provide more accurate predictions if a finer propagation mechanism than that of a flat Earth and plane-layer reflections was adopted.

Assuming that the α_j are mutually independent random variables with the same distribution and independent of n, the cross-correlation function:

$$K = < E(f_1, h_1)\, E^*(f_2, h_2) > \qquad (30)$$

is then written:

$$K = \sum_{n=0}^{\infty} P(n) \left[< \sum_{j=1}^{n} A^2(\alpha_j)\, e^{i2\pi \left(\frac{h_1 f_1 - h_2 f_2}{c}\right)\alpha_j} e^{i2\pi (f_1 - f_2)\,\tau(\alpha_j)} > + \right.$$

$$\left. < \sum_{j \neq k=1}^{n} A(\alpha_j) A(\alpha_k)\, e^{i\frac{2\pi}{c}(h_1 f_1 \alpha_j - h_2 f_2 \alpha_k)} e^{i2\pi (f_1 \tau(\alpha_j) - f_2 \tau(\alpha_k))} > \right] \qquad (31)$$

Let us now examine the second term of expression (31). Due to the independence of the rays, expressions of the following kind must be estimated :

$$T(h) = \int_{-\infty}^{\infty} A(\alpha)\, e^{i2\pi f \left(\frac{\alpha h}{c} + \tau(\alpha)\right)}\, p(\alpha)\, d\alpha \qquad (32)$$

Evaluating (32) is done using the stationary phase method. Noting :

$$\Phi = 2\pi f \left[\frac{h\alpha}{c} + \tau(\alpha) \right] \qquad (33)$$

Replacing $\tau(\alpha)$ by (28) gives :

$$\frac{d\Phi}{d\alpha} = 2\pi \left[\frac{fh}{c} + f\frac{D}{c}\alpha \right] \qquad (34)$$

This derivative goes to zero for $\alpha_0 = -\, h/D$; in practice $h \cong 10m$ $D \cong 50$ km lead to $\alpha_0 \cong 0.01°$ which is a stationary phase point belonging to the domain of usual α values. This legitimates the use of the stationary-phase method. Since $d^2\Phi/d\alpha^2 = 2\pi fD/c$, we find:

$$T(h) = A(\alpha_0)\, e^{-i\left(\pi \frac{fh^2}{Dc} - \frac{\pi}{4}\right)} \sqrt{\frac{c}{Df}}\; p(\alpha_0) \qquad (35)$$

From (35) and for $h_1 = -h_2 = -\, d/2$ where d is the distance between the two receiving antennae, we have:

$$< A(\alpha_j) A(\alpha_k)\, e^{i\frac{2\pi}{c}(h_1 f_1 \alpha_j - h_2 f_2 \alpha_k)} e^{i2\pi\left(f_1 \frac{D\alpha_j^2}{2c} - f_2 \frac{D\alpha_k^2}{2c}\right)} > = A^2(\alpha_0) e^{i\pi \frac{(f_1 - f_2)\, d^2}{4Dc}}\, p^2(\alpha_0)\, \frac{c}{D\sqrt{f_1 f_2}} \qquad (36)$$

The first term of (31) comprises expressions of the kind :

$$U(h) = \int_{-\infty}^{\infty} A^2(\alpha)\, e^{i\pi \left[\frac{d}{c}(f_1 + f_2)\alpha + 2(f_1 - f_2)\,\tau(\alpha)\right]}\, p(\alpha)\, d\alpha \qquad (37)$$

setting the average working frequency f_0, equal to $(f_1 + f_2)/2$.

To compute (37), the stationary-phase method can also be used. The stationary-phase point is then $\alpha_1 = -f_0\, d/[D(f_1 - f_2)]$ and is calculated to be:

$$U(h) = A^2(\alpha_1)p(\alpha_1)\, e^{-i\pi \frac{f_0^2 d^2}{D\alpha(f_1 - f_2)} \pm i\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{c}{D|f_1 - f_2|}} \qquad (38)$$

The sign ahead of $\pi/4$ is that of $f_1 - f_2$.

