HAL
open science

CHLOE : logiciel de calcul des interactions entre les ondes électromagnétiques et les hydrométéores

C. Gloaguen, M. Rafizadeh, J. Lavergnat

To cite this version:

C. Gloaguen, M. Rafizadeh, J. Lavergnat. CHLOE : logiciel de calcul des interactions entre les ondes électromagnétiques et les hydrométéores. [Rapport de recherche] Note technique CRPE n° 196, Centre de recherches en physique de l'environnement terrestre et planétaire (CRPE). 1992, 72 p. hal-02191365

HAL Id: hal-02191365

https://hal-lara.archives-ouvertes.fr/hal-02191365

Submitted on 23 Jul 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

RP 11643

CENTRE NATIONAL D'ETUDES DES TELECOMMUNICATIONS

CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

CENTRE DE RECHERCHES EN PHYSIQUE DE L'ENVIRONNEMENT TERRESTRE ET PLANETAIRE

CRPE

NOTE TECHNIQUE

CRPE/196

CHLOE
LOGICIEL DE CALCUL DES INTERACTIONS ENTRE LES ONDES ELECTROMAGNETIQUES ET LES HYDROMETEORES

Par

C. GLOAGUEN

M. RAFIZADEH

J. LAVERGNAT

Institut de l'Information Scientifique et Technique - INIST

INIST-CNRS
26 OCT. 1992
GDP

RPE/SDU
38-40, rue du Général Leclerc
92131 ISSY-LES-MOULINEAUX, FRANCE

G 100736

TOAE
ami
MTO

CENTRE NATIONAL D'ETUDES
DES TELECOMMUNICATIONS
Centre Paris B

CENTRE NATIONAL DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE
Département SDU

**CENTRE DE RECHERCHES EN PHYSIQUE DE
L'ENVIRONNEMENT TERRESTRE ET PLANETAIRE**

NOTE TECHNIQUE CRPE/196
mars 1992

CHLOE

LOGICIEL DE CALCUL DES INTERACTIONS ENTRE LES ONDES ELECTROMAGNETIQUES ET LES HYDROMETEORES

par

C. GLOAGUEN, M. RAFIZADEH, J. LAVERGNAT
CRPE, 38-40 rue du Général Leclerc, 92131 ISSY LES MOULINEAUX

Le Directeur

G. SOMMERIA

Le Chef de Département

~~J.C. BIC~~

LISTE DE DIFFUSION SYSTEMATIQUE

C N E T

MM.	FENEYROL	Directeur du CNET
	THABARD	Directeur Adjoint du CNET
	FUERXER	Adjoint Militaire au Directeur du CNET
	MEREUR	Directeur des Programmes
	BLOCH	DICET
	THUE	DICET
MME	HENAFF	DICET
MM.	PIGNAL	PAB
	RAMAT	PAB
	ZYLBERSZTEJN	PAB-BAG
	MALOBERTI	PAB-SHM
	HOCQUET	PAB-STC
	THEBAULT	PAB-STS
	SOMMERIA	PAB-RPE
	BERTHELIER	PAB-RPE
	GENDRIN	PAB-RPE
MME	PARIS	PAB-RPE
MM.	BAUDIN	PAB-RPE
	BIC	PAB-RPE
	CERISIER	PAB-RPE
	LAVERGNAT	PAB-RPE
	ROBERT	PAB-RPE
	ROUX	PAB-RPE
	VIDAL-MADJAR	PAB-RPE
	TESTUD	PAB-RPE

C N R S

M.	BERROIR	TOAE
MM.	CHARPENTIER	SPI
	CADET	INSU
MME	COUTURIER	INSU
MME	SAHAL	TOAE
M.	MEGIE	MEN

C N E S

MMES	AMMAR
	DEBOUZY
MM.	BAUDOIN
	FELLOUS
	HERNANDEZ (Toulouse)

E E R M

M.	ANDRE

Bibliothèques

CNET-SDI (2)
CNET-EDB
CNET-RPE (Issy) (5)
CNET-RPE (St Maur) (2)
Observatoire de Meudon
CNRS-SA
CNRS-INIST
CNRS-LPCE

LISTE COMPLEMENTAIRE

PAB/RPE	SYLVAIN
PAB/RPE	DELAHAYE
PAB/RPE	ROSSI
PAB/RPE	KHATCHADOURIAN
PAB/RPE	MON
PAB/SHM	VEINIERE
PAA/RGE	FROMENT
LAB/IFE	ROCHARD
LAB/SMR	RENAN
LAA/ELB	VAUTIER
LAA/ELR	ZEDDAM
LAA/SLC	HERVE

CCETT -RENNES

DOCUMENTATION

EXTERIEUR

Documentation	CELAR
Documentation	METEO FRANCE
Documentation	ENST BREST
BECKER	GSTS/ STRASBOURG

Chloé

Logiciel de calcul des
intéractions entre les
ondes électromagnétiques
et les
hydrométéores

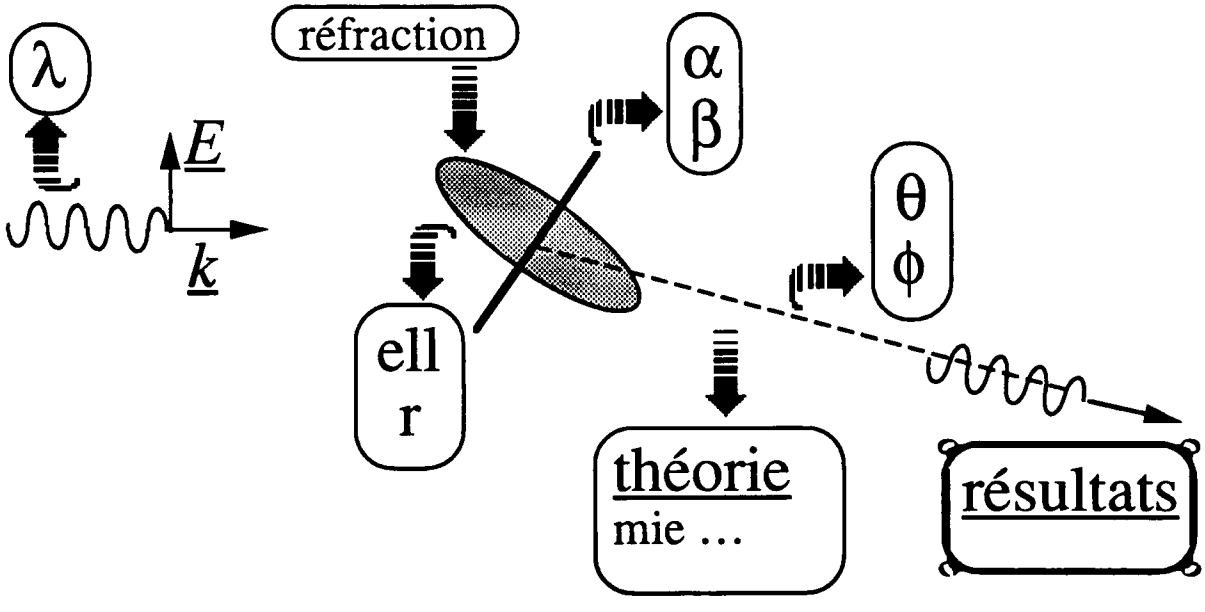


Table des Matières

Présentation

Les menus

File 3

Microphysique 3

Hydrométéores 3

Options 3

Utilisation de Chloé

Comment entrer les variables, la fenêtre SOS 4

une variable: $n(\lambda,T_0)$ 4

une valeur: $n(\lambda_0,T_0)$ 4

deux variables: $n(l,T)$ 5

la fenêtre SOS 5

Où et comment sont les résultats ? 6

Important 6

Explique 7

Les alertes 7

Microphysique: description du milieu diffusant

Réfraction

Paramètres d'entrée 9

Grandeur calculée 9

Fonctions implémentées 9

Eau-Manabe 9

Eau-Ray 9

Glace 10

Neige 10

Vu par Chloé 11

Quelques résultats 12

Densité

Paramètres d'entrée 13

Paramètres de sortie 13

Fonctions implémentées 13

Marshall-Palmer 13

Joss convective 13

Joss stratiforme 13

Sekhon Srivastava 13
Ajayi-Olsen 14
Moupfouma 14
Weibull 14
Ihara 14
Neige 14
Grêle Douglas 14
Grêle faible Smith 14
Grêle forte Smith 14
Vu par Chloé *15*
Quelques résultats *16*
Bibliographie de la section

Microphysique: diffusion par un hydrométéore

Généralités et notations
La diffusion *20*
Géométrie *20*
Indice de réfraction *20*
Diffuseur sphéroïdal *20*
Théories *21*
Rayleigh 21
Mie 22
Tmatrice 22
Diffusion latérale
Paramètres d'entrée *25*
Grandeurs calculées *25*
Vu par Chloé *25*
Quelques résultats *26*
Diffusion avant
Paramètres d'entrée *27*
Grandeurs calculées *27*
Théories *27*
Rayleigh 27
Mie 28
Tmatrice 28
Approximation (pour le sphéroïde aplati composé d'eau) 28
Remarques *29*
Qui peut être utile 30
Comparaison des notations avec celles d'autres auteurs *30*
Vu par Chloé *33*
Quelques résultats *34*

Diffusion arrière
Paramètres d'entrée 35
Paramètres de sortie 35
Théories 35
Rayleigh 35
Mie 36
Tmatrice 36
Approximation (pour le sphéroïde aplati composé d'eau) 36
Remarque 36
Comparaison des notations avec celles d'autres auteurs 37
Vu par Chloé 37
Quelques résultats 38
Bibliographie de la section

Effet intégré des hydrométéores
Généralités
Affaiblissement linéïque
Paramètres d'entrée 42
Grandeurs calculées 42
Théorie 42
Pluie ou grêle 42
Neige 42
L'approximation 44
L'intégration 44
Vu par Chloé 45
Diffusion latérale intégrée
Paramètres d'entrée 46
Grandeurs calculées 46
Lumière naturelle 46
Vu par Chloé 46
Quelques résultats 47

Validation
Diffusion latérale
Morgan 50
Figure 4: Polarisation H 50
Figure 5: Polarisation V 51
Diffusion avant
Uzunoglu 53
Morrison 54

Diffusion arrière
Uzunoglu *56*
Commentaires sur les calculs de diffusion
Affaiblissement lineïque
Oguchi *58*
Setzer *58*
Commentaires sur les calculs d'affaiblissement
Bibliographie de la section

Conclusion

Résumé

Une averse de pluie affaiblit-elle plus une onde électromagnétique qu'une chute de neige sèche? Est-ce que la température de l'eau joue un rôle important? Comment une goutte d'eau de forme sphéroïdale diffuse-t-elle l'énergie qu'elle reçoit lorsque la longueur d'onde incidente est égale à son grand axe? Et si son orientation change?

Chloé permet de répondre à toutes ces questions que vous lui poserez très simplement.

Cette note technique contient un descriptif du logiciel et son mode d'emploi ainsi que les définitions physiques des grandeurs concernées et des références. Chloé est utilisable sur les macintosh possédant un coprocesseur arithmétique, et sera founi à tous ceux qui en feront la demande.

Institut de l'Information Scientifique et Technique
INIST

Présentation

L'utilisation des fréquences élevées, en particulier des ondes millimétriques, pour les télécommunications nécessite de connaître avec précision les effets des hydrométéores sur la propagation. Les difficultés de calcul numérique deviennent plus importantes lorsque la longueur d'onde devient comparable à la taille des particules. Il faut alors recourir à des méthodes plus élaborées que la simple diffusion de Rayleigh. En outre, la variété des situations météorologiques rencontrées (distribution de taille des gouttes d'eau par exemple), ainsi que les nombreuses méthodes utilisables pour les calculs de diffusion justifient la mise au point et l'utilisation d'un logiciel souple sur micro-ordinateur.

Le but de CHLOE (CHarmant LOgiciel d'Electromagnétisme) est de rendre conviviaux les programmes de calcul de l'effet des hydrométéores sur la propagation des ondes électromagnétiques. Ce progiciel est écrit pour le Macintosh en language C afin de pouvoir utiliser au mieux l'espace mémoire disponible. Nous nous sommes servis de l'interface graphique de Macintosh comme interface utilisateur en faisant appel à sa boîte à outils.

Guidé par une présentation sous forme de fenêtres de dialogue, l'utilisateur peut calculer diverses grandeurs utilisées dans le domaine de la propagation des ondes. Le logiciel est composé de modules emboîtés et peut être complété par l'ajout de nouvelles fonctions ou définitions dans la mesure de la mémoire disponible. En partant du plus simple au plus élaboré, on a accès à:

Microphysique:

◊ l'indice de réfraction de l'eau liquide (modèles de Ray ou Manabé), de la glace (Ray) et de la neige (Ozawa).

◊ la loi de répartition des hydrométéores en fonction de leur taille pour la pluie (8 modèles), la grêle (3 modèles), la neige (1 modèle), avec la possibilité de définir une loi expérimentale.

◊ la diffusion latérale (amplitude complexe ou intensité) avec les théories de Rayleigh, Mie et Tmatrice pour les diffuseurs sphériques et Tmatrice pour les diffusueurs sphéroïdaux. Dans ce dernier, on peut choisir la géométrie du sphéroïde.

◊ la diffusion avant avec en plus le calcul des sections efficaces et les facteurs d'efficacité.

◊ la diffusion arrière avec en plus la section efficace radar.

Hydrométéores:

◊ l'affaiblisement linéïque pour toute combinaison réaliste de forme de diffuseurs, d'indice de réfraction et de répartition de précipitation que nous venons de mentionner.

◊ les intensités de diffusion intégrées sur la distribution de taille des hydrométéores, de façon à définir un diffuseur "moyen", pour des angles quelconques, ou dans les plans parallèle et perpendicualire ainsi que pour la lumière naturelle.

A chaque niveau du logiciel, l'utilisateur n'a accès directement qu'aux paramètres concernés: par exemple, les angles d'incidence et de diffusion pour la diffusion latérale. Des valeurs sont affectées par défaut aux autres variables qui interviennent de façon plus cachée, et correspondent à des niveaux inférieurs. Toujours dans le cas de la diffusion latérale, l'indice de réfraction est celui de l'eau à 20°C, calculé par la théorie de Manabé. Bien entendu, ces valeurs sont très simplement modifiables.

Ce premier chapitre contient une présentation générale du logiciel.
Les trois chapitres suivants sont tous conçus sur le même plan: pour chaque menu, on décrit successivement:

◊ les variables d'entrée
◊ les variables de sortie
◊ les diverses théories programmées
◊ un aperçu de la fenêtre correspondante du logiciel
◊ quelques exemples de résultats

En fin de chaque chapitre, se trouve une bibliographie. Les deux modules de base, qui sont appelés par tous les autres, à savoir "Réfraction" et Densité" font l'objet du chapitre II. Le chapitre III est consacré au calcul de la diffusion par un diffuseur unique. Le chapitre IV donne des éléments sur l'effet d'un ensemble d'hydrométéores. Dans le chapitreV intitulé *Validation*, on compare des résultats tirés de la littérature à ceux de Chloé.

L'icône de Chloé est

. La taille du programme est d'environ 450K, et l'espace mémoire nécessaire est de 600K. Le Macintosh doit posséder un coprocesseur arithmétique. On entre dans l'application en cliquant deux fois sur l'icône.

Les menus

Lorsqu'on entre dans Chloé, la barre de menu principale à l'écran devient:

File Microphysique Hydrométéores Options

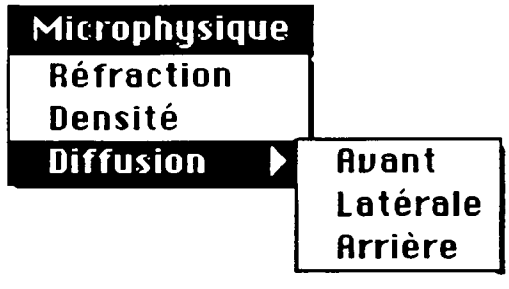
Les menus ci-dessous n'apparaîssent que lorsque la case correspondante est activée par la souris.

File

Ce menu permet de quitter Chloé. La fonction "Trace" n'est pas impléméntée.

Microphysique

Les menus Réfraction et Densité sont décrits dans le chapitreII: *Microphysique: description du milieu diffusant.* Les trois sous-menus de Diffusion sont dans le chapitre III: *Microphysique: diffusion par un hydrométéore.*

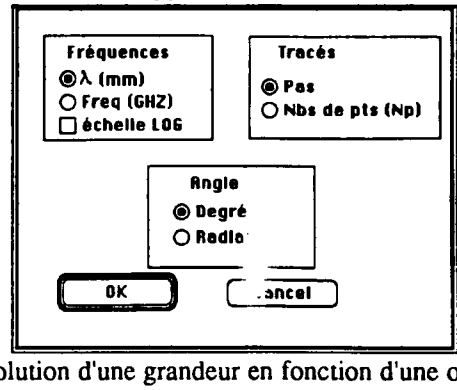


Hydrométéores

Voir le chapitre IV: *Effet d'un ensemble d'hydrométéores.* L'affaiblissement linéïque fait appel aux progreammes de diffusion vers l'avant; le second menu est plus général.