It can be noted that:

$$\left|\frac{U(h)}{T^2(h)}\right| \cong \sqrt{\frac{Df_1 f_2}{c|f_1 - f_2|}}$$

Practically, one may use: $f_1 = 10^{10}$; $f_1 - f_2 = f_1/10$; D = 50 km and $c = 3.10^8$, whence:
$|U(h)/T^2(h)| \cong 10^3$

Therefore, it will always be possible to neglect the contribution of (36) to expression (31). Unfortunately, when $f_1 = f_2$, that is just for space diversity, it is no longer valid to use (38) and another computation technique must be resorted to. Nevertheless, the inequality $|U(h)| \gg |T^2(h)|$ always holds.

C Space diversity

In this case, we set $f_1 = f_2 = f$ and expression (37) takes the following form:

$$U(h) = \int_{-\infty}^{\infty} A^2(\alpha)\, e^{i\frac{2\pi}{c} f\alpha d}\, p(\alpha)\, d\alpha \qquad (39)$$

The cross-correlation function K becomes:

$$K = \langle n \rangle \int_{-\infty}^{\infty} A^2(\alpha)\, e^{i\frac{2\pi}{c} f\alpha d}\, p(\alpha)\, d\alpha \qquad (40)$$

where n is the mean number of rays.

K appears to be the Fourier transform of $A^2(\alpha)p(\alpha)$. We now have to compare K(d) with F(d) which then writes:

$$F \cong B\left[1 + 4\pi^2 \frac{f^2}{a^2}(1-C)\right]^{-\lambda} \qquad (41)$$

Since λ is positive, F is a monotonous function which slowly decreases with f. $A^2(\alpha)p(\alpha)$ also is a monotonous function decreasing with α ; except for special unfavorable cases, this is also true for the Fourier transform. It is again verified that K and F behave qualitatively the same way for varying f.

To proceed further, $A^2(\alpha)p(\alpha)$ can be assumed to be a function of the form $\alpha^\nu K_\nu(\zeta\alpha)$, with a cosine Fourier transform written as:

$\pi 2^{\nu - 1,5}\, \zeta^\nu\, \Gamma(\nu + 0,5)\, (\zeta^2 + 4\pi^2 f^2 d^2/c^2)^{-\nu - 0,5}$

where K_ν is a second kind modified Bessel function. By identification of the "high frequency" portion, we then find :

$$C = 1 - \frac{a^2 d^2}{\zeta^2 c^2} \qquad (42)$$

ζ somehow represents the inverse of the antenna aperture.

Of course, expression (42) can only be considered as a rough indication since it assumes a particular form of function $A^2(\alpha)p(\alpha)$. However, it provides a likely estimation of the correlation coefficient, which estimation is even of more of interest as it shows that C can be assumed to be zero for all contemplated practical cases. Thus, using the following numerical values :

$\zeta = 180/\pi$ d= 10 m $a = 3\ 10^9$ $c = 3\ 10^8$ one finds $ad/\zeta c = 1.7$ which implies $C<0$. This result should be interpreted as indicating that the correlation distance was exceeded.

In this case, the diversity improvement computation is particularly simple if a system is chosen which at any time selects the best channel.

Let A_1 be the event {the reception at R_1 is of bad quality} and A_2 the event {the reception at R_2 is of bad quality}. It is the event $A_1 \cap A_2$ which will characterize the bad quality of the diversity reception.

Again using the notations of the first section (formula 18), we find :

$$P(A_1) = 0{,}32 \left(\frac{\lambda}{a}\right)^{2,3} P_f = P(A_2) \qquad P(A_1 \cap A_2) = [0{,}32 \left(\frac{\lambda}{a}\right)^{2,3}]^2 P_f$$

The improvement factor G expressed as the ratio of the single-channel outage time to the diversity-channel outage time, is :

$$G = 3 \left(\frac{a}{\lambda}\right)^{2,3} \qquad (43)$$

In the numerical example already mentioned of the Andilly-Hadancourt hop, G = 49, which leads to no more than 11 errored seconds during the worst month.

To summarize, even though expression (42) is not quite accurate, though its behavior is the expected one ($C \to 1$ when $d \to 0$ and C decreases for $d \to \infty$ and/or when the antenna aperture tends to 0), it teaches us :

- that in all practical situations C can be set equal to 0 (because d is greater than the correlation distance) ;
- that the diversity gain (43) depends on the considered hop. The worst the hop will be in selectivity, the less efficient space diversity will be.

D Frequency diversity

In this case, we set d = 0. Formula (27) can be reduced to its real part since $f_1 - f_2 \ll a$ is actually always true. Therefore:

$$F \cong B\left[1 + 4\pi^2 \frac{f_1 f_2}{a^2}(1-C)\right]^{-\lambda} \qquad (44)$$

Formula (37) is written:

$$U(h) = \int_{-\infty}^{\infty} A^2(\alpha)\, e^{i\pi (f_1 - f_2) \frac{D\alpha^2}{c}}\, p(\alpha)\, d\alpha \qquad (45)$$

Exact integration of (45) raises notable difficulties. Indeed, it gives a result which behaves just as (41). If one contents with orders of magnitudes (for a greater accuracy, a more accurate model is required) the same assimilation can be done as in the previous paragraph, which then leads to the following correlation coefficient :

$$C = 1 - \frac{a^2 D^2}{\zeta^2 c^2} \frac{(f_1 - f_2)^2}{f_1 f_2} \qquad (46)$$

Expression (46) shows that frequency diversity decorrelation will be less easy to obtain than space diversity decorrelation. It also shows that the improvement gained from frequency diversity should increase with the hop length and decrease with the frequency. Returning to the above numerical example, it can be noted that a decorrelation would occur (i.e. C=0) provided that the frequency difference $f_1 - f_2$ be at least equal to $(f_1 f_2)^{0.5}\, \zeta c/aD \cong 10^6$. This result appears to be numerically small. It must indicate that the $(f_1-f_2)^2/f_1 f_2$ term in (46) is likely not to be correct. However, it should be kept in mind that the correlation coefficient, in the case of frequency diversity, is of the kind :

$$C = 1 - qD^2 a^2 \frac{(f_1 - f_2)^2}{f_1 f_2} \qquad (47)$$

Coefficient q remains to be determined, either through proper integration of (45) or by comparison to experimental results.

CONCLUSION

To conclude this work, the undeniable contribution of the theoretical analysis of the physical propagation model must be underlined. At several points, this analysis has opened new approaches and the rather scarce experimental results are thus now easier to understand. Nevertheless, as announced in the foreword, this work should not preclude the continuation of experimental investigations which is the only way to qualify the proposed method. However, we should like to stress that the approach adopted for the study of diversity sheds light on another way of considering experimentation, namely the numerical simulation of a physical propagation model. Such a simulation can be contemplated without great difficulties ; to our sense, it should become a powerful means of investigation or even a substitute to measurements in certain circumstances.

BIBLIOGRAPHIE

[1] LAVERGNAT J. et M. SYLVAIN, "Analyse Théorique d'un Canal de Propagation en Présence de Trajets Multiples", *Ann Telecomm.*, Fr.(1985), 40, n° 11-12, pp 572-583

[2] SYLVAIN M. et J. LAVERGNAT, "Modelling the Transfer Function in Medium Bandwidth Radio Channels During Multipath Propagation", *Ann Telecomm.*, Fr.(1985), 40, n° 11-12, pp 584-603

[3] LAVERGNAT J. et M. SYLVAIN, "Selective Fading Radio Channels: modeling and prediction", *I.E.E.E.SAC*, USA (1987), n° 3, pp 378-388

[4] LAVERGNAT J. et H. NKWAWO, "Effet de la Longueur du Trajet sur la Sélectivité d'un Canal en Période de Trajets Multiples", *Ann. Telecomm.*, Fr. (1988), 43, n° 1-2, pp 14-19

[5] MARTIN L., R.L. OLSEN and T. TJELTA, "Initial Analyses of Multipath Fading Measurements for Various Geographical Conditions in France", Proc. Symp. on Antenna and Propagation, Kyoto, Japan (1985)

[6] LIN E.H. and A.J. GIGER, "Radio Channel Characterisation by three tones" *I.E.E.E. SAC*, USA (1987), 5, n° 3, pp 402-415

[7] WEBSTER A.R. and A.M. SCOTT, "Angles of Arrival and Tropospheric Multipath Microwave Propagation", *I.E.E.E .COM*, USA (1987), n° 1, pp 94-99

[8] LEVY A. et M. SYLVAIN, "Signatures et Modèles de Propagation pour Faisceaux Hertziens Numériques", *Ann. Telecomm.*, Fr (1988), à paraître

[9] RUMMLER W.D., "A Statistical Model of Multipath Fading on a Space-Diversity Radio Channel", *B.S.T.J.*, 61, n° 9, pp 2185-2219