Options

Ce menu est à ouvrir préalablement à tout calcul. "Préférences" fait apparaître la fenêtre ci-dessous:



Comme nous le verrons plus loin, Chloé calcule l'évolution d'une grandeur en fonction d'une ou deux variables. Dans le cas où une des variables décrit l'onde incidente, l'utilisateur choisit une représentation en longueur d'onde ou en fréquence. Cette même variable peut également suivre une échelle logarithmique. Dans ce cas, il faudra entrer dans les tableaux le logaritme en base 10 de la variable. L'unité des angles est soit le degré, soit le radian, plus précisément dans le dernier cas, le π radian. Enfin, l'incrémentation d'une variable entre des valeurs Min et Max se fait en précisant le Pas ou le nombre de points .

Utilisation de Chloé

Comment entrer les variables, la fenêtre SOS

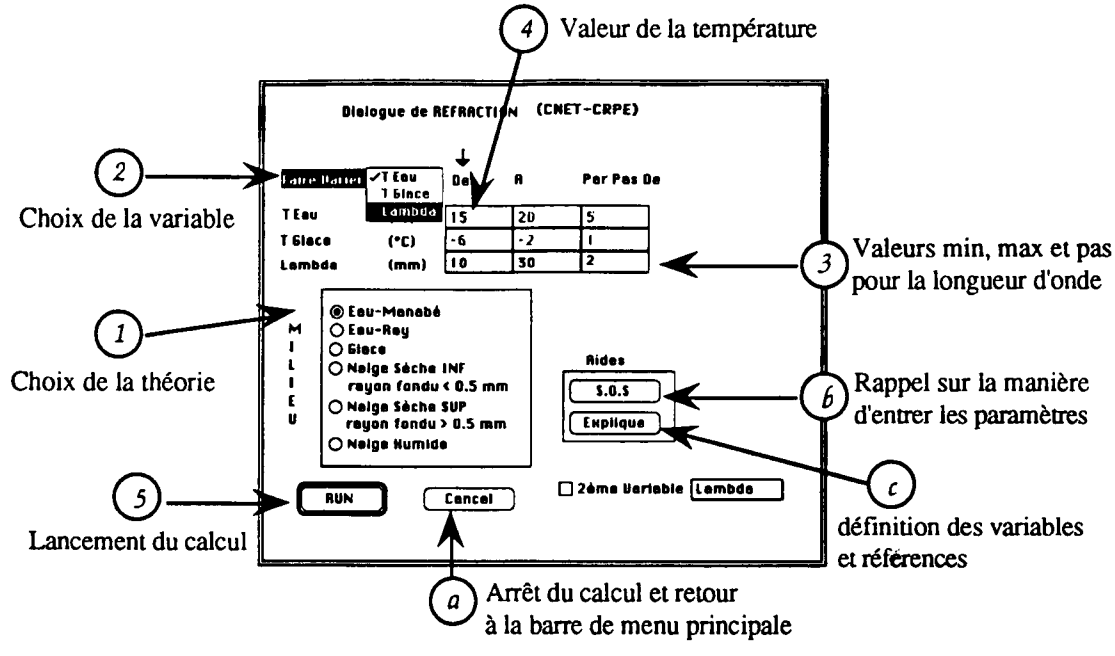
Les grandeurs physiques calculables par Chloé dépendent en général de plusieurs variables. Prenons l'exemple de l'indice de réfraction de l'eau qui dépend de la longueur d'onde de l'onde incidente et de la température du milieu $n(\lambda,T)$. Nous pouvons évaluer simplement les trois types de résultats suivants:

◊ les variations de l'indice en fonction de T pour une longueur d'onde donnée $n(\lambda_0,T)$. T varie entre T_{min} et T_{max}.

◊ la valeur de l'indice $n(\lambda_0,T_0)$ pour une longueur d'onde et une température données

◊ les variations de l'indice $n(\lambda,T)$pour une longueur d'onde comprise entre λ_{min} et λ_{max} et une température comprise entre T_{min} et T_{max}.

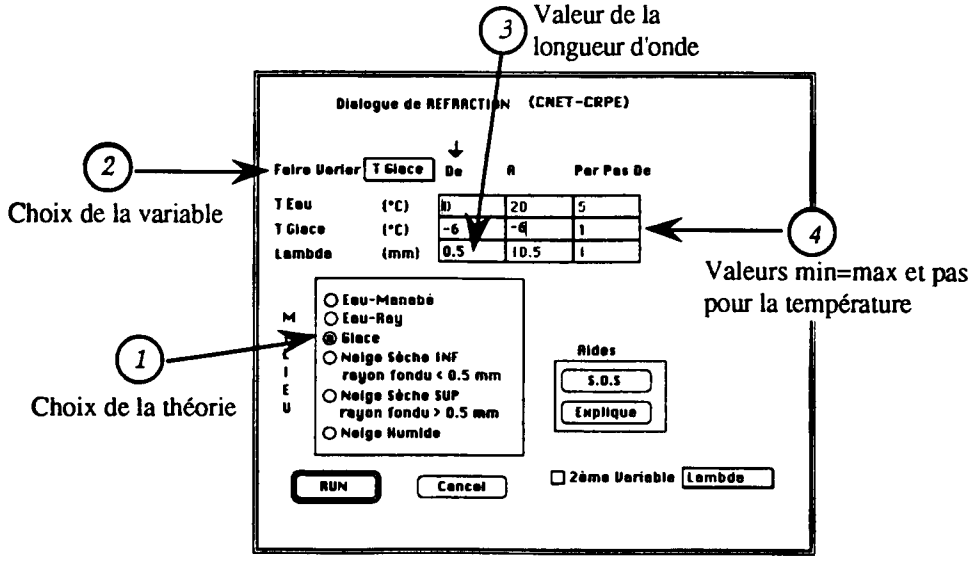
une variable: $n(\lambda,T_0)$



Cette fenêtre calcule l'indice de réfraction de l'eau en utilisant la théorie de Manabé, à la température de 15°C et pour une longueur d'onde variant de 10mm à 30mm par pas de 2mm. La ligne du tableau intitulée 'Lambda" est à remplir complètement, et seule la première case de la ligne "Température" est à remplir avec la valeur de ce paramètre. Les cases à ne pas remplir sont désactivées (en grisé).

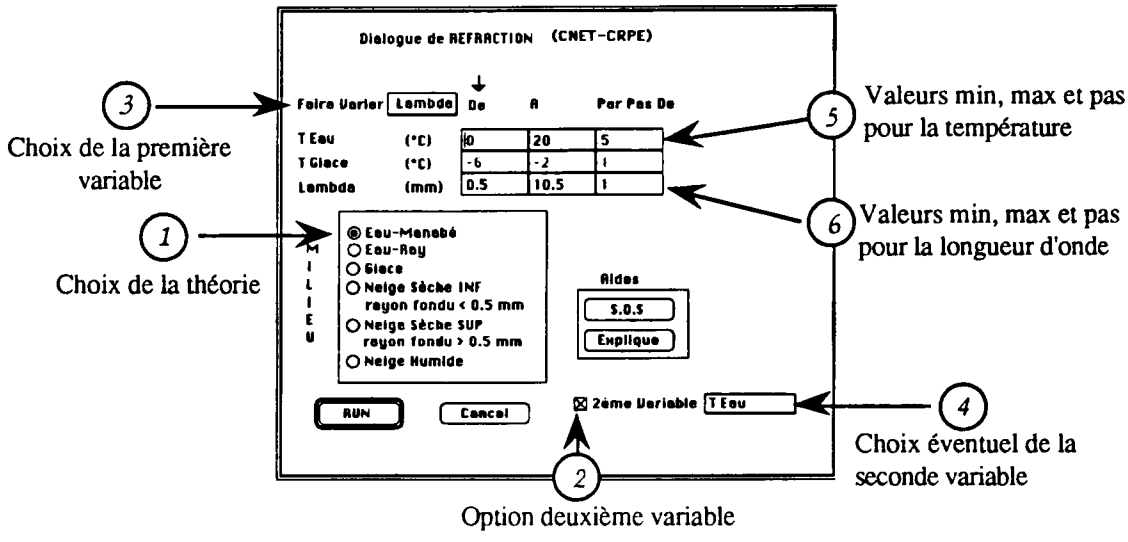
une valeur: $n(\lambda_0,T_0)$

On obtient un seul résultat en faisant calculer une courbe entre des valeurs minimale et maximale égales.



Cette fenêtre calcule l'indice de réfraction de la glace à la température de -6°C, pour une longueur d'onde égale à 0.5mm.

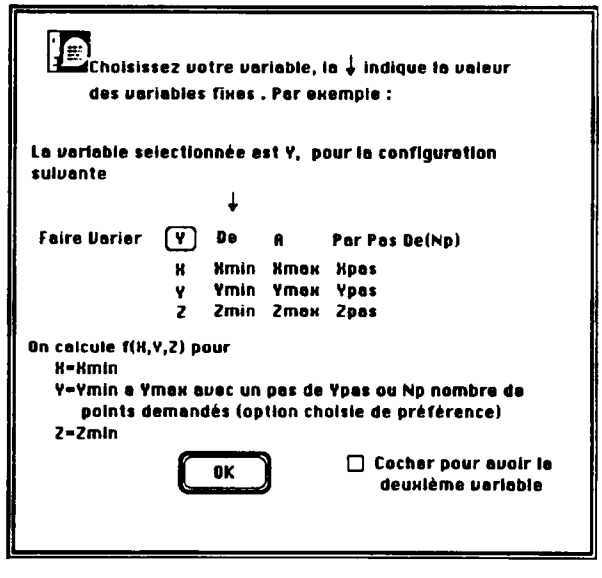
deux variables: n(λ,T)



Pour chaque valeur de la seconde variable, on évalue l'indice en fonction de la première variable. Lorsque le problème n'a que deux paramètres, comme ici dans le cas de la glace ou de l'eau, le choix de la première variable modifie automatiquement celui de la seconde. Cette fenêtre calcule l'indice de l'eau par la théorie de Manabé, lorsque la température de l'eau varie de 0 à 20°C par pas de 5°C. A chaque température, la longueur d'onde varie de 0.5 à 10.5 mm par pas de 1mm. Ce sont les valeurs par défaut de la fenêtre.

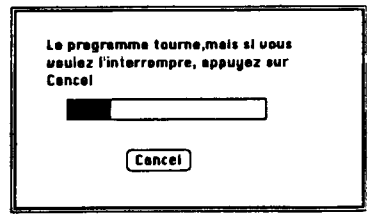
la fenêtre SOS

Toutes les cases "SOS" du logiciel affichent la fenêtre ci-dessous qui résume ce qui précède:

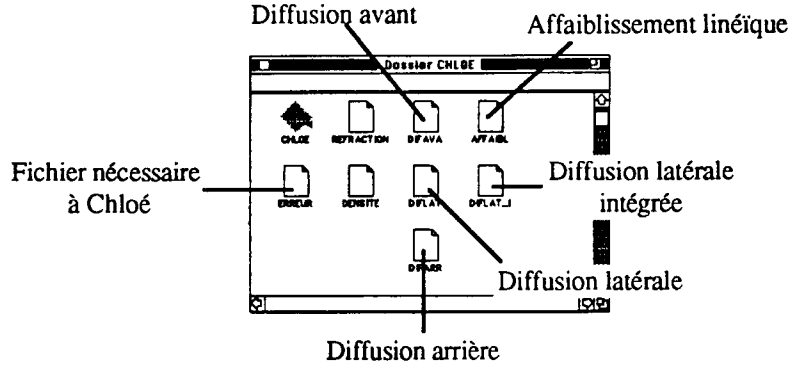


Où et comment sont les résultats ?

Lorsque le calcul est lancé par la case "Run", il apparaît la fenêtre suivante



qui permet d'en surveiller le déroulement. Tous les calculs fait avant l'interruption par "Cancel" sont conservés. Les résultats sont stockés dans des documents Macintosh dans le même dossier que l'application, avec des noms mnémotechniques. Afin d'éviter leur multiplication, ils sont réecrits à chaque nouvel appel de la fenêtre correspondante: l'utilisateur doit donc prendre soin de les renommer ou de les sauvegarder s'il le désire.



Etant donné le nombre et la qualité des logiciels des traitements de texte, de dessin et d'analyse de données existant actuellement, il nous a paru préférable de ne pas intégrer ce type de programme dans Chloé. L'utilisateur dispose donc de résultats bruts qu'il lit ou représente par le logiciel de son choix. Par exemple, les graphes que l'on trouvera plus loin dans les § *Quelques résultats* ont été tracés avec "Igor" de WaveMetrics.

Les fichiers contiennent une en-tête qui rassemble tous les paramètres du calcul. Voici par exemple le début du fichier REFRACTION crée par le troisième exemple ci dessus, et ouvert sous l'application "Word" de Microsoft:

Indice de réfraction Ind
milieu=Eau_Man echelle=LIN Tglace=0 Teau=0
var2=Teau(°C) var=Lambda(mm) Re(Ind) Im(Ind)

0	0.5	2.118	-0.513
0	1.5	2.473	-0.8954
0	2.5	2.703	-1.225
0	3.5	2.933	-1.517
0	4.5	3.166	-1.766
0	5.5	3.396	-1.978
0	6.5	3.622	-2.158
0	7.5	3.842	-2.313
0	8.5	4.056	-2.445
0	9.5	4.262	-2.557
0	10.5	4.462	-2.653
5	0.5	2.145	-0.5586
5	1.5	2.529	-0.9912

.....

La première ligne rapelle l'objet du calcul, la seconde ses conditions: theorie de Manabé, échelle linéaire pour les variables, et valeurs des paramètres inutilisés. La troisième ligne contient les noms des colonnes de résultats qui suivent.

Important

Le programme de calcul de la diffusion par la Tmatrice ne donne pas de bon résultats lorsque le diffuseur est grand devant la longueur d'onde incidente. Dans ce cas, l'utilisateur est prévenu par une fenêtre d'alerte qui se superpose aux autres sur l'écran. Des fenêtres de ce type apparaissent aussi en cas d'erreur lors de l'entrée des données (N.B. dans les tableaux, le point ou la virgule sont indifférents). Voir ci dessous.

Néanmoins, nous n'avons pas empêché systématiquement l'utilisateur de faire un calcul dès que les conditions d'application de la théorie choisie ne sont plus valides. Par exemple, la théorie de Rayleigh ne s'applique qu'à la diffusion

par des objets très petits devant la longueur d'onde. Pour des diffuseurs sphériques de taille supérieure, il faut utiliser la théorie de Mie. Mais il peut être intéressant de savoir quel est l'ordre de grandeur de l'erreur que l'on fait lorsque l'on utilise Rayleigh au lieu de Mie. L'utilisateur doit donc être vigilant et bien vérifier lorsqu'il fait un calcul qu'il est dans le domaine de validité de la théorie choisie.

Explique

Les fenêtres "Explique" diffèrent selon les menus. Elles contiennent les définitions et dimensions des variables d'entrée et des résultats mentionnés dans la fenêtre, et des références dans certains cas. Voir les § *Vu par Chloé* relatifs à chaque menu.

Les alertes

Plusieurs fenêtres d'alerte ne contiennent qu'une information du type: "ATTENTION, LE MODELE DE GRELE-DOUGLAS EST INDEPENDANT DE LA VARIABLE PLUIE" qui apparaît dans le menu densité lorsque l'on choisit la répartition "Grèle-Douglas".. Dans ce cas l'utilisateur n'a plus la possibilité de choisir le taux précipitant comme variable. Toujours dans ce même menu, mais avec la répartition "Expérimentale", des informations telles que "UNBALANCED PARENTHESIS" apparaissent en cas d'erreur dans la formule.

Le calcul de la diffusion avec la Tmatrice pour une sphère ou un sphéroïde dont le rayon est égal à la longueur d'onde incidente fait apparaître l'alerte "ATTENTION POUR CE MODELE LA VALEUR DE K (NOMBRE D'ONDE) * RMAX (RAYON MAXIMUM) DOIT ETRE INFERIEURE A 5" (Rmax est le plus grand demi-axe du diffuseur).
L'alerte similaire pour l'approximation appliquée à un sphéroïde est "ATTENTION POUR CE MODELE LA VALEUR DE K (NOMBRE D'ONDE) * RMAX (RAYON MAXIMUM DOIT ETRE INFERIEURE A 3"

Microphysique:

description du milieu diffusant

Réfraction

Paramètres d'entrée

T	[θ]	température du milieu: eau et/ou glace suivant le cas
f	[T-1]	fréquence de l'onde incidente dans le vide
λ	[L]	longueur d'onde incidente dans le vide

Grandeur calculée

n	[ ]	indice complexe du milieu. Im(n)<0 car les champs sont en $e^{i\omega t}$.