[10] MARDIA K. V. Families of bivariate distributions. CHARLES GRIFFIN & Co Ltd,LONDON

Probabilité du paramètre b sur le bond Marcheville-Viabon

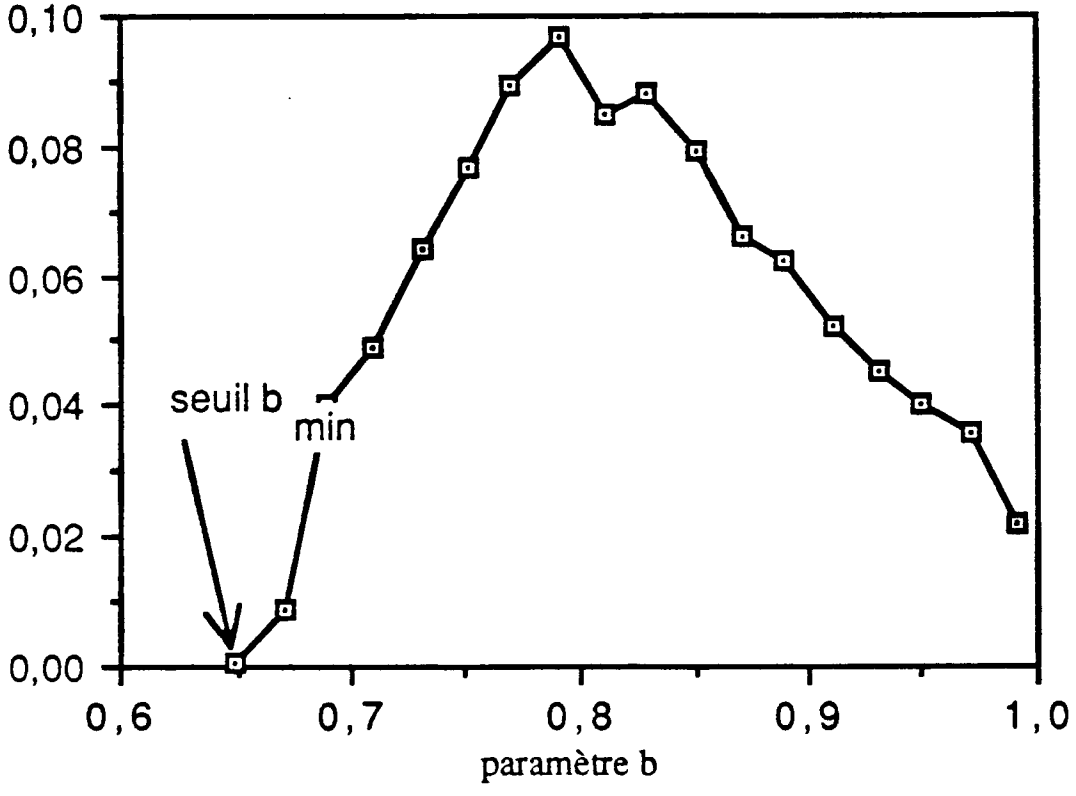


FIGURE 1

Densité de probabilité du paramètre b sur le bond Marcheville Viabon.

Probability distribution of b parameter on the Marcheville Viabon link.

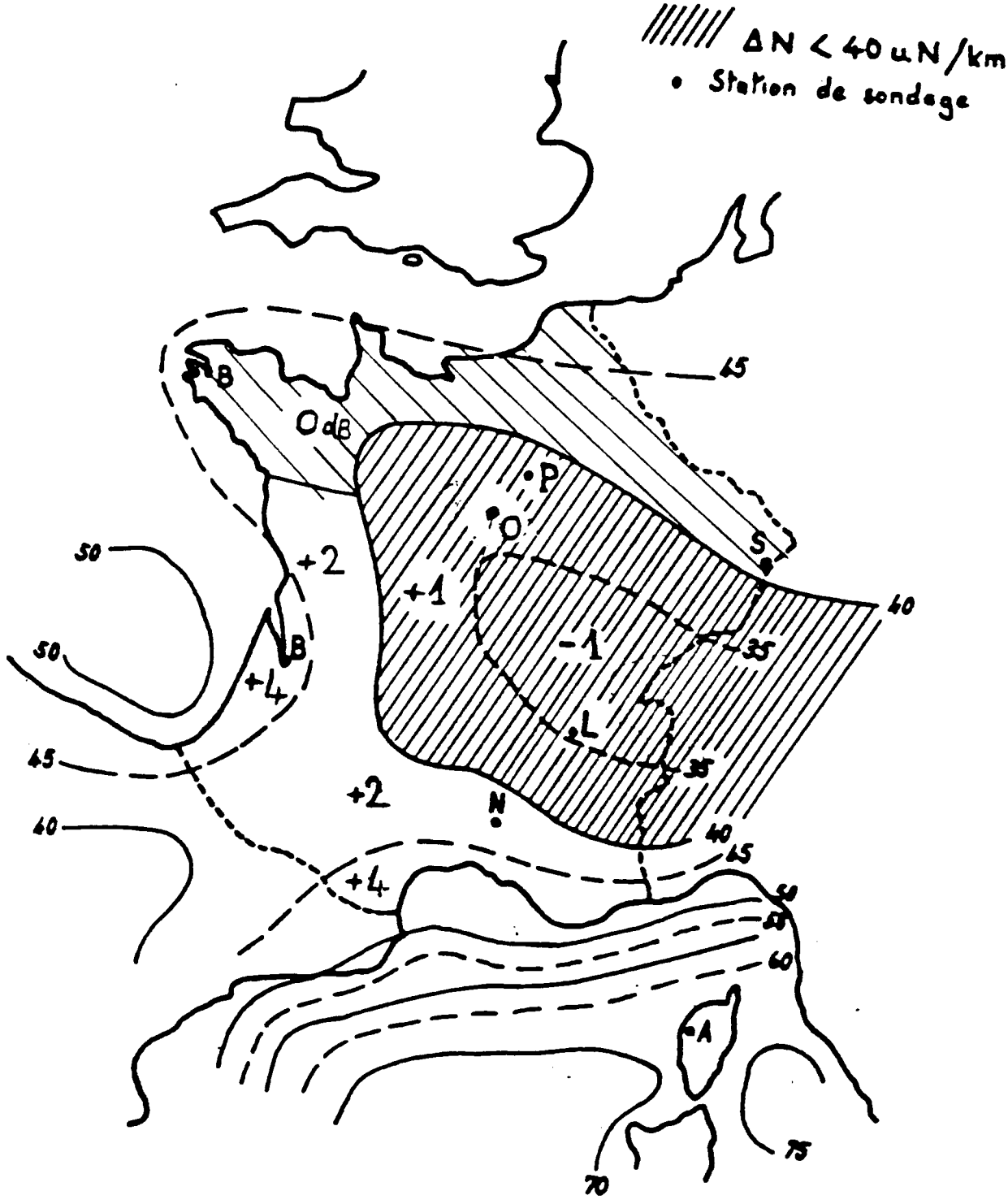


FIGURE 2

Isogradients d'indice (été) et valeurs du paramètre G pour la France.

Isocontours of (summer) refractive index gradients and values of parameter G for France.