Fonctions implémentées

Dans ce qui suit, $\varepsilon=n^2$, sans dimensions est la constante diélectrique du milieu

Eau-Manabe[1]

(modèle avec deux fréquences de Debye)
Actuellement, cet indice est valable pour $\lambda \geq 300\mu m$ ($f \leq 1000$ GHz), et une température comprise entre -4°C et 30°C. Les deux bandes d'absorption présentes entre 1 THz et 30 THz, seront introduites ultérieurement.

$$\theta = \frac{300}{273.15 + T(°C)} - 1$$

Constante diélectrique statique $\varepsilon_0 = 77.66 + 103.3\,\theta$

Fréquence principale de Debye $\varepsilon_p = 5.48 \quad f_p = 20.09 - 142\theta + 294\theta^2$ GHz

Seconde fréquence de Debye $\varepsilon_s = 3.51 \quad f_s = 590 - 1500\theta$ GHz

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_p}{f - i\,f_p} f - \frac{\varepsilon_p - \varepsilon_s}{f - i\,f_s} f \qquad \begin{cases} \text{f en GHz} \in [0,\ 1000] \\ \text{T en °C} \in [-4,\ 30] \end{cases}$$

Eau-Ray[2]

(modèle avec une fréquence de Debye et ajusté en température)
Actuellement, cet indice est valable pour $\lambda \geq 3$mm ($f \leq 100$ GHz). Les bandes d'absorption correspondant aux longueurs d'onde inférieures jusqu'à 3μm (f=100 THz) seront introduites dans le futur.

$$\theta = T - 25$$

$$\alpha = \frac{-16.8129}{\theta} + 0.0609265 \qquad \begin{cases} \lambda \text{ en m} \geq 310^{-3} \quad \rightarrow f \leq 100 \text{ GHz} \\ \text{T en °C} \in [-20,\ 50] \end{cases}$$

$$\sigma = 12.566410^{10} \quad (m^{-1})$$

Longueur d'onde de relaxation $\lambda_s = 3.383610^{-6} e^{2513.98/\theta}$ (m)

Constante diélectrique statistique $\varepsilon_0 = 78.54\left(1 - 4.75910^{-3}\theta + 1.1910^{-4}\theta^2 - 2.810^{-8}\theta^3\right)$

Constante diélectrique haute fréquence $\varepsilon_\infty = 5.27137 + 0.0216474T - 0.00131198T^2$

$$\varepsilon = \varepsilon_\infty + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{1 + \left(\frac{\lambda_s}{\lambda}\right)^{1-\alpha} e^{i\frac{\pi}{2}(1-\alpha)}} - i\frac{\sigma\lambda}{18.849610^{10}}$$

Glace [2]

On utilise également le modèle de Ray, actuellement pour $\lambda \geq 800\mu m$. Le spectre de la glace dans l'infrarouge sera introduit dans le futur.

$$\theta = T + 273$$

$$\alpha = 0.288 + 0.0052T + 0.00023T^2 \qquad \begin{cases} \lambda \text{ en m } \geq 810^{-4} & \rightarrow f \leq 4000 \text{ GHz} \\ \text{T en °C } \in [-20, 0] \end{cases}$$

$$\sigma = 1.26 e^{\frac{-12500}{1.9869\theta}}$$

Longueur d'onde de relaxation $\lambda_s = 9.99028810^{-7} e^{\frac{13200}{1.9869\theta}}$ (m)[3]

Constante diélectrique statique $\varepsilon_0 = 203.168 + 2.5T + 0.15T^2$

Constante diélectrique haute fréquence $\varepsilon_\infty = 3.168$

$$\varepsilon = \varepsilon_\infty + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{1 + \left(\frac{\lambda_s}{\lambda}\right)^{1-\alpha} e^{i\frac{\pi}{2}(1-\alpha)}} - i\frac{\sigma\lambda}{18.849610^{10}}$$

Neige

Les flocons de neige sont considérés comme un mélange d'eau, d'air et de glace.
Suivant la théorie de Wiener, la constante diélectrique du mélange s'exprime par: [3]

$$\frac{\varepsilon_N - 1}{\varepsilon_N + u} = p_G \frac{\varepsilon_G - 1}{\varepsilon_G + u} + p_A \frac{\varepsilon_A - 1}{\varepsilon_A + u} + p_E \frac{\varepsilon_E - 1}{\varepsilon_E + u}$$

avec les notations

ε_N = constante diélectrique de la neige
ε_G, p_G = constante diélectrique et fraction volumique de la glace
$\varepsilon_A (\approx 1), p_A$ = constante diélectrique et fraction volumique de l'air $\qquad p_N + p_A + p_E = 1$
ε_E, p_E = constante diélectrique et fraction volumique de l'eau
u = paramètre de forme

Les fractions volumiques et le paramètre de forme peuvent être choisis par l'utilisateur qui se voit proposer pour plus de convivialité des valeurs par défaut[4,5]:

Neige sèche INF (rayon fondu <0.5mm)

$$u = 2 \quad p_A = 0.9 \quad p_E = 0 \quad p_G = 0.1$$

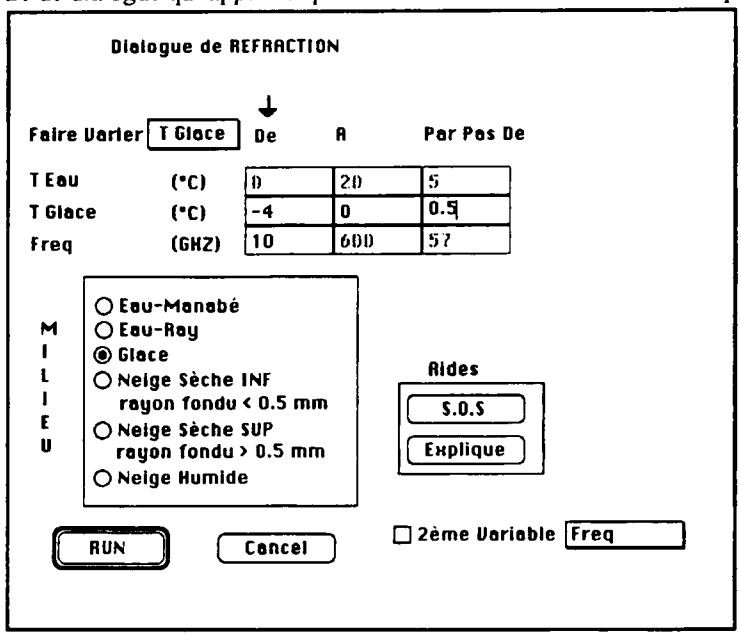
Neige sèche SUP (rayon fondu >0.5mm)

$$u = 2 \quad p_A = 0.98 \quad p_E = 0 \quad p_G = 0.02$$

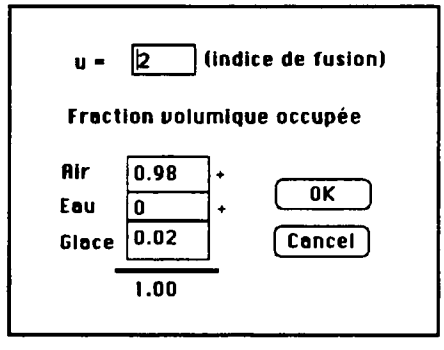
Neige humide

$$u = 20 \quad p_A = 0.74 \quad p_E = 0.26 \quad p_G = 0$$

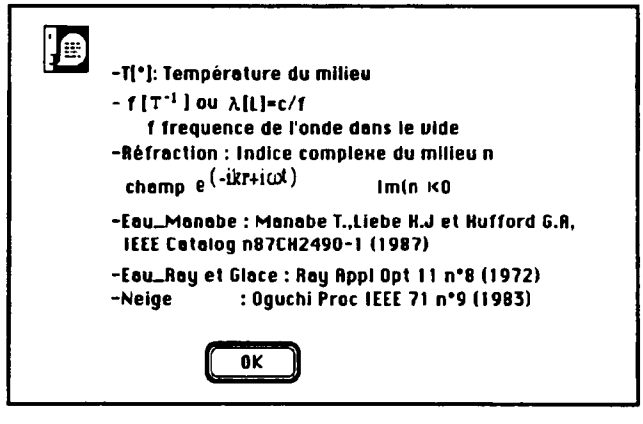
La fenêtre de dialogue qui apparaît après avoir activé le menu réfraction se présente comme suit:



Dans ce cas, l'utilisateur calcule l'indice de réfraction de la glace en faisant varier la température de -4°C à 0°C par pas de 0.5°C. La fréquence est égale à 10 GHz, les résultats seront dans le fichier 'REFRACTION'. Dans le cas où on a sélectionné "Neige sèche SUP" par exemple, il apparaît une fenêtre du type



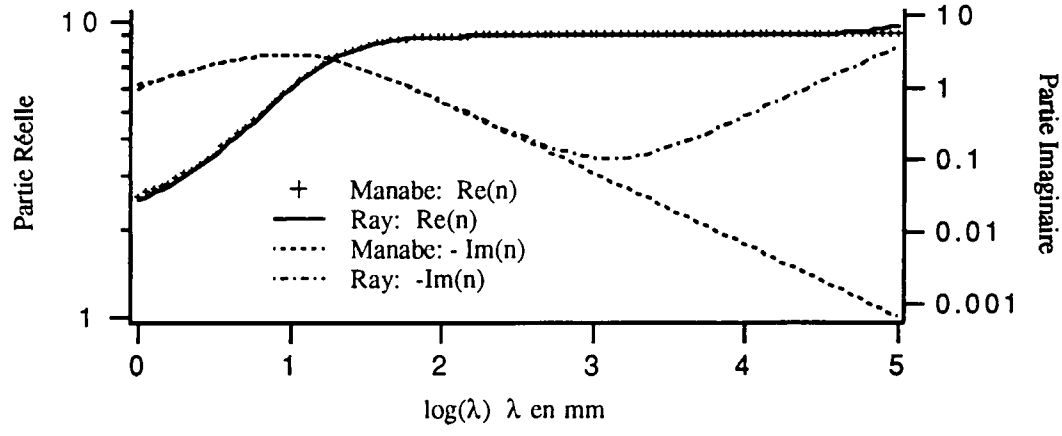
dans laquelle on doit décrire plus précisément les caractéristiques de la neige. Les valeurs indiquées par défaut sont des valeurs extrêmes qui permettent de se faire une idée de l'ordre de grandeur des indices. Enfin, la fenêtre "EXPLIQUE" contient les informations suivantes:



Quelques résultats

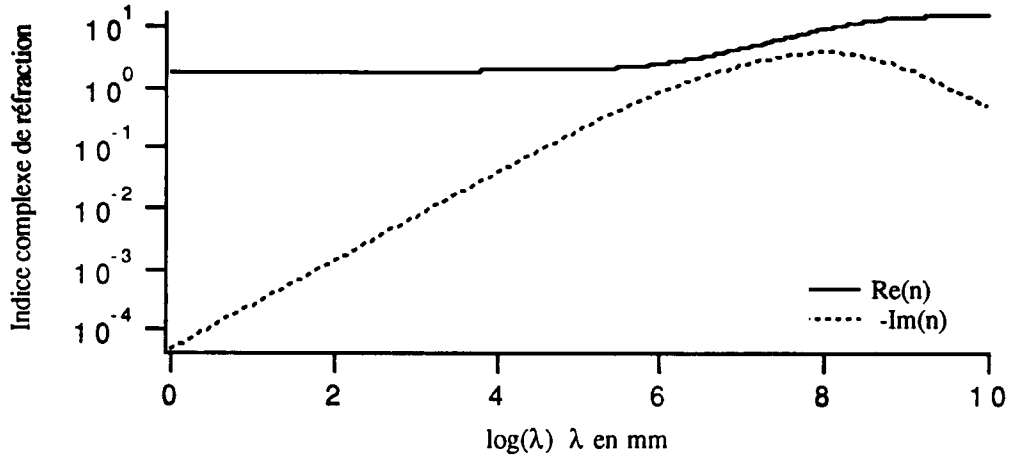
eau

Ray et Manabe
indice de réfraction de l'eau à 25°C
(cf la figure de Ray p.1839)



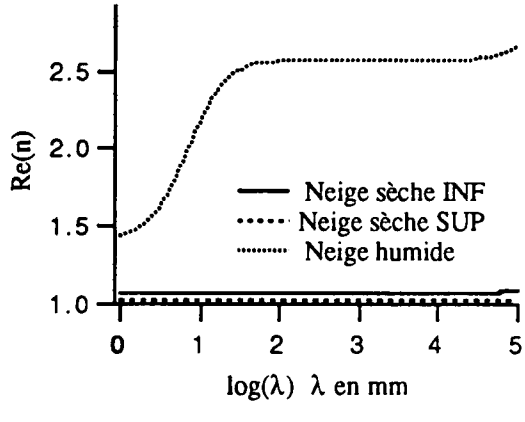
glace

Indice de réfraction de la glace à -20°C
(cf la figure de Ray p.1841)

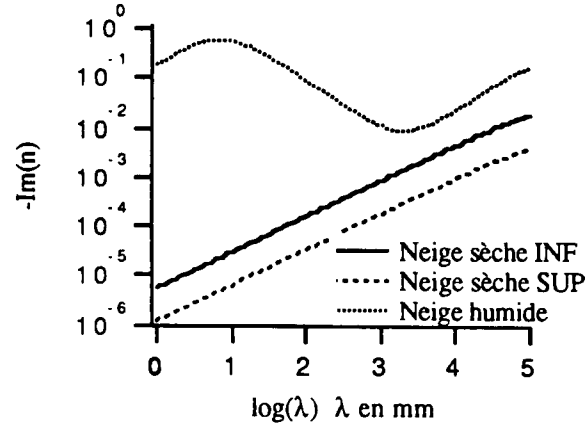


neige

Partie réelle de l'indice de réfraction de la neige
valeurs par défaut choisies par Chloé



Partie imaginaire de l'indice de réfraction de la neige
valeurs par défaut choisies par Chloé



Densité

Paramètres d'entrée

rayon r	[L]	rayon équivalent du diffuseur . Dans le cas d'un sphéroïde, c'est le rayon équivalent (rayon de la sphère de même volume). Pour la grêle et la neige, r est le rayon du grêlon ou du flocon fondus.
pluie R	[LT^{-1}]	intensité de pluie ou taux précipitant, le plus souvent en mm/h. Dans le cas de la grêle ou de la neige, R est l'équivalent en eau liquide de la précipitation.

Paramètres de sortie

densité N	[L^{-4}]	nombre de diffuseurs dont le rayon est dans l'intervalle [r, r +dr] par unité de volume du milieu, le plus souvent en m^{-4}.

Fonctions implémentées

Dans tout ce qui suit, r est en m, R en mm/h, et N en m^{-4}. Les distributions de gouttes qui suivent sont représentatives de la pluie et non des nuages, et nous ne prétendons pas être exhaustif. Il faut noter que dans de nombreuses expériences de mesure, le nombre de très petites gouttes (<100µm) n'est pas très bien connu. D'autre part, on a souvent utilisé la vitesse terminale de chute des gouttes dans l'air calme pour convertir une distribution de surface en distribution volumique, ce qui introduit des incertitudes supplémentaires à cause des courants ascendants ou descendants qui peuvent modifier considérablement cette vitesse idéale (peut-être même en fonction du rayon de l'hydrométéore). Ceci est encore plus important dans le cas de la neige.

Les relations de Laws et Parsons[6] et Marshall-Palmer[7] bien que relativement anciennes sont souvent utilisées, que ce soit pour des pluies stratiformes (R faible) ou convectives (R élevé). Ces relations ont été établies à partir de comptage de gouttes sur des surfaces exposées à la pluie, ce qui sous estime peut être le nombre de très petites gouttes. Il existe également d'autres méthodes telles que l'utilisation de spectropluviomètres, ou de manière plus indirecte, les mesures d'atténuation sur de longues périodes, qui permettent de remonter à la fonction N. Les données de Laws et Parsons ne sont pas introduites dans Chloé, car elles se présentent sous la forme d'un tableau discret.

Marshall-Palmer

Les mesures ont été faites à Ottawa à l'aide de papier filtre coloré. Les résultats sont en accord avec ceux de Laws et Parsons pour des rayons supérieurs à 0.75mm.

$$N = 0.16 10^8 e^{-\frac{0.82 10^4 r}{R^{0.21}}}$$

Joss convective[8]

Pluies d' "orages„ avec une relativement grande concentration de grosses gouttes

$$N = 0.28 10^7 e^{-\frac{0.6 10^4 r}{R^{0.21}}}$$

Joss stratiforme[8]

Pluie légère composée de petites gouttes.

$$N = 0.6 10^8 e^{-\frac{0.114 10^5 r}{R^{0.21}}}$$

Sekhon Srivastava[9]

$$N = 0.14 10^8 R^{0.37} e^{-\frac{0.76 10^4 r}{R^{0.14}}}$$

Ajayi-Olsen[10]

Elle représente beaucoup mieux la pluie dans les régions tropicales que les lois classiques de Laws et Parsons ou Marshall-Palmer. Celles surestiment le nobre de petites gouttes, et donc l'atténuation spécifique pour des longueurs d'onde millimétriques.Cette distribution tend vers 0 avec r.

$$N = \begin{cases} .273310^{11} r^{1.43} e^{-\frac{0.370910^{9} r^{2.6}}{R^{0.432}}} & R \leq 15 \text{ mm / h} \\ .218610^{11} r^{1.43} e^{-\frac{0.121610^{9} r^{3.1}}{R^{0.515}}} & R > 15 \text{ mm / h} \end{cases}$$

Moupfouma[11]

Il s'agit d'une distribution moyenne pour les climats équatoriaux et tropicaux, dérivée de mesures d'atténuation faites aux Congo

$$N = 0.5210^{7} e^{-\frac{0.704\,10^{4} r}{R^{0.23}}}$$

Weibull[12]

$$b = 0.26R^{0.44}$$
$$c = 0.95R^{0.14}$$
$$N = 0.210^{7} \frac{c}{b}\left(\frac{2000r}{b}\right)^{c-1} e^{-\left(\frac{2000r}{b}\right)^{c}}$$

Ihara[13]

La fonction de répartition de taille des gouttes est déduite de mesures d'atténuation sur un trajet de 1.3km aux environs de Tokyo, sur une durée de 3 ans et aux fréquences 11.5, 34.5 et 81.8 GHz. D'après les auteurs, les appareils de mesure au sol tendent à sous estimer le nombre de petites gouttes. Il semblerait que le loi de répartition de Laws et Parsons (valeurs discrètes pour quelques taux de pluie) sous-estime notablement l'atténuation spécifique par la pluie pour des fréquences supérieures à 100 GHz. Dans leur travail, les auteurs n'ont considéré que des gouttes sphériques.

$$N = 0.3410^{8} R^{-0.16} e^{-\frac{0.1022\,10^{5} r}{R^{0.253}}} \qquad R \text{ en mm / h} \in [10,70]$$

Neige[14]

(plutôt sèche)

$$N = 0.510^{7} R^{-0.94} e^{-\frac{0.458\,10^{4} r}{R^{0.45}}}$$

Grêle Douglas[15]

$$N = 4960e^{-618r}$$

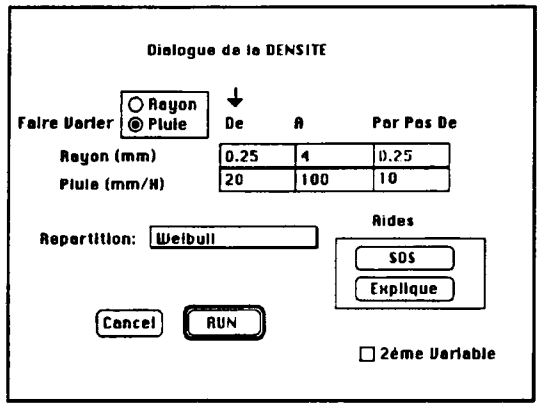
Grêle faible Smith[16]

$$N = 1.110^{5} e^{-1000r} \qquad R = 10 \text{ mm / h}$$

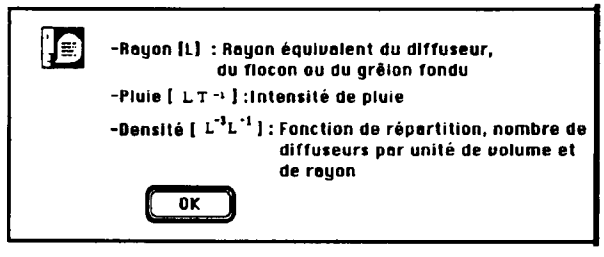
Grêle forte Smith [16]

$$N = 5.810^{4} e^{-540r} \qquad R = 100 \text{ mm / h}$$

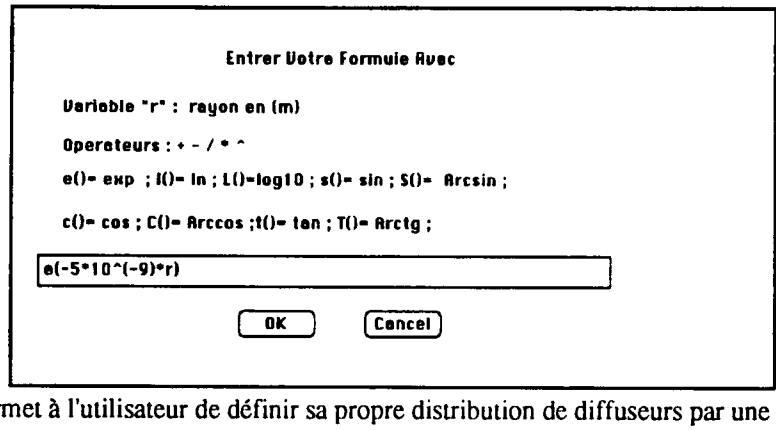
La fenêtre de dialogue qui apparaît après avoir activé le menu réfraction se présente comme suit:



Elle correspond au calcul de la distribution de Weibull, pour un rayon de goutte égal à 0.25mm, et une intensité de pluie variant de 20 à 100 mm/h par pas de 10mm/h. La fenêtre "EXPLIQUE" définit les dimensions des grandeurs concernées.



Lorsque l'on sélectionne la distribution "Expérimentale", il apparaît la fenêtre suivante

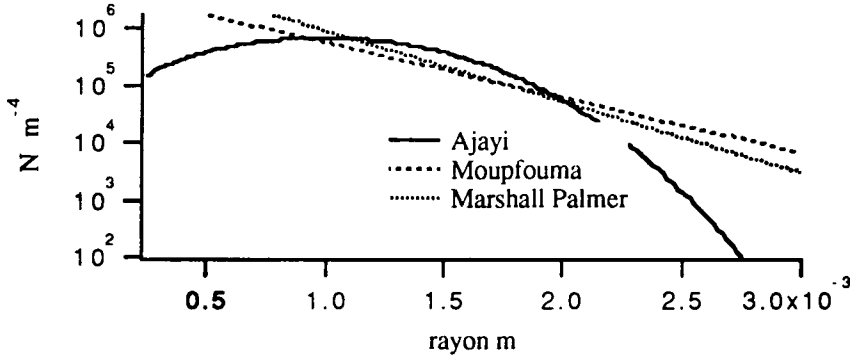


qui permet à l'utilisateur de définir sa propre distribution de diffuseurs par une formule analytique de son choix.

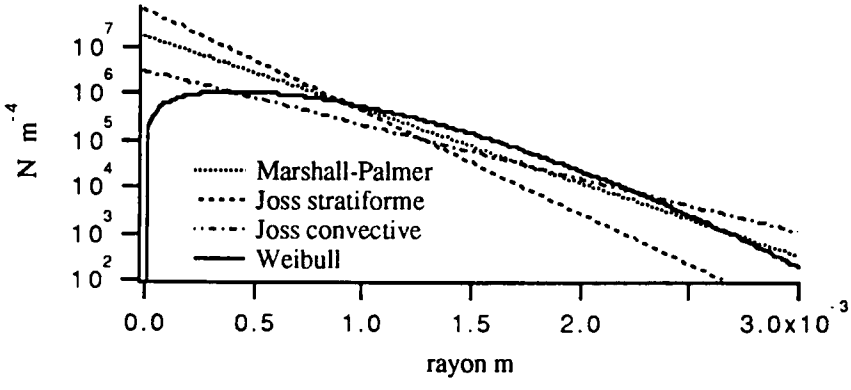
Quelques résultats

Les courbes présentées ci-dessous sont calculées pour des gouttes d'eau à 20°C.

Climats tropicaux
R=146 mm/h



R=50 mm/h



Bibliographie de la section

1 Manabe T., Liebe H.J. et Hufford G.A.
"Complex permittivity of water between 0 and 30 THz"
Conf. Dig. 12th Int. Conf. Infrared and millimeter Waves (Lake Buena Vista, FL, dec 1987)
IEEE Catalog n°87CH2490-1 pp.229-230

2 Ray P.S.
"Broadband complex refractive indices of ice and water"
Appl. Opt. (1972) 11 n°8 pp.1836-1844

3 Oguchi T.
"Electromagnetic wave propagation and scattering in rain and other hydrometeores"
Proc. IEEE (1983) 71 n°9 p.1032

4 Ozawa Y. et Kuroiwa D.
"Dielectric properties of ice, snow and supercooled water"
Microwave propagation in snowy districts (1958)
Y.Asami Ed. (Monograph Ser. of the Res. Inst. of Applied Electricity, Hokkaido Univ., Sapporo, Japan) n°6 pp.31-71

5 Nishitsuji A.
"Method of calculation of radiowave attenuation in snowfall"
Electronics and Communications in Japan (1971) 54-B n°1 pp.74-81

6 Laws J. O. et Parsons D.A.
"The relation of raindrop -size to intensity"
Trans. Amer. Geoph. Union 24 (1943) pp.452-460

7 Marshall J.S. et Palmer W. McK.
"The distribution of raindrops with size"
J. Meteo. (1948) 5 pp.165-166

8 Joss J., Thams J.C. et Waldvogel A.
"The variation of raindrop size distributions at Locarno"
Proc. Int. Conf. on Cloud Physics (Toronto, Ont., Canada, 1968) pp.369-373

9 Sekhon R.S. et Srivastave R.C.
"Doppler radar observations of drop-size distribution in a thunderstorm"
J. Atmos. Sci. (1971) 28 pp.983-994

10 Ajayi G.O. et Olsen R.L.
"Modeling of a tropical raindrop size distribution for microwave and millimeter wave applications"
Radio Sci. (1985) 20 n°2 pp.193-202

11 Moupfouma F. et Tiffon J.
"Raindrop size distribution from microwave scattering measurements in equatorial and tropical climates"
Electron. Letters (1982) 18 n°23 pp.1012-1014

12 Sekine M. et Lind G.
"Rain attenuation of centimeter, millimeter and submillimeter radio waves"
Proc. 12th European Microwave Conf. (Helsinki, Finland, Sept. 1982) pp.584-589

13 Ihara T., Furuhama Y. et Manabe T.
"Inference of raindrop size distribution from rain attenuation statistics at 12, 35, and 82 GHz"
Trans. IECE Japan (1984) E67 n°4 pp.211-217

14 Sekhon R.S. et Srivastava R.C.
"Snow size spectra and radar reflectivity"
J. Atmos. Sci. 26 (1970) pp.299-307

15 Douglas R.H.
"Hail size distributions"
World Conf. on radiometeorology. 11th Weather Radar Conf.
(Boulder, Colorado, Sept. 1964) pp.146-149

16 Smith P.L., Musil D.J., Weber S.F., Spahn J.F., Johnson G.N. et Sand W.R.
"Raindrop and hailstone size distributions inside hailstones"
Proc. Cloud Phys. Conf. (Boulder, Colorado, Aout 1976)
Amer. Meteor. Soc. Boston, Mass. pp. 252-257

Microphysique:

diffusion par un hydrométéore

Généralités et notations

La diffusion

Les propriétés de diffusion simple des ondes électromagnétiques par un hydrométéore isolé sont à la base de nombreux calculs, tels l'estimation de la dépolarisation, l'atténuation spécifique.... Nous avons réuni dans Chloé les moyens d'évaluer cette diffusion pour des objets sphériques, sphéroïdaux d'orientation quelconque, et ce en utilisant diverses théories.

Géométrie

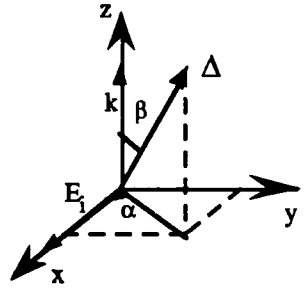
Chaque auteur introduisant ses notations et sa propre géométrie, l'utilisation des résultats que l'on trouve dans la littérature s'apparente quelquefois à un casse tête. Nous avons choisi de prendre comme référence le champ incident, à partir duquel nous décrivons la direction de diffusion et l'orientation du diffuseur. Ceci nous permettra d'introduire facilement une loi de distribution d'orientation des gouttes. La comparaison entre les résultats des diverses théories introduites dans Chloé est immédiate. Nous indiquerons également dans la chapitre de la diffusion avant comment passer aux notations de certains auteurs.

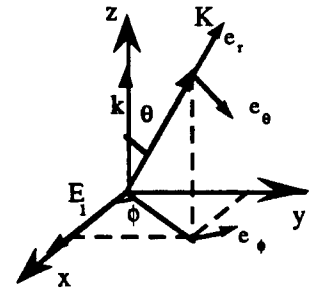
Δ sera l'axe de révolution du sphéroïde, et nous prendrons:

$$\text{Onde incidente: } \begin{cases} \underline{E}_i \text{ sur } \underline{x} \text{ de module 1} \\ \underline{k} \text{ sur } \underline{z} \\ \underline{y} = \underline{z} \wedge \underline{x} \end{cases}$$

On aura soin de ne pas confondre le 'r ' qui indique que l'onde diffusée en champ lointain se comporte comme une onde sphérique, du 'r ' relié à la taille du diffuseur. Le premier n'intervient que peu dans le texte, et toujours sous la forme $e(-ikr)/ikr$.

L' onde diffusée est observée dans la direction θ,ϕ: $\underline{K} = k\underline{e}_r$ soit $\underline{E} = \left(F_1\,\underline{e}_\phi + F_2\,\underline{e}_\theta\right)\left\|\underline{E}_i\right\|\dfrac{e^{-ikr+i\omega t}}{ikr}$





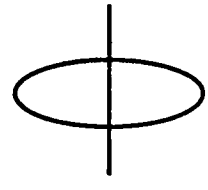
Indice de réfraction

Il est possible de choisir une valeur constante de l'indice de réfraction, ce qui permet d'évaluer la diffusion par des diffuseurs composés d'autres matériaux que l'eau, la glace ou la neige.

Diffuseur sphéroïdal

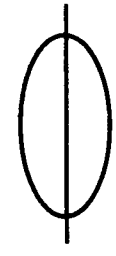
Le sphéroïde est engendré par une ellipse, de grand axe a et de petit axe b, en révolution autour de l'axe Δ. Il peut être aplati ou oblong. r est le rayon du diffuseur s'il est sphérique, ou le rayon de la sphère de même volume que le sphéroïde, et ell est l'ellipticité.

Sphéroïde aplati



$a \perp \Delta \qquad ell = \dfrac{b}{a} < 1 \qquad a = \dfrac{r}{\sqrt[3]{ell}}$

Sphéroïde oblong



$a \,//\, \Delta \qquad ell = \dfrac{a}{b} > 1 \qquad a = r\sqrt[3]{ell}$

Il apparaît que les gouttes de pluie sont d'autant plus déformées qu'elles sont grosses. Nous avons introduit la possibilité de fixer la valeur du rapport petit axe/grand axe, ou bien de le faire varier en fonction du rayon équivalent, en utilisant des lois prédéfinies, ou laissées au choix de l'utilisateur. D'où les quatre possibilités suivantes:

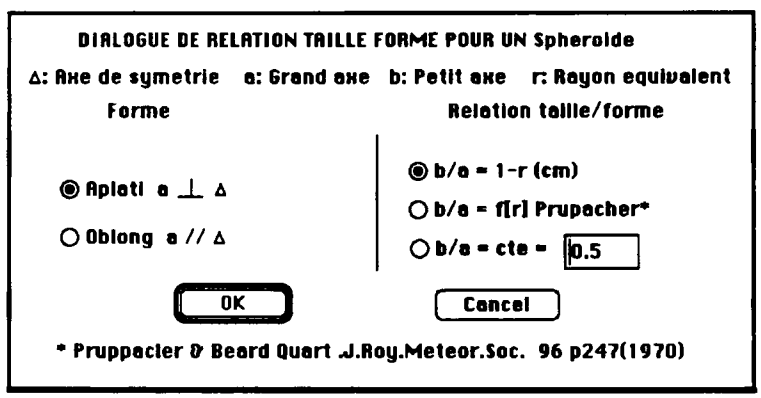
- b/a = constante
- $b/a = 1 - r\,(\mathrm{cm})$[1]
- $b/a = f(r)$ [2]

$$\frac{b}{a} = \begin{cases} \sqrt{1 - \frac{9}{32} d\rho \frac{v^2}{\mu}} & d < 0.1 \text{ cm} \\ 1.03 - 0.62d & d > 0.1 \text{ cm} \end{cases}$$

$\rho = 1.193710^{-3}$ g cm^{-3} = densité de l'air saturé en vapeur d'eau
$\mu = 72.75$ ergs cm^{-2} = tension superficielle de l'eau
$v = 965 - 1030e^{-6d}$ cm s^{-1} = vitesse terminale de chute des gouttes
la vitesse terminale de chute des gouttes est donnée par [3]

- b/a expérimentale à définir par l'utilisateur

La fenêtre correspondante du logiciel se présente comme suit, et apparaît lorsque l'on est dans l'option "Tmatrice" et "sphéroïde":



Théories

Trois possibilités existent pour les diffuseurs sphériques: Rayleigh, Mie, et Tmatrice. La théorie de Rayleigh ne s'applique qu'aux sphères très petites devant la longueur d'onde, mais l'utilisateur peut y faire appel quel que soit la valeur du rayon, afin de pouvoir établir des comparaisons. De même, Mie et Tmatrice donnent dans ce cas un résultat identique, mais la sphère peur être considérée comme cas limite d'un sphéroïde dont l'ellipticité tend vers 1.

Lorsque le diffuseur est sphéroïdal, il ne reste que la Tmatrice, et dans le cas particulier de la diffusion avant, une approximation que nous détaillons dans le paragraphe correspondant. Notons que la théorie de Rayleigh peut être étendue aux diffuseurs sphéroïdaux, mais que nous ne l'avons pas introduite dans le logiciel.