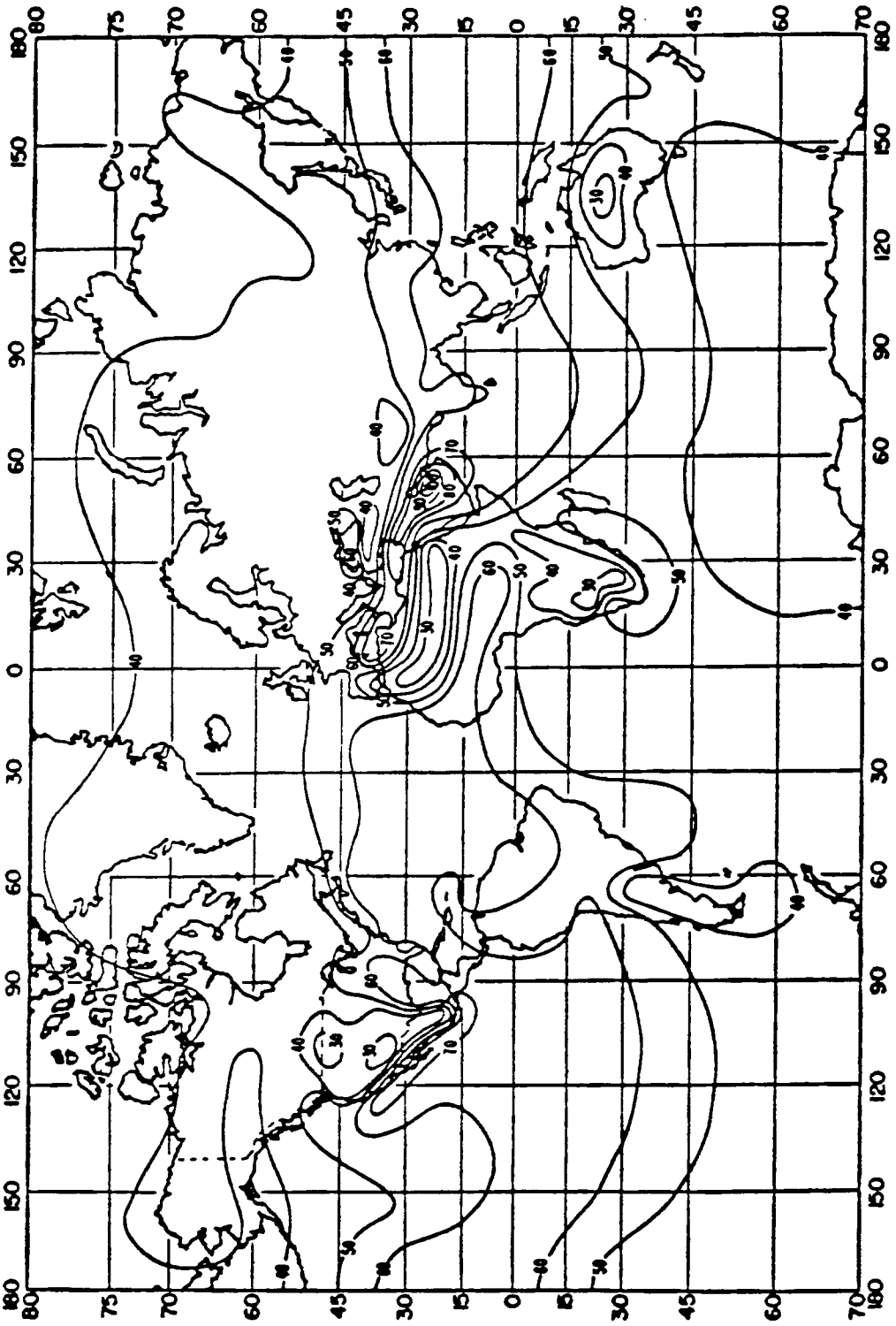


FIGURE 3

Moyenne mensuelle du gradient d'indice en Août.

Monthly mean of the index gradient for the month of august.