Rayleigh[4](ch. 6)

La polarisabilité d'une sphère homogène de rayon r et d'indice de réfraction n est indépendante de la direction, et vaut d'après Lorentz:

$$A = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} r^3$$

L'expression du champ diffusé dans la direction θ , ϕ est alors:

$$\underline{E} = i\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^3 A\left(-\sin(\phi)\underline{e}_\phi + \cos(\theta)\cos(\phi)\underline{e}_\theta\right)\|\underline{E}_i\| \frac{e^{-ikr+i\omega t}}{ikr}$$

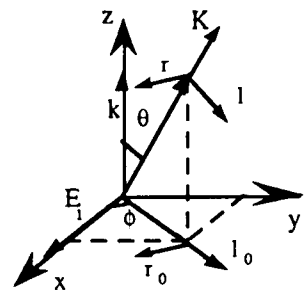
Institut de l'Information Scientifique et Technique INIST

d'où

$$\begin{cases} F_1 = -ik^3 A\, sin(\phi) & F_2 = ik^3 A\, cos(\phi) cos(\theta) \\ I = k^3 |A|^2 \left(sin(\phi)^2 + cos(\phi)^2\, cos(\theta)^2 \right) \end{cases} \quad \text{avec} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Mie

Le problème de la diffusion par une sphère homogène est soluble exactement. En utilisant les potentiels de Debye, on transforme le problème vectoriel en problème scalaire. Les scalaires qui définissent les champs incident, diffusé et transmis (intérieur à la sphère) sont développés en harmoniques sphériques, les coefficients inconnus étant déterminés par les conditions aux limites sur la surface du diffuseur.
Pratiquement, on calcule la somme sur les harmoniques jusqu'à ce que le résultat se stabilise avec une tolérance donnée au départ.
Avec les notations de Van De Hulst[4] (ch. 9), le plan de réference est défini par les vecteurs d'onde diffusé et incident. La polarisation paralléle notée par 'l' est la projection du champ E dans ce plan, et la polarisation perpendiculaire 'r' est la composante de E perpendiculaire à ce plan. Les champs sont également en $e^{i\omega t}$.



Pour une sphère, on a alors pour le champ diffusé (en champ lointain par rapport à la sphère):

$$\begin{pmatrix} E_l \\ E_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_2(\theta) & 0 \\ 0 & S_1(\theta) \end{pmatrix} \frac{e^{-ikr+ikz}}{ikr} \begin{pmatrix} E_{l_0} \\ E_{r_0} \end{pmatrix}$$

Avec

$$\begin{cases} \underline{l}_0 = \underline{x}\cos(\phi) + \underline{y}\sin(\phi) \\ \underline{r}_0 = \underline{x}\sin(\phi) - \underline{y}\cos(\phi) \end{cases} \qquad \begin{cases} \underline{l} = \underline{e}_\theta = \underline{x}\cos(\phi)\cos(\theta) + \underline{y}\sin(\phi)\cos(\theta) - \underline{z}\sin(\theta) \\ \underline{r} = \underline{r}_0 \end{cases}$$

$$E_l = \underline{E} \cdot \underline{l} \qquad Er = \underline{E} \cdot \underline{r} \qquad E_{l_0} = \underline{E}_i \cdot \underline{l}_0 = \cos(\phi) \qquad E_{r_0} = \underline{E}_i \cdot \underline{r}_0 = \sin(\phi)$$

Il faut donc relier F_2 à E_l, et F_1 à $-E_r$.

$$\begin{cases} F_1 = -S_1(\theta)\sin(\phi) \\ F_2 = S_2(\theta)\cos(\phi) \end{cases} \qquad I = \sin^2(\phi)|S_1(\theta)|^2 + \cos^2(\phi)|S_2(\theta)|^2$$

Le programme 'DIFPART' a comme arguments d'entrée r, λ, n (Im(n) <0), cos(θ) et calcule S_1 et S_2.

Tmatrice

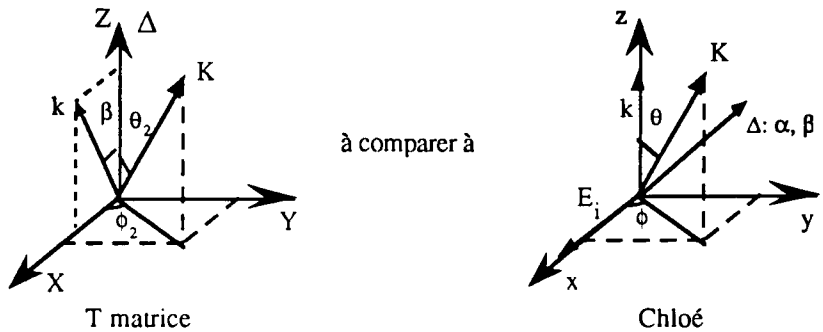
On trouvera des renseignements sur cette méthode de calcul de la diffusion dans Barber[5] etWaterman[6]. Cette méthode est aussi appelée EBCM (Extended Boundary Condition Method). Elle est fondée sur le principe d'équivalence de Schelkunoff qui stipule que le champ électromagnétique à l'extérieur d'une surface régulière S, est équivalent à celui qui serait produit par une distribution de courants superficiels électrique et magnétique portée par la surface S. A l'intérieur de la surface S, les sources produisent un champ nul. On peut ainsi exprimer le champ total (incident plus diffusé) à l'extérieur de S sous la forme d'intégrales de surface:

$$E = E_i + \nabla \wedge \int_S n \wedge (E_i + E_S) \frac{e^{ik|r-r'|}}{4\pi|r-r'|} dS - \nabla \wedge \nabla \wedge \int_S \frac{1}{i\omega\varepsilon_0} n \wedge (H_i + H_S) \frac{e^{ik|r-r'|}}{4\pi|r-r'|} dS$$

Les champs incidents et la fonction de Green sont développés en harmoniques sphériques. Ce développement parfaitement connu n'est pas valable sur S; il l'est à l'intérieur d'une sphère inscrite dans

S, ou à l'extérieur d'une sphère circonscrite à S. On fait alors l'approximation d'écrire les courants superficiels équivalents comme la somme des N premières harmoniques sphériques avec des coefficients inconnus. A l'intérieur de la sphère inscrite, l'équation E=0 se transforme en un système linéaire qui relie les coefficients inconnus des courants au coefficients connus des champs incidents. On obtient d'autres relations en utilisant les conditions aux limites (continuité des composantes tangentielles des champs). Les coefficients du système matriciel (d'où l'appelletion de T-matrice) résultant sont des combinaisons d'intégrales d'harmoniques sphériques sur S. Une fois ce système résolu, on connait les courants superficiels et donc le champ diffusé. Le nombre N à utiliser dépend de la forme, de la taille et de l'indice de réfraction du diffuseur. La méthode fonctionne correctement pour des tailles de systèmes raisonnables (N<10) dans la région de résonnance et pour des formes de diffuseurs assez molles.

Le programme que nous avons introduit dans Chloé a été écrit par Peterson[7]. Dans ce cas, c'est l'axe de symétrie du sphéroïde qui est priviligié. Le plan de référence contient le vecteur d'onde incident et l'axe Δ. La géométrie est la suivante:



Il nous faut, en fonction des données d'entrée de Chloé déterminer la géométrie correspondante avec les notations de la Tmatrice, faire le calcul de diffusion, et exprimer le résultat avec les notations de Chloé.

• Géométrie du problème vue par la Tmatrice

On passe de (x,y,z) à (X,Y,Z) par la transformation

$$\begin{cases} \underline{X} = -\underline{e}_\beta = -\underline{x}\cos\beta\cos\alpha - \underline{y}\cos\beta\sin\alpha + \underline{z}\sin\beta \\ \underline{Y} = -\underline{e}_\alpha = \underline{x}\sin\alpha - \underline{y}\cos\alpha \\ \underline{Z} = \underline{e}_r = -\underline{x}\sin\beta\cos\alpha + \underline{y}\sin\beta\sin\alpha + \underline{z}\cos\beta \end{cases}$$

Les noms utilisées ci-dessous sont ceux du programme en language C, afin de faciliter sa relecture et sa compréhension. L'indice 1 représente le repère (x,y,z) de Chloé, 2 celui (X,Y,Z) de la Tmatrice; "r" signifie coordonnées rectangulaires et "s" coordonnées sphériques. Ainsi, M_{1r2r} est la matrice de passage du repère de Chloé en coordonnées rectangulaires au repère de la Tmatrice également en coordonnées rectangulaires, soit

$$M_{1r2r} = \begin{bmatrix} -\cos\beta\cos\alpha & -\cos\beta\sin\alpha & \sin\beta \\ \sin\alpha & -\cos\alpha & 0 \\ -\sin\beta\cos\alpha & \sin\beta\sin\alpha & \cos\beta \end{bmatrix}$$

M_{2r1r} est la matrice transposée. M_{1r1s} est la matrice de passage dans la notation de Chloé des coordonnées rectangulaires en coordonnées sphériques reliées à la direction de diffusion, soit

$$M_{1r1s} = \begin{bmatrix} \sin\theta\cos\phi & \sin\theta\sin\phi & \cos\theta \\ \cos\theta\cos\phi & \cos\theta\sin\phi & -\sin\theta \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \end{bmatrix}$$

et M_{2r1r} est sa matrice transposée. Le vecteur d'onde diffusé s'écrit dans le repère (x,y,z):

$$K_{1r} = \begin{pmatrix} \sin\theta\cos\phi & \sin\theta\sin\phi & \cos\theta \end{pmatrix}$$

et devient dans le repère (X,Y,Z) $K_{2r} = M_{1r2r}\, K_{1r}$. On en déduit les angles θ_2 et ϕ_2 qui définissent l'orientation de K dans le repère de la Tmatrice.

• Calcul de la diffusion

Peterson utilise les polarisations parallèle 'l' et perpendiculaire 'r' pour les champ incident et le champ diffusé. Elles sont construites comme suit, pour une direction de propagation dans la direction $\underline{q}$:

$$\underline{r} = \underline{\Delta} \wedge \underline{q} \quad \underline{l} = \underline{r} \wedge \underline{q}$$

Pour les directions incidentes et diffusées, on a ainsi:

$$\begin{cases} \underline{l}_0 = \underline{X}\cos\beta - \underline{Z}\sin\beta = -\underline{x}\cos\alpha - \underline{y}\sin\alpha \\ \underline{r}_0 = \underline{Y} \qquad\qquad\qquad\quad = \underline{x}\sin\alpha - \underline{y}\cos\alpha \end{cases} \qquad \begin{cases} \underline{l} = \underline{e}_{\theta_2} \\ \underline{r} = \underline{e}_{\phi_2} \end{cases}$$

Si le diffuseur est à symétrie de rotation, ces deux polarisations ne se mélangent pas. Le programme 'TMAT' a comme arguments d'entrée le rayon équivalent r, la longueur d'onde λ, l'indice de réfraction n^* (à partie imaginaire positive), l'ellipticité ell et calcule la Tmatrice pour le diélectrique homogène de révolution. Le programme 'DIFF' a comme arguments d'entrée β, θ_2, ϕ_2 et calcule les amplitudes de diffusion p_r et p_l , en utilisant la Tmatrice qui vient d'être définie.En notant p_r et p_l les amplitudes de diffusion sur chacune des polarisations,calculées par la Tmatrice pour les angles β, θ_2 et ϕ_2, on a:

$$\begin{cases} E_r = E_{r_0}\dfrac{e^{ikr-i\omega t}}{kr}p_r \quad \text{avec} \quad E_{r_d} = \underline{E}_i \cdot \underline{r}_0 = \sin\alpha \\ E_l = E_{l_0}\dfrac{e^{ikr-i\omega t}}{kr}p_l \quad \text{avec} \quad E_{l_d} = \underline{E}_i \cdot \underline{l}_0 = -\cos\alpha \end{cases}$$

D'où l'expression du champ diffusé

$$\underline{E} = \frac{e^{ikr-i\omega t}}{kr}\left(p_r \sin\alpha \underline{e}_{\phi_2} - p_l \cos\alpha \underline{e}_{\theta_2}\right) = \frac{e^{ikr-i\omega t}}{kr}\underline{A}_{2s}$$

A_{2s} est l'amplitude de diffusion dans le repère de la Tmatrice, en coordonnées sphériques. On en déduit immédiatement son expression en coordonnées rectangulaires:

$$\underline{A}_{2r} = \begin{pmatrix} -p_l \cos\alpha \cos\theta_2 \cos\phi_2 - p_r \sin\alpha \sin\phi_2 \\ -p_l \cos\alpha \cos\theta_2 \sin\phi_2 + p_r \sin\alpha \cos\phi_2 \\ p_l \cos\alpha \sin\theta_2 \end{pmatrix}$$

- **Retour aux notations de Chloé**

Il suffit de l'exprimer dans notre repère sur les composantes sphériques liées au vecteur d'onde diffusé K. Successivement $A_{1r} = M_{2r1r} A_{2r}$ et $A_{1s} = M_{1r1s} A_{1r}$, soit

$$\underline{E} = \frac{e^{ikr-i\omega t}}{kr}\underline{A}_{1s} = \frac{e^{ikr-i\omega t}}{kr}\left(A_\phi \underline{e}_\phi + A_\theta \underline{e}_\theta\right)$$

et de tenir compte des conventions différentes quand à la fonction de Green utilisée(les champs sont en $e^{-i\omega t}$) pour en déduire que:

$$\begin{cases} F_1 = i \quad \left(A_\phi{}^*\right) \\ F_2 = i \quad \left(A_\theta{}^*\right) \end{cases}$$

- **Remarques**

La durée du calcul varie selon les paramètres, mais il faut environ 3 minutes pour évaluer les amplitudes de diffusion dans une direction donnée. Comme beaucoup d'autres, la méthode devient très sensible lorsque le rayon des gouttes augmente. Deux paramètres influent sur la précision des résultats: le nombre A d'indices azimutaux sur lesquels on développe la solution, et le nombre I d'intervalles d'intégration utilisés par le programme. Il est nécessaire de faire un compromis entre la précision finale et la durée du calcul. Nous avons choisi le couple de valeurs A=8, I=96. Le calcul est inhibé par le logiciel dès que k.rmax est supérieur à 5.

Diffusion latérale

Paramètres d'entrée

T	[θ]	température du milieu: eau et/ou glace suivant le cas
f	[T-1]	fréquence de l'onde incidente dans le vide
λ	[L]	longueur d'onde incidente dans le vide
rayon r	[L]	rayon équivalent du diffuseur , le plus souvent en mm. Dans le cas d'un sphéroïde, c'est le rayon équivalent (rayon de la sphère de même volume). Pour la grêle et la neige, r est le rayon du grêlon ou du flocon fondus.
α, β	[ ]	orientation de l'axe de révolution du sphéroïde par rapport à l'onde incidente
θ, ϕ	[ ]	direction de diffusion

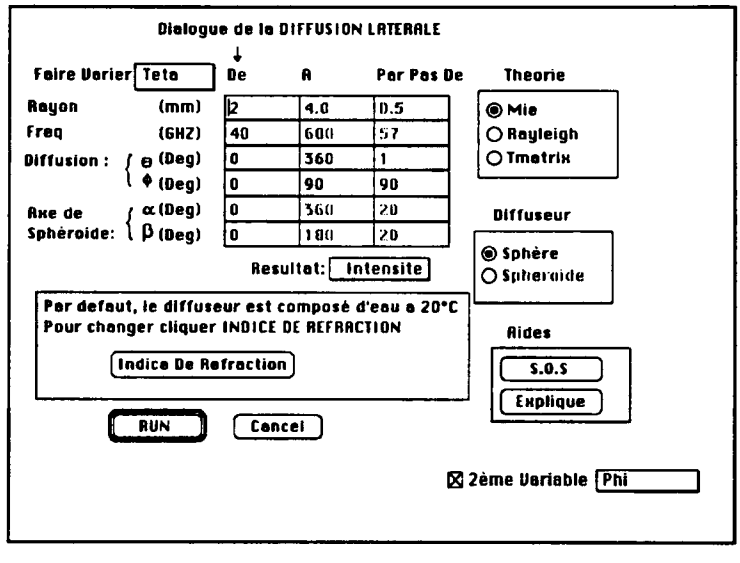
Sur la fenêtre de calcul, la température qui n'intervient que par l'intermédiaire de l'indice de réfraction apparaît dans les variables potentielles, mais n'est modifiable qu'en appelant la fenêtre de réfraction.

Grandeurs calculées

F_1, F_2	[ ]	amplitudes de diffusion complexes
I	[ ]	intensité de diffusion $I = \|F_1\|^2 + \|F_2\|^2$

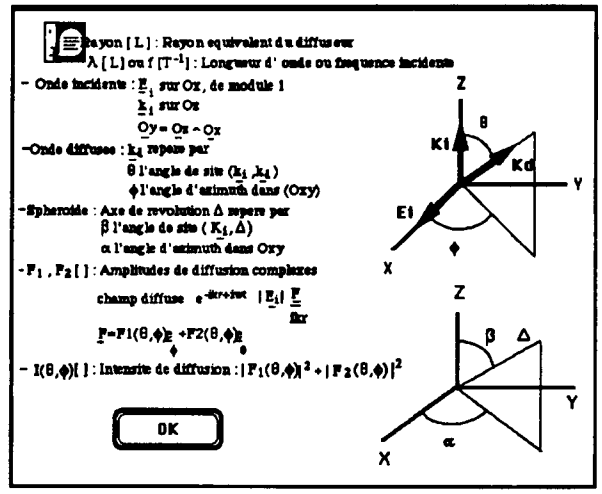
Vu par Chloé

La fenêtre de dialogue a l'allure suivante



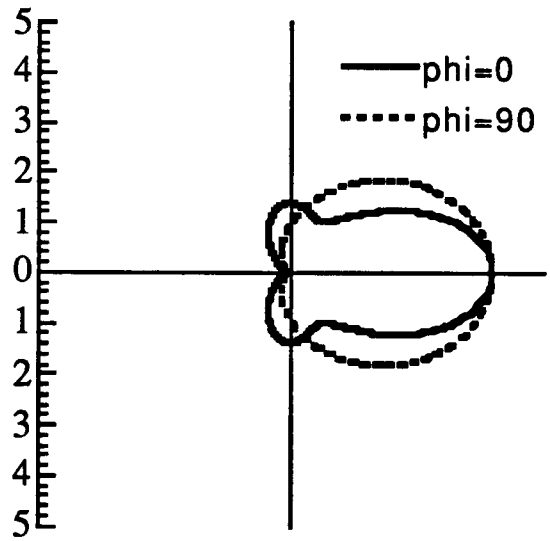
Dans ce cas, l'utilisateur calcule l'intensité de diffusion créee par une sphère de rayon 2mm, composée d'eau à 20°C (Manabé), en utilisant la théorie de Mie. La fréquence de l'onde incidente est 40GHz, soit une longueur d'onde de 7.5 mm. On obtiendra deux indicatrices de diffusion: l'une pour ϕ =0 degrés et un angle θ variant de 0 à 360 degrés par pas de 1 degré, et l'autre pour ϕ =90 degrés, θ variant de même. Les angles α et β ne sont pas importants ici puisqu'il s'agit d'une sphère.

La fenêtre "EXPLIQUE" résume les notations adoptées



Quelques résultats

La figure ci-dessous représente les indicatrices de diffusion calculées plus haut. La direction avant ($\theta = 0$) se trouve vers la droite du dessin, où l' intensité diffusée est la plus forte. Le plan ϕ =0 est quelquefois appelé 'plan parallèle', et le plan ϕ =90 'plan perpendiculaire', à cause de l'orientation des champs électriques incident et diffusé.



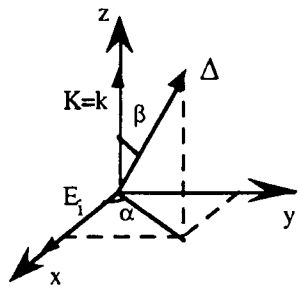
Diffusion avant

Paramètres d'entrée

T	[θ]	température du milieu: eau et/ou glace suivant le cas
f	[T^{-1}]	fréquence de l'onde incidente dans le vide
λ	[L]	longueur d'onde incidente dans le vide
rayon r	[L]	rayon équivalent du diffuseur , le plus souvent en mm. Dans le cas d'un sphéroïde, c'est le rayon équivalent (rayon de la sphère de même volume). Pour la grêle et la neige, r est le rayon du grêlon ou du flocon fondus.
α, β	[ ]	orientation de l'axe de révolution du sphéroïde par rapport à l'onde incidente

Les angles θ, ϕ sont choisis égaux à 0 (voir le § *Remarques*). L' onde diffusée est observée dans la même direction que l'onde incidente: $\underline{K} = \underline{k}$. Donc

$$\underline{E} = \left(F_1\,\underline{y} + F_2\,\underline{x}\right)\left\|\underline{E}_i\right\|\frac{e^{-ikr+i\omega t}}{ikr}$$



Grandeurs calculées

F_1 ,F_2	[ ]	amplitudes de diffusion complexes	
I	[ ]	intensité de diffusion	$I = \|F_1\|^2 + \|F_2\|^2$
σ_{ext}	[L^2]	section efficace d'extinction	$= \lambda^2 \mathrm{Re}(F_2)/\pi$
Q_{ext}	[ ]	facteur d'efficacité pour l'extinction	$= \sigma_{ext}/\pi r^2$
σ_{diff}	[L^2]	section efficace de diffusion	$= \frac{1}{k^2}\int I \sin\theta d\theta d\varphi$
Q_{diff}	[ ]	facteur d'efficacité pour la diffusion	$= \sigma_{diff}/\pi r^2$
σ_{abs}	[L^2]	section efficace d'absorption	$= \sigma_{ext} - \sigma_{diff}$
Q_{abs}	[ ]	facteur d'efficacité pour l'absorption	$= Q_{ext} - Q_{diff}$

Théories

Les diverses relations exposées plus haut prennent des formes simplifiées qu'il peut être utile de décrire.

Rayleigh

Le champ diffusé en avant est:

$$\underline{E} = -i\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^3 A\,\underline{x}\left|\underline{E}_i\right|\frac{e^{-ikr+i\omega t}}{ikr}$$

d'où

$$\begin{cases} F_1 = 0 \\ F_2 = -ik^3 A \\ I = k^6 |A|^2 \\ \sigma_{ext} = -4\pi k\, Im(A) + \dfrac{8\pi}{3} k^4 |A|^2 \\ \sigma_{abs} = -4\pi k\, Im(A) \\ \sigma_{diff} = \dfrac{8\pi}{3} k^4 |A|^2 \end{cases}$$

Mie

En diffusion avant,

$$S_1(\theta = 0) = S_2(\theta = 0)$$

Donc

$$\begin{cases} F_1 = 0 \\ F_2 = S_2 \\ I = |S_2|^2 \\ \sigma_{ext} = \dfrac{\lambda^2}{\pi} Re(S_2) = \dfrac{\lambda^2}{2\pi^2} \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)\, Re(a_n + b_n) \\ \sigma_{diff} = \dfrac{\lambda^2}{2\pi^2} \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \left\{ |a_n|^2 + |b_n|^2 \right\} \\ \sigma_{abs} = \sigma_{ext} - \sigma_{diff} \end{cases}$$

Les coefficients a_n et b_n qui apparaissent ici sont obtenus lors du calcul de la solution de Mie.

Tmatrice

On peut maintenant mener le calcul jusqu'au bout et donner l'expression complète des amplitudes de diffusion en fonction des amplitudes en polarisation horizontale et verticale:

$$\begin{cases} F_1 = -i \sin\alpha \cos\alpha \left(-\overline{p_l} + \overline{p_r}\right) \\ F_2 = i\left(\overline{p_r} \sin^2\alpha + \overline{p_l} \cos^2\alpha\right) \\ \sigma_{ext} = \dfrac{\lambda^2}{\pi} Re(F_2) \\ \sigma_{diff} \text{ pas évalué} \\ \sigma_{abs} \text{ pas évalué} \end{cases}$$

Approximation (pour le sphéroïde aplati composé d'eau)

Il est possible, d'après Upton et Holt[8] d'avoir une bonne estimation de la section efficace d'extinction d'un sphéroïde aplati en utilisant la théorie de Mie qui est plus rapide au point de vue du temps de calcul. Pour des diffuseurs de kr <3, l'erreur pour la polarisation horizontale n'est jamais supérieure à 4%, et pour la polarisation verticale, elle ne dépasse pas 6%.

L'approximation utilisée par Chloé utilise deux faits. Le premier est une relation entre les amplitudes de diffusion vers l'avant horizontale et verticale pour un angle d'incidence quelconque, et les amplitudes de diffusion avant pour les incidences particulières 0 et 90°:

(v) $F_2(\alpha = \pi, \beta) = F_2(\alpha = \pi, \beta = 0)\cos^2(\beta) + F_2(\alpha = \pi, \beta = \pi/2)\sin^2(\beta)$

(h) $F_2(\alpha = \pi/2, \beta) = F_2(\alpha = \pi/2, \beta = 0)\cos^2(\beta) + F_2(\alpha = \pi/2, \beta = \pi/2)\sin^2(\beta)$

Puisque $\sigma_{ext} = \lambda^2 \mathrm{Re}(F_2) / \pi$, ceci se réecrit immédiatement en termes de section efficace d'extinction. Remarquons que lorsque β=0, l'amplitude de diffusion ne dépend plus de α. En notant

$$\Sigma = \sigma_{ext}(r, ell, \lambda, \beta = 0)$$

il vient

$$\sigma_{ext}^{v}(\beta) = \Sigma\cos^2(\beta) + \sigma_{ext}^{V}(\beta = \frac{\pi}{2})\sin^2(\beta)$$
$$\sigma_{ext}^{h}(\beta) = \Sigma\cos^2(\beta) + \sigma_{ext}^{h}(\beta = \frac{\pi}{2})\sin^2(\beta)$$

Considérons maintenant l'amplitude de diffusion dans une direction quelconque. Les notations de la Tmatrice mettant bien en évidence les dépendances angulaires, nous allons utiliser la relation établie plus haut:

$$F_2(\alpha,\beta) = i\overline{p_r(\beta)}\sin^2(\alpha) + i\overline{p_l(\beta)}\cos^2(\alpha)$$

Les grandeurs p sont indépendantes de α. r=perpendiculaire et l=parallèle sont à relier respectivement aux polarisations h=horizontale et v=verticale. Grâce au théorème optique , cette relation se réecrit

$$\sigma_{ext}(\alpha,\beta) = \sigma_{ext}^{h}(\beta)\sin^2(\alpha) + \sigma_{ext}^{v}(\beta)\cos^2(\alpha)$$

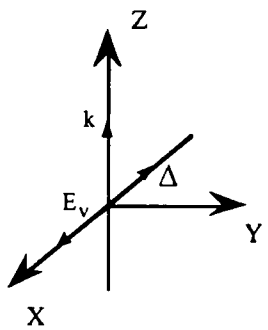
avec

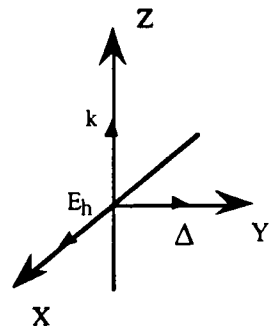
$$\sigma_{ext}^{h}(\beta) = \frac{\lambda^2}{\pi}\mathrm{Im}(p_r(\beta)) \qquad \sigma_{ext}^{v}(\beta) = \frac{\lambda^2}{\pi}\mathrm{Im}(p_l(\beta))$$

Au total, on obtient pour une direction quelconque

$$\sigma_{ext}(\alpha,\beta) = \cos^2(\beta)\sum + \sin^2(\alpha)\sin^2(\beta)\sigma_{ext}^{h}(\beta = \pi/2) + \cos^2(\alpha)\sin^2(\beta)\sigma_{ext}^{v}(\beta = \pi/2)$$

Ici intervient l' approximation de Upton et Holt qui relie ces sections efficaces à celles que donne la théorie de Mie de la façon suivante:





$$\sigma_{ext}^{v} = \sigma_{ext}^{Mie}\left[r\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{3}}\right] \qquad \sigma_{ext}^{h} = \sigma_{ext}^{Mie}\left[r\left(\frac{b}{a}\right)^{-\frac{1}{9}}\right]$$

La forme finale de l'approximation est

$$\begin{cases} \sigma_{ext}^{app}(r,\lambda,ell,\alpha,\beta) = \cos^2(\beta)\sigma_{ext}^{tmat}(r,\lambda,ell,\alpha = \text{quelc.},\beta = 0) \\ \qquad + \sin^2(\alpha)\sin^2(\beta)\sigma_{ext}^{mie}(r\,ell^{-1/9},\lambda) \\ \qquad + \cos^2(\alpha)\sin^2(\beta)\sigma_{ext}^{mie}(r\,ell^{1/3},\lambda) \end{cases}$$

Cette formule permet de gagner beaucoup de temps calcul lorsque l'on étudie les variations de la section efficace en fonction des angles α et β : il suffira de faire un appel au calcul de diffusion par la Tmatrice et deux appels à la théorie de Mie pour engendrer toutes les valeurs de σ désirées. Elle sera utilisée en particulier lors du calcul de l'affaiblissement linéïque.

Remarques

Il peut arriver qu'un calcul de diffusion avant soit à effectuer comme cas limite de la diffusion latérale. Les quatre paramètres qui décrivent la géométrie du problème sont alors:

$$\theta = 0 \quad \phi, \alpha, \beta \quad \text{quelconques}$$

On dispose donc d'un angle supplémentaire ϕ. Les valeurs de F_1 et F_2 fournies par la fenêtre 'diffusion latérale' dans le fichier DIFLAT et par la fenêtre 'diffusion avant' dans le fichier DIFAVA ne seront pas les mêmes. En effet, dans le premier cas elles représentent les projections du champ diffusé sur les axes $\underline{e}_\theta$ et $\underline{e}_\phi$, alors que dans le second cas, on projette sur les axes $\underline{x}$ et $\underline{y}$. Ceci n'affecte pas bien sûr les valeurs de l'intensité. Il suffit de remarquer que:

$$\begin{cases} F_1^{\phi} = -F_2^{\phi=0}\, sin\,\phi - F_1^{\phi=0}\, cos\,\phi \\ F_2^{\phi} = \ F_2^{\phi=0}\, cos\,\phi + F_1^{\phi=0}\, sin\,\phi \end{cases}$$

Ces relations de passage sont valables pour les composantes du champ diffusé, mais ne s'appliquent pas aux composantes de la matrice de diffusion utilisée par certains auteurs. Celle ci doit être modifiée en tenant compte de transformations à la fois sur le champ incident et sur le champ diffusé. On trouvera ces relations de symétrie dans Van De Hulst p48.

Qui peut être utile

On peut montrer [7,9] qu'en polarisation horizontale, la partie réelle de l'amplitude de diffusion, et donc la section efficace d'extinction, ne dépend que du produit kr :

$$Re(F_2(\alpha = \frac{\pi}{2}, \beta = \alpha_o)) = \phi(kr)$$

avec:

$$\phi(x) = x^{\frac{15}{8}}\, 0.794\left\{1 + 12x^4 e^{-4.89x} + e^{-2.17x}\, cos(2\pi x)\right\}\{tanh\, 2x\}^4$$

Ceci est valable pour des fréquences allant de 30 GHz à 210 GHz.Il existe une relation du même type pour la partie imaginaire de F_2, mais avec une autre fonction plus compliquée. Les erreurs sont beaucoup plus importantes pour la polarisation verticale.

Comparaison des notations avec celles d'autres auteurs

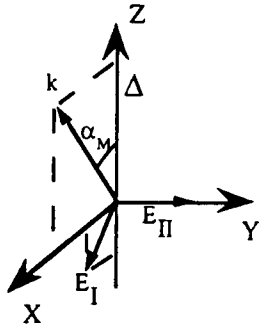
Chaque auteur ayant sa notation propre, il nous a semblé utile d'établir ici quelques "formules de passage".

Dans tout le texte, on notera:

Δ:	axe de révolution du sphéroïde
k:	nombre d'onde pour l'onde incidente et diffusée

Morrison[10]

Les amplitudes de diffusion sont motées S_I (0) et S_{II} (0) , et sont sans dimensions.



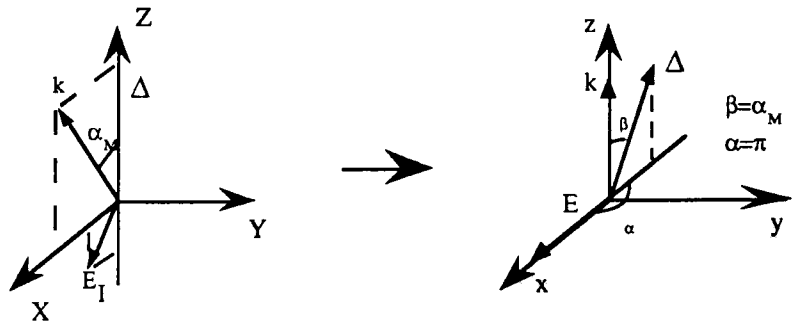
Dans cette géométrie, les champs incident et diffusé ont comme expression:

$$\underline{E}_{inc} = \underline{E}_{\mathrm{I}} \qquad \rightarrow \quad \underline{E}^S = \underline{E}_{\mathrm{I}}\, S_I(0) \frac{e^{ikr - i\omega t}}{-ikr}$$

$$\underline{E}_{inc} = \underline{E}_{\mathrm{II}} \qquad \rightarrow \quad \underline{E}^S = \underline{E}_{\mathrm{II}}\, S_{II}(0) \frac{e^{ikr - i\omega t}}{-ikr}$$

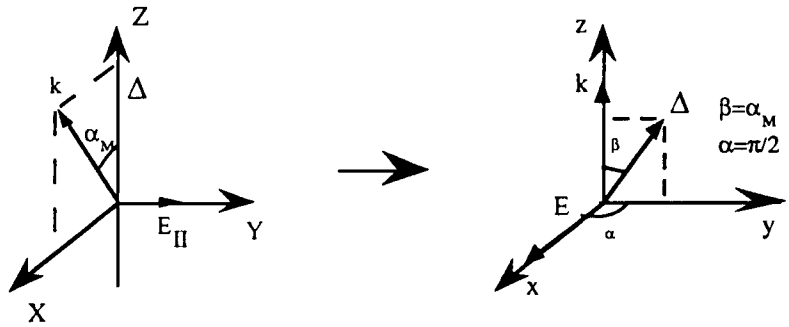
Pour passer des notations de Morrison à celles de Chloé, il faut reprendre le champ E comme référence.

Cas I



$S_I^*(0) = F_2(\alpha = \pi, \beta = \alpha_M)$ donc par rapport à la Tmatrice $S_I(0) = -i\ p_l$

Cas II



$S_{II}^*(0) = F_2(\alpha = \frac{\pi}{2}, \beta = \alpha_M)$ donc par rapport à la Tmatrice $S_{II}(0) = -i\ p_r$

Pour un calcul avec la Tmatrice, le logiciel appelle le programme 'DIFF' avec les paramètres β, $\theta_2=\beta$, $\phi_2=0$.

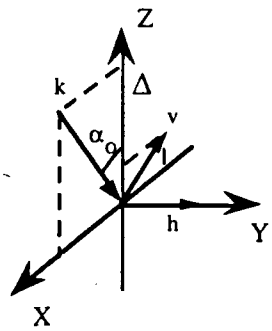
Morgan[11]

La géométrie est exactement celle de Morrison, les polarisations I et II sont respectivement notées v et h. Le champ diffusé s'écrit

$$\underline{E}^S = \underline{f}\frac{e^{-ikr+i\omega t}}{kr}$$

Oguchi[12]

Oguchi note les amplitudes f_v et f_h avec la dimension d'une longueur.