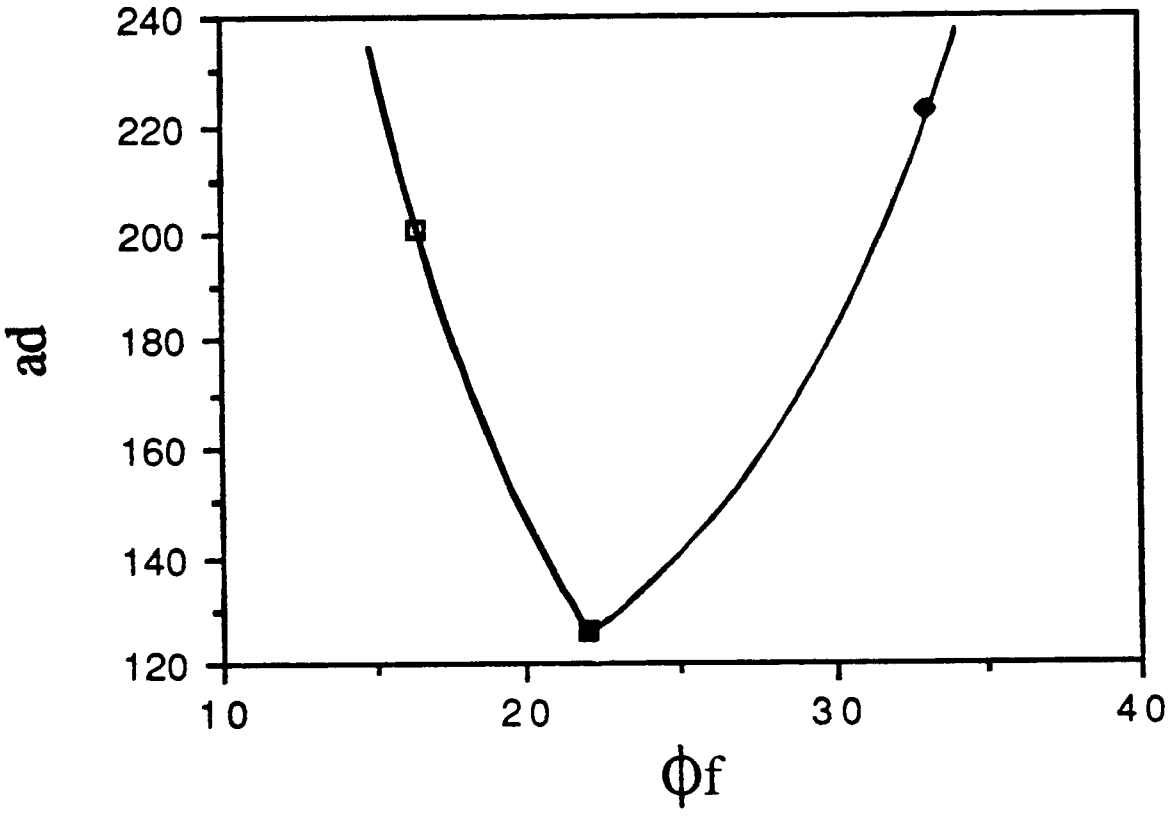


FIGURE 4

Valeur de la fonction aD (voir texte) en fonction de l'ouverture de l'antenne.

Value of aD (see text) as a function of the antenna aperture.

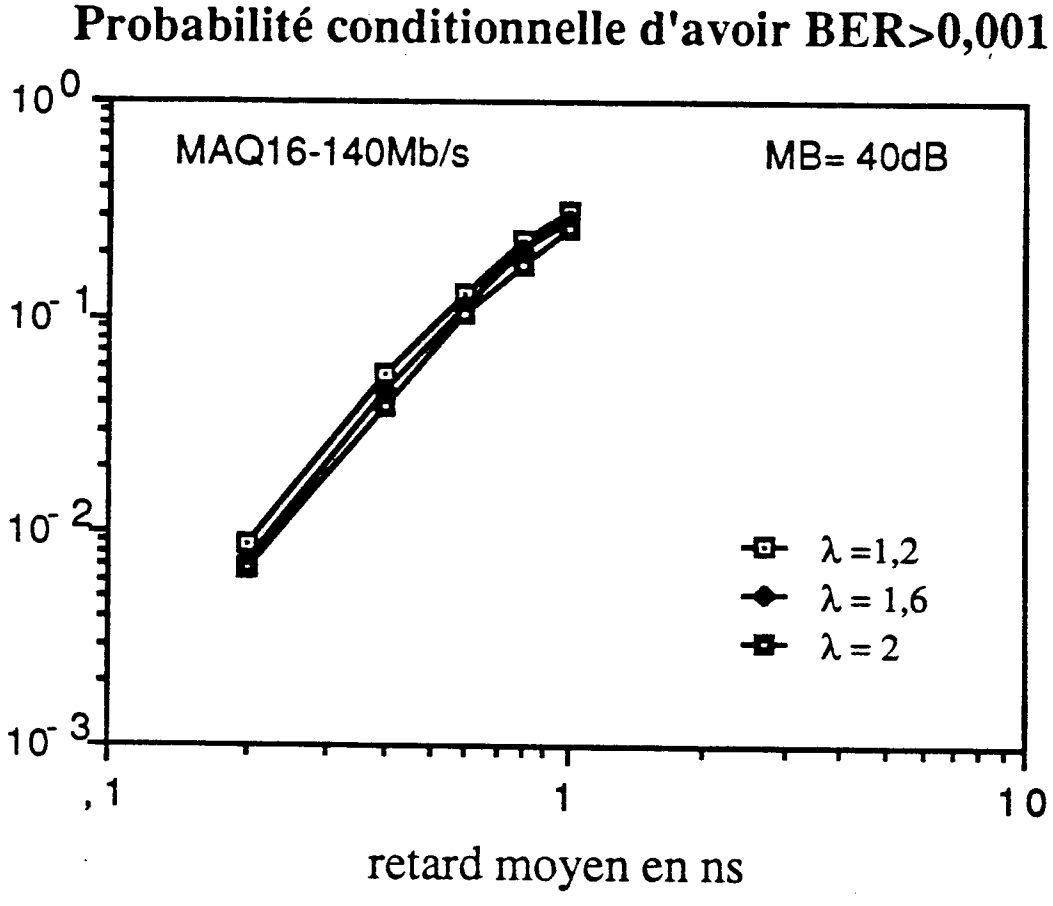


FIGURE 5

Probabilité conditionnelle d'obtenir BER>0,001 en fonction des paramètres statistiques <τ> et λ de la liaison.(en utilisant la distribution de b de la figure 1)

Conditional probability of obtaining BER > 0.001 as a function of the statistical coefficients <τ> and λ of the link (using for b the distribution of figure 1).

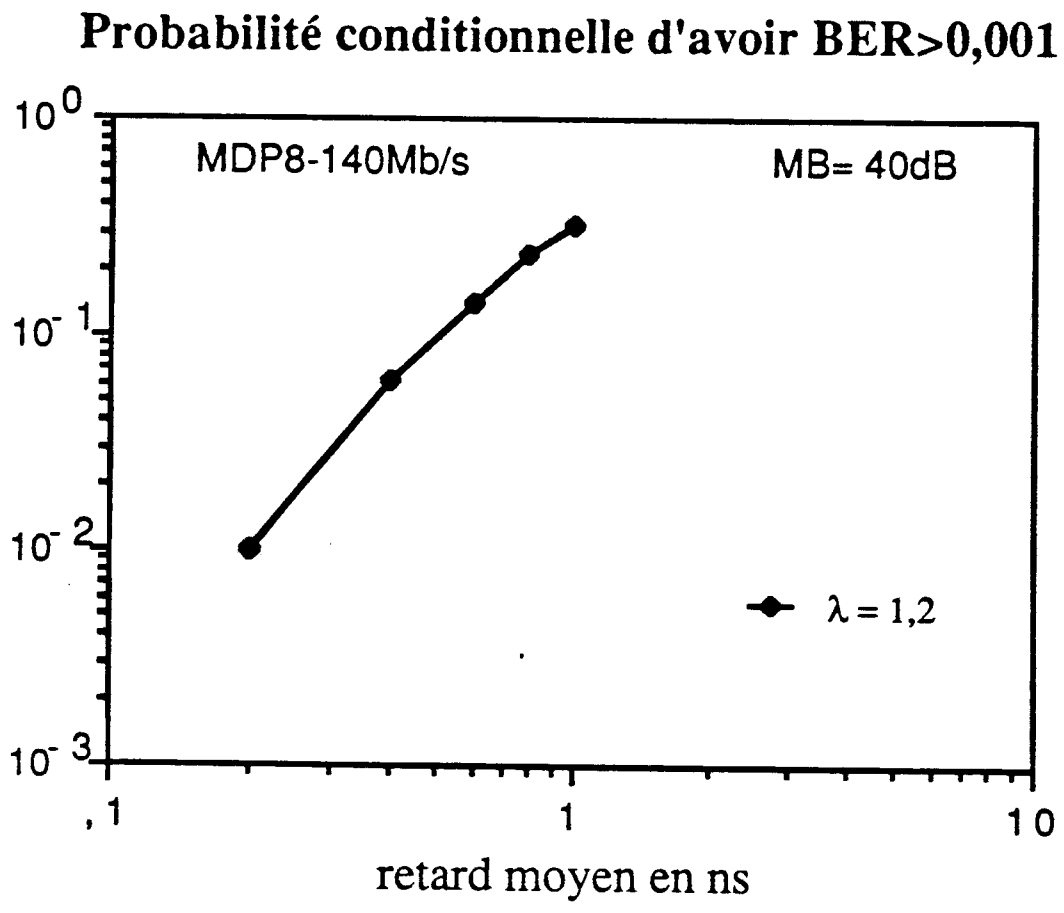


FIGURE 6

Probabilité conditionnelle d'obtenir BER>0,001 en fonction des paramètres statistiques <τ> et λ de la liaison (en utilisant pour b une loi uniforme).

Conditional probability of obtaining BER > 0.001 as a function of the statistical coefficients <τ> and λ of the link (using a uniform distribution for b).