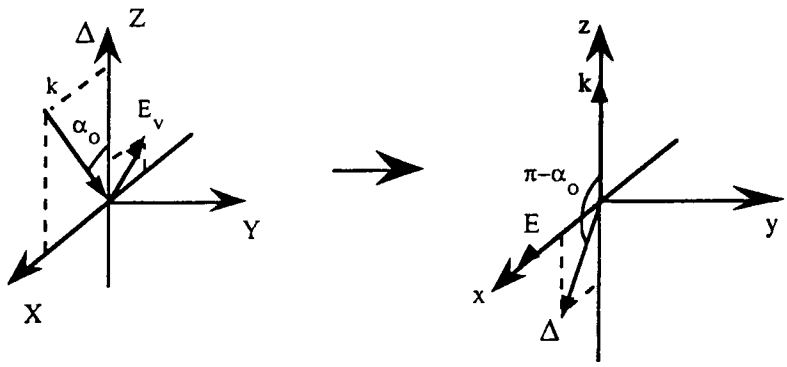
Les champs sont

$\underline{E}_{inc} \in (X,Z)$ polarisation v $\rightarrow$ $\underline{E}^S = \underline{E}_{inc}\, f_v(k,k)\frac{e^{-ikr+i\omega t}}{r}$

$\underline{E}_{inc}$ // Y polarisation h $\rightarrow$ $\underline{E}^S = \underline{E}_{inc}\, f_h(k,k)\frac{e^{-ikr+i\omega t}}{r}$

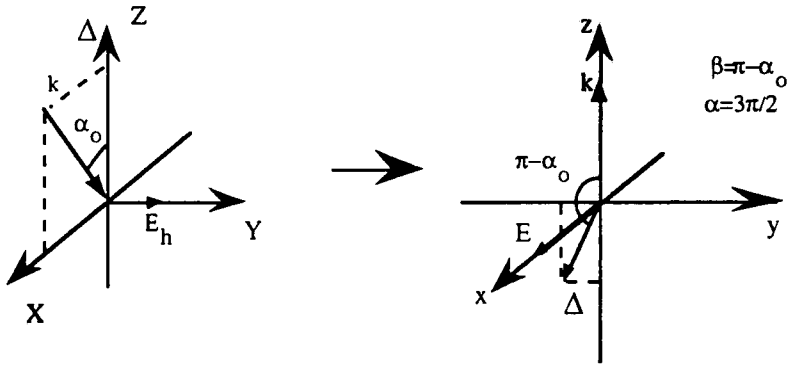
D'où la comparaison Chloé-Oguchi:

Cas v (vertical)



$$f_v = \frac{F_2(\alpha = 0, \beta = \pi - \alpha_O)}{ik}$$

Cas h (horizontal)



$$f_h = \frac{F_2(\alpha = 3\pi/2, \beta = \pi - \alpha_O)}{ik}$$

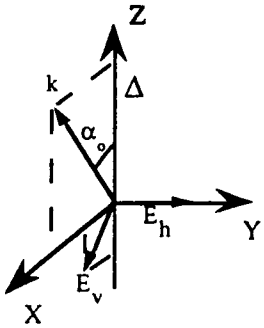
Oguchi-Morrison

Il est interéssant d'établir le passage entre les deux notations

$$f_h(\mathrm{m})10^3 = -\frac{5\lambda(\mathrm{cm})}{\pi} i S_{\mathrm{II}}^*(0) \qquad f_v(\mathrm{m})10^3 = -\frac{5\lambda(\mathrm{cm})}{\pi} i S_{\mathrm{I}}^*(0)$$

Uzunoglu[13]

Les amplitudes sont également f_v et f_h avec les dimensions d'une longueur, mais la géométrie est un peu différente



ainsi que les conventions sur les fonctions de Green:

$$\underline{E}_{inc} = \underline{E}_{\mathrm{v}} \qquad \rightarrow \quad \underline{E}^S = \underline{E}_{\mathrm{v}}\, f_v(0) \frac{e^{ikr - i\omega t}}{r}$$

$$\underline{E}_{inc} = \underline{E}_{\mathrm{h}} \qquad \rightarrow \quad \underline{E}^S = \underline{E}_{\mathrm{h}}\, f_h(0) \frac{e^{ikr - i\omega t}}{r}$$

En comparant avec les notations de Morrison, on voit immédiatement que:

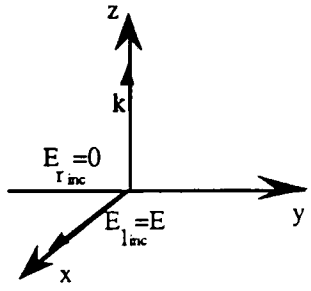
$$\begin{cases} S_I(0) = -ik\, f_v(0) \\ S_{II}(0) = -ik\, f_h(0) \end{cases}$$

et donc :

$$\begin{cases} F_2(\alpha = \pi, \beta = \alpha_o) = ik\, f_v^*(0) \\ F_2(\alpha = \frac{\pi}{2}, \beta = \alpha_o) = ik\, f_h^*(0) \end{cases}$$

Van De Hulst[4]

Il s'agit ici du cas particulier de la sphère, avec les amplitudes S_1 S_2 sans dimensions, et la géométrie



$$\underline{E}^S = [E_r \underline{r} + E_l \underline{l}] \frac{e^{-ikr+i\omega t}}{ikr}$$ avec en diffusion avant et $\phi = 0$ $\{\underline{r} = \underline{r}_{inc} = -\underline{y}\,,\ \underline{l} = \underline{l}_{inc} = \underline{x}\}$

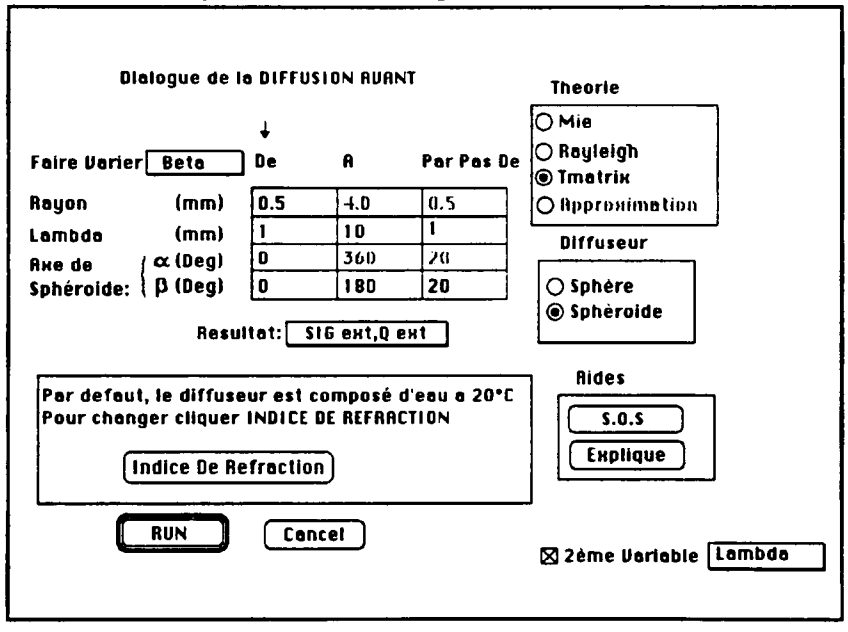
$$\begin{cases} E_r = S_1(0) \frac{e^{-ikr+i\omega t}}{ikr} E_{r_{inc}} = 0 \\ E_l = S_2(0) \frac{e^{-ikr+i\omega t}}{ikr} E_{l_{inc}} \end{cases}$$

Donc, pour une sphère, le passage à nos notations est:

$$S_2(0) = F_2(\alpha \text{ et } \beta \text{ quelconques})$$
$$S_1(0) = S_2(0)\ ;\ F_1 = 0$$

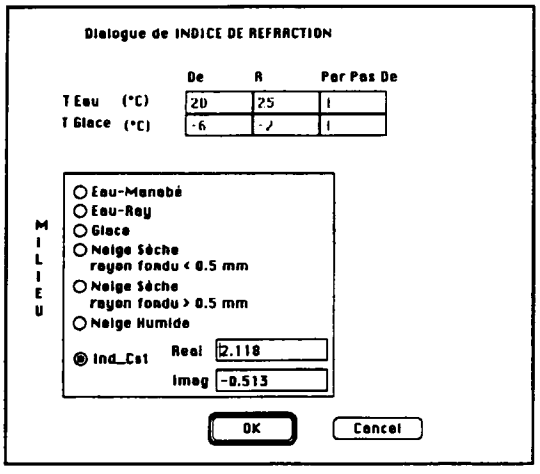
Vu par Chloé

Si l'utilisateur remplit la fenêtre de dialogue de la manière suivante,

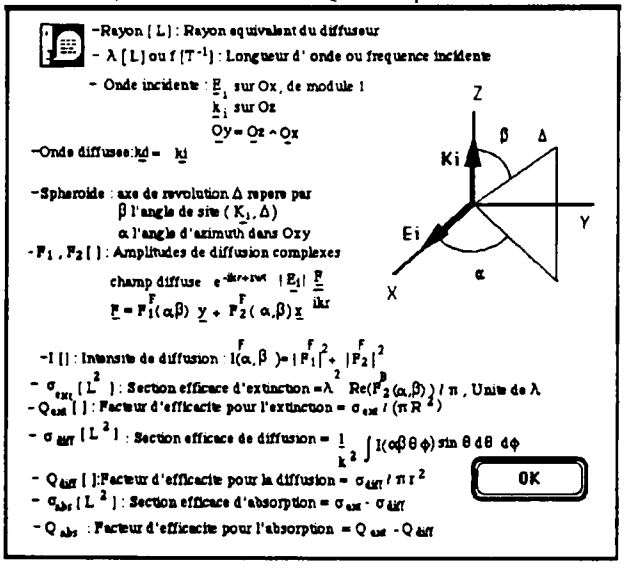


il calculera les section efficace et facteur d'efficacité d'extinction pour un diffuseur sphéroïdal (sa forme est celle qui est définie par défaut). L'orientation de l'axe du sphéroïde varie par l'intermédiaire de l'angle beta, la deuxième variable est la longueur d'onde. Le matériau du diffuseur est défini en activant la case "Indice de réfraction":

Institut de l'Information Scientifique et Technique INIST

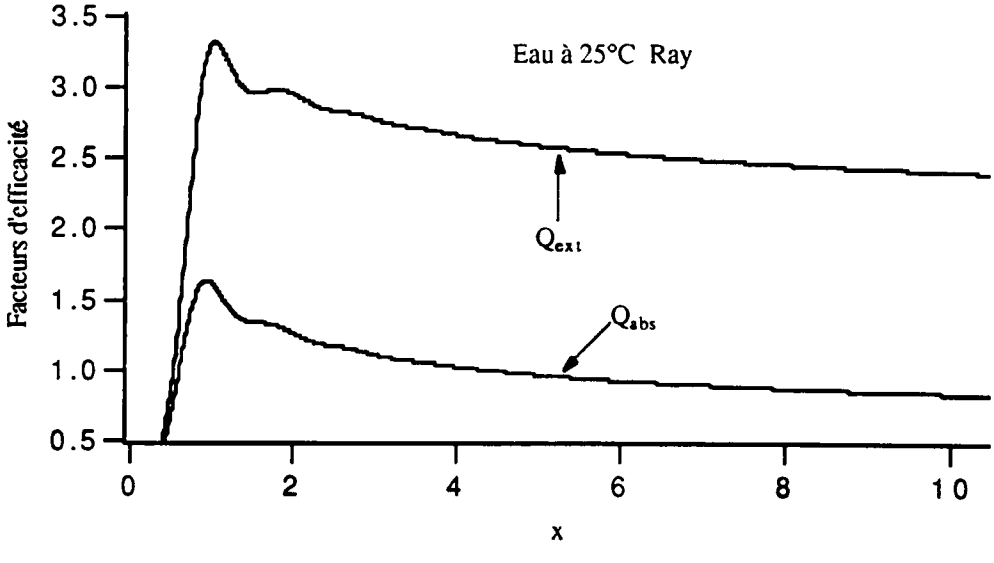


L'indice a la valeur 2.118-i 0.513, indépendante de la longueur d'onde et de la température. Comme dans les autres cas, la fenêtre "EXPLIQUE" reprend les notations utiles:



Quelques résultats

A titre d'illustration, la courbe ci-dessous présente, pour une goutte d'eau sphérique, les variations du faceur d'efficacité pour l'extinction en fonction du rayon. On a utilisé la théorie de Mie. La grandeur x représentée en abscisse est définie par $x = 2\pi r / \lambda$. Pour une longueur d'onde de 3mm, l'indice de réfraction a la valeur 3,368 - i 1,945. Cette courbe se place entre celles de la figure 60 de l'ouvrage de Van de Hulst.



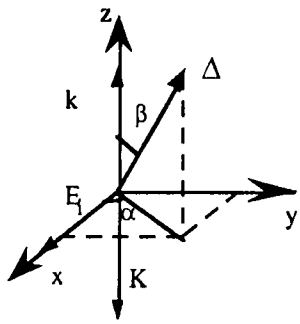
Diffusion arrière

Paramètres d'entrée

T	[θ]	température du milieu: eau et/ou glace suivant le cas
f	[T^{-1}]	fréquence de l'onde incidente dans le vide
λ	[L]	longueur d'onde incidente dans le vide
rayon r	[L]	rayon équivalent du diffuseur , le plus souvent en mm. Dans le cas d'un sphéroïde, c'est le rayon équivalent (rayon de la sphère de même volume). Pour la grêle et la neige, r est le rayon du grêlon ou du flocon fondus.
α, β	[ ]	orientation de l'axe de révolution du sphéroïde par rapport à l'onde incidente

L' onde diffusée est observée dans la direction $\theta=\pi$, $\phi=0$: $\underline{K} = -\underline{k}$

$$\underline{E} = \left(F_1\,\underline{y} - F_2\,\underline{x}\right)\left\|\underline{E}_i\right\|\frac{e^{-ikr+i\omega t}}{ikr}$$



Paramètres de sortie

F_1, F_2	[ ]	amplitudes de diffusion complexes	
I	[ ]	intensité de diffusion	$I = \|F_1\|^2 + \|F_2\|^2$
σ_{rad}	[L^2]	section efficace radar	$= \lambda^2 I / \pi$
Q_{rad}	[ ]	facteur d'efficacité radar	$= \sigma_{ext} / \pi r^2$

Théories

Rayleigh

Le champ diffusé en arrière est:

$$\underline{E} = -i\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^3 A\underline{x}\left|\underline{E}_i\right|\frac{e^{-ikr+i\omega t}}{ikr}$$

d'où

$$\begin{cases} F_1 = 0 \\ F_2 = ik^3 A \\ I = k^6 |A|^2 \\ \sigma_{rad} = 4\pi k^4 |A|^2 \end{cases}$$

Mie

En diffusion arrière,

$$\begin{cases} F_1 = 0 \\ F_2 = S_2 \\ I = |S_2|^2 \\ \sigma_{rad} = \dfrac{\lambda^2}{\pi}|S_2|^2 \end{cases}$$

Tmatrice

Les angles de diffusion sont, avec les notations de la Tmatrice:

$$\theta_2 = \pi - \beta \quad \phi_2 = \pi$$

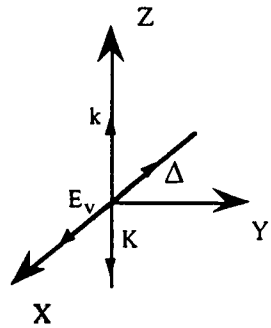
d'où

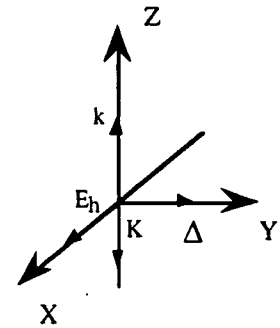
$$\begin{cases} F_1 = i \sin\alpha \cos\alpha \left(\overline{p_l + p_r}\right) \\ F_2 = i\left(\overline{p_r} \sin^2\alpha - \overline{p_l} \cos^2\alpha\right) \\ I = |F_1|^2 + |F_2|^2 \\ \sigma rad = \dfrac{\lambda^2}{\pi} I \end{cases}$$

Approximation (pour le sphéroïde aplati composé d'eau)

Les approximations ne sont plus valables que pour kr <1.5 et des fréquences comprises entre 57 GHz et 210 GHz. Les erreurs sont de l'ordre de 3% pour la polarisation horizontale, et de 6% pour la polarisation verticale. Si kr est plus grand, les erreurs pour certaines gouttes peuvent être beaucoup trop importantes, mais d'après les auteurs, lorsque σ_{rad} est intégré sur une distribution de gouttes, cele ne conduit qu'à une erreur de 0.2 dBz sur la réflectivité.

L'approximation porte ici directement sur la section efficace radar, et non plus sur l'amplitude de diffusion, comme dans le cas de la diffusion avant.





$$\sigma_{rad}^{v} = \left(\frac{b}{a}\right)^2 \sigma_{rad}^{Mie}(r) \qquad \sigma_{rad}^{h} = \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{2}{3}} \sigma_{rad}^{Mie}\left[r\left(\frac{b}{a}\right)^{-\frac{1}{3}}\right]$$

Puisque la section efficace radar est définie à partir de l'intensité rétrodiffusée, il n'est pas possible ici d'étendre l'approximation à une orientation quelconque du champ par rapport à l'axe Δ. Ce module n'est pas implanté pour le moment.

Remarque

Comme pour la diffusion avant (s'y reporter pour les détails), on a choisi le plan ϕ=0. Le calcul des amplitudes de diffusion arrière à partir de la fenêtre de diffusion latérale et de la fenêtre de diffusion arrière donne des résultats différents, et on passe des uns aux autres par:

$$\begin{cases} F_1^{\phi} = -F_2^{\phi=0} \sin\phi + F_1^{\phi=0} \cos\phi \\ F_2^{\phi} = F_2^{\phi=0} \cos\phi + F_1^{\phi=0} \sin\phi \end{cases}$$

Comparaison des notations avec celles d'autres auteurs

On peut se reporter au § "Diffusion avant" pour la géométrie, l'axe du sphéroïde et l'onde incidente étant disposés de la même façon.

Oguchi

Cas v (vertical):

$$f_v = \frac{F_2(\alpha = 0, \beta = \pi - \alpha_O)}{ik}$$

Cas h (horizontal):

$$f_h = \frac{F_2(\alpha = 3\pi/2, \beta = \pi - \alpha_o)}{ik}$$

Uzunoglu

Cas v (vertical):

$$f_v(\pi) = -\left(\frac{F_2(\alpha = \pi, \beta = \alpha_o)}{ik}\right)^* = \frac{p_l}{k}$$

Cas h (horizontal):

$$f_h(\pi) = -\left(\frac{F_2(\alpha = \pi/2, \beta = \alpha_o)}{ik}\right)^* = -\frac{p_r}{k}$$

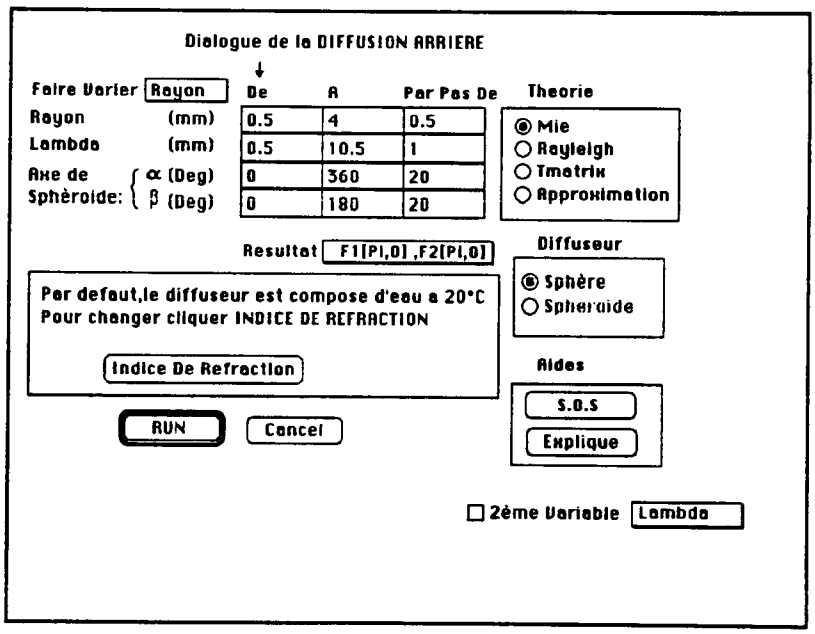
Morrison

$$S_I(\pi) = -\left(F_2(\alpha = \pi, \beta = \alpha_o)\right)^* = -i\ p_l$$

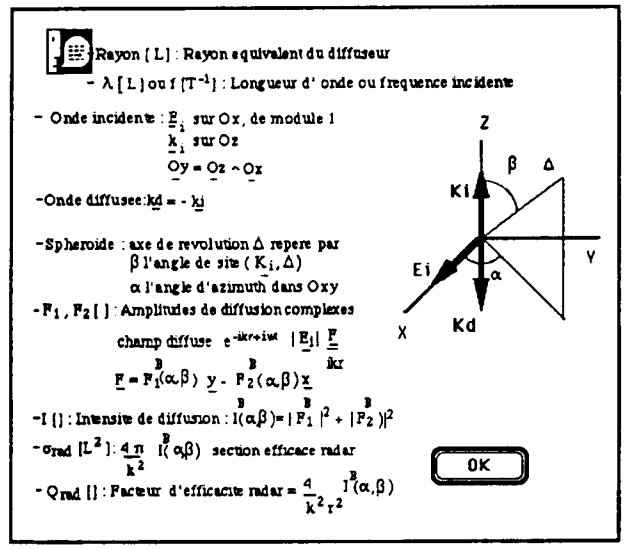
$$S_{II}(\pi) = -\left(F_2(\alpha = \pi/2, \beta = \alpha_o)\right)^* = i\ pr$$

Vu par Chloé

La fenêtre de dialogue est presque semblable à celles que nous avons présentées plus haut:

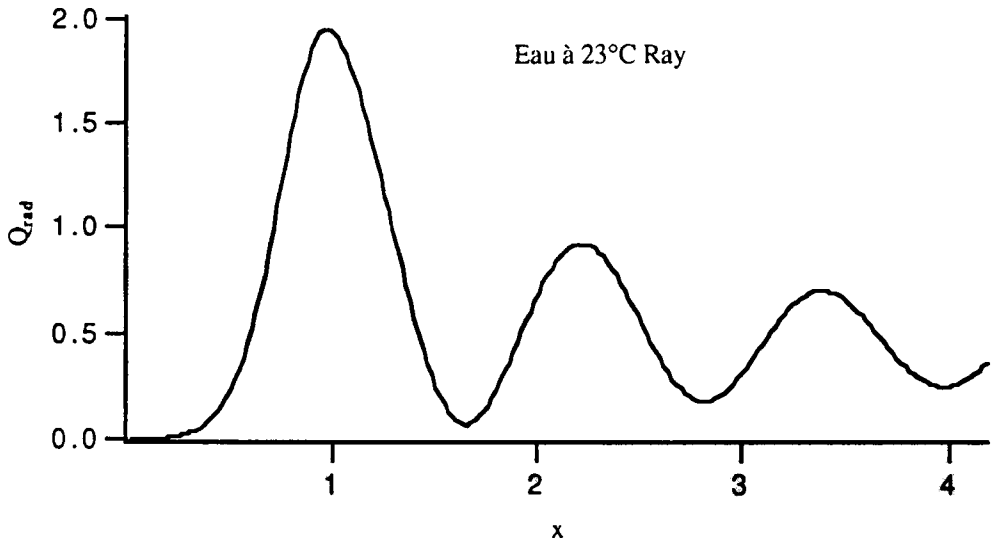


et la fenêtre "EXPLIQUE" est:



Quelques résultats

A titre d'illustration, la courbe ci-dessous présente, pour une goutte d'eau sphérique, les variations du faceur d'efficacité radar en fonction du rayon. On a utilisé la théorie de Mie. La grandeur x représentée en abscisse est définie par $x = 2\pi r / \lambda$. Pour une longueur d'onde de 3mm, l'indice de réfraction a la valeur 3,368 - i 1,945. On comparera cette courbe à celle de la figure 61 de l'ouvrage de Van de Hulst.



Bibliographie de la section

1 Morrison J.A. et Cross M.J.
"Scattering of a plane electromagnetic wave by axisymmetric raindrops"
B. S. T. J. (1974) 53 n°6 pp.955-1019

2 Pruppacher H.R. et Beard K.V.
"A wind tunnel investigation of the internal circulation and shape of water drops falling at terminal velocity in air"
Quart. J. Roy. Meteor. Soc. (1970) 96 pp.247-256

3 Gun R. et Kinzer G.D.
"The terminal velocity of fall for water droplets in stagnant air"
J. Meteorol. (1940) 6 pp.243-248

4 Van De Hulst H. C.
"Light scattering by small particles"
John Wiley & Sons, New York(1957)

5 Barber P. et Yeh C.
"Scattering of electromagnetic waves by arbitrarily shaped dielectric bodies"
Applied optics (1975) 14 n°2 pp.2864-2872

6 Waterman P.C.
"Matrix formulation of electromagnetic scattering"
Proc. IEEE (1965) 53 n°8 pp.805-812

7 Peterson B.
"Numerical computation of electromagnetic scattering from rotational symmetric configurations"
Institute of Theoretical physics Internal Report TMF 75-1 (1975)

8 Upton S.A.J. et Holt A.R.
"Calculation of scattering parameters at millimetre wave frequencies"
Fourth International Conference on Antennas and Propagation (*ICAP* 1985) Coventry England pp.184-188

9 Oguchi T.
"Scattering from hydrometeors: a survey"
Radio Science (1981) 16 n°5 p. 715

10 Morrison J.A. et Cross M.-J.
"Scattering of a plane electromagnetic wave by axisymmetric raindrops"
B. S. T. J. (1974) 53 n°6 pp. 955-1019

11 Morgan M.A.
"Finite element computation of microwave scattering by raindrops"
Radio Science (1980) 15 n°6 pp. 1109-1119

12 Oguchi T. et Hosoya Y.
"Scattering properties of oblate raindrops and cross polarization of radio waves due to rain (Part II): calculations at microwave and millimeter wave regions"
J. Radio Res. Labs (1974) 21 n°105 pp.191-259

13 Uzunoglu N.K., Evans B.G. et Holt A.R.
"Scattering of electromagnetic radiation by precipitation particles and propagation characteristics of terrestrial and space communication systems"
Proc IEE (1977) 124 n°5 pp.417-424

Effet intégré des hydrométéores

Généralités

Les hydrométéores étant en général très nombreux sur le trajet d'une onde éléctromagnétique, il nous faut définir leur effet global. Le problème est très complexe, car les diffuseurs sont tous différents, que ce soit en ce qui concerne leur taille, leur forme, leur orientation et leur vitesse, pour ne citer que quelques uns des paramètres dont l'effet se fera sentir sur la propagation de l'onde.

Le menu "Hydrométéores" intègre le produit des amplitudes de diffusion définies au chapitre précédent par la fonction de répartition de taille des gouttes. Les grandeurs obtenues dépendent donc encore de l'orientation du diffuseur et de la direction de diffusion, avec les mêmes notations et conventions que dans les calculs de diffusion simple. Puisque c'est le champ incident qui sert de référence, le logiciel est prêt pour y introduire éventuellement une intégration sur l'orientation des gouttes. Le menu "Affaiblissement linéïque", qui utilise les résultats de la diffusion vers l'avant, donne un ordre de grandeur de l'affaiblissement moyen induit par le milieu traversé. Le menu "Diffusion Latérale Intégrée" permet de se faire une idée des diagrammes de diffusion moyens équivalents à un petit volume du milieu .

Les résultats de cette section sont à utiliser avec précaution. Il est en effet faux de multiplier l'affaiblissement linéïque (exprimé en dB/km) par l'épaisseur du milieu traversé pour en déduire l'affaiblissement effectif du signal. Ceci n'est possible que si le milieu est homogène. De même les grandeurs de diffusion latérale intégrée perdent tout leur sens si on les applique à de grands volumes.

Les principales difficultés qui apparaissent dans l'élaboration d'un logiciel tel que Chloé sont dues tout d'abord à la nécessité de faire un compromis entre la vitesse du calcul et la précision du résultat, mais aussi au fait qu'un même programme doit s'adapter à des cas de figure très différents. L'intégration en est un bon exemple: un programme parfaitement adapté à des fonctions régulières sur tout l'intervalle d'intégration donnera de moins bons résultats sur des fonctions dont le support n'occupe qu'une faible partie de ce même intervalle. Nous avons essayé de faire pour le mieux dans Chloé.

Affaiblissement linéïque

Paramètres d'entrée

f	[T^{-1}]	fréquence de l'onde incidente dans le vide
λ	[L]	longueur d'onde incidente dans le vide
α, β	[ ]	orientation de l'axe de révolution du sphéroïde par rapport à l'onde incidente
pluie (R)	[LT-1]	intensité de pluie ou taux précipitant, le plus souvent en mm/h. Dans le cas de la grêle ou de la neige, R est l'équivalent en eau liquide de la précipitation.
T	[θ]	température du milieu: eau et/ou glace suivant le cas

Grandeurs calculées

Total	[L^{-1}]	affaiblissement linéïque total
Horizontal,Vertical	[L^{-1}]	affaiblissement linéïque selon les deux polarisations (cf. le chapitreIII:*Comparaison...*:Morrison) horizontale: β peut varier dans le plan $\alpha=\pi/2$ verticale: β peut varier dans le plan $\alpha=\pi$

Théorie

On peut obtenir une valeur assez précise de l'affaiblissement sur le trajet en utilisant l'approximation de diffusion multiple au premier ordre. Ceci consiste à dire que les phases des ondes diffusées par les hydrométéores ne sont pas reliées entre elles, et que seules les énergies et non pas les amplitudes s'ajoutent.
Dans ce cas, on peut écrire :

$$I = I_0 e^{-\int_0^L A(z)dz}$$

dans laquelle I est l'intensité moyenne de l'onde après la traversée d'une épaisseur L du milieu. I_0 est l'intensité émise. $A(z)$ est l'affaiblissement linéique. L'opposé de l'intégrale est appelé profondeur optique. On montre que:

$$A(z) = \int_0^\infty N(r,z)\sigma_{ext}(r)dr$$

Ici, r est le rayon du diffuseur, N la densité et σ_{ext} la section efficace de diffusion Si N est en m^{-4} et σ_{ext} en m^2, A est en m^{-1}. On l'exprime couramment en dB/m en multipliant par 10/Ln(10)=0.4343. On pourrait traiter de façon identique l'influence des autres paramètres tels que l'orientation.

Pluie ou grêle

On applique la définition ci-dessus, dans laquelle r est le rayon équivalent lorsque les diffuseurs ne sont pas sphériques :

$$A_{dB/m} = \frac{10}{Ln(10)} \int_0^\infty N(r,R)\sigma_{ext}(r,\lambda,n,ell,\alpha,\beta)dr$$

Neige

Le cas de la neige demande quelques explications. Du point de vue météorologique, on classe les divers types de neige d'après le contenu en eau des flocons après fusion, alors que du point de vue électromagnétique c'est la taille réelle qui compte. On est donc amené à distinguer le rayon "réel" du flocon: r et le rayon du flocon fondu: a . Dans ce qui suit, les flocons sont supposés sphériques; ce sont des mélanges d'eau, de glace et d'air. Nous noterons:

ρ_E, p_E, V_E	masse volumique, fraction volumique et volume de la partie eau
ρ_G, p_G, V_G	masse volumique, fraction volumique et volume de la partie glace
ρ_A, p_A, V_A	masse volumique, fraction volumique et volume de la partie air

et

ρ_f, V_f	masse volumique et volume du flocon

L'égalité des masses donne la relation: $\rho_f V_f = \rho_A V_A + \rho_E V_E + \rho_G V_G$

En négligeant le changement de volume entre la glace et l'eau liquide ($\rho_E \approx \rho_G$), on peut écrire

$$r^3 \rho_f = a^3 \rho_E + (r^3 - a^3)\rho_A$$

On peut ici négliger le facteur contenant la massse volumique de l'air, ce qui donne

$$d = \frac{\rho_f}{\rho_E} = \left(\frac{a}{r}\right)^3$$

où d est la densité du flocon de neige. Les approximations que nous venons de faire nous permettent d'établir une relation entre d et les fractions volumiques d'eau et de glace. On peut en effet considérer que la masse d'eau dans le flocon fondu est sensiblement égale à la masse de glace et d'eau dans le flocon non fondu, soit

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \approx V_G \rho_G + V_E \rho_E \approx \rho_E (p_G + p_E) V_f$$

d'où $p_E + p_G = (a/r)^3 = d$. Les cas "neige mouillée" et "neige sèche" proposés à l'utilisateur sont des cas extrêmes. Dans le cas de la neige mouillée, la fraction volumique occupée par la glace est considérée comme nulle, et l'on a $p_E = d$; dans la cas de la neige sèche, c'est la fraction volumique de l'eau qui est négligée et $p_G = d$ (de façon un peu moins exacte à cause du coefficient de fonte que nous avons négligé).

D'autre part, c'est le rayon fondu qui intervient dans la distribution de taille des gouttes telle que nous l'avons définie dans le chapitre 'Densité'. Nous noterons $N(a)$ le nombre des flocons par unité de volume du milieu, dont de rayon fondu est dans l'intervalle $[a, a+da]$. Pour calculer l'affaiblissement linéique, il faut exprimer cette densité en fonction du rayon non fondu r qui intervient du point de vue électromagnétique. Soit $D(r)$ le nombre de flocons dont le rayon non fondu est dans $[r, r+dr]$. Puisque $D(r)\,dr = N(a)\,da$, en utilisant la relation que nous avons déterminée entre d, a et r, on obtient

$$D(r) = N(a)\frac{da}{dr} = N\,(r\sqrt[3]{d})\sqrt[3]{d}$$

d'où

$$A_{dB/m} = 4.343\sqrt[3]{d}\int_0^{\infty} N(r\sqrt[3]{d}, R)\,\sigma_{ext}(r,\lambda,n)\,dr$$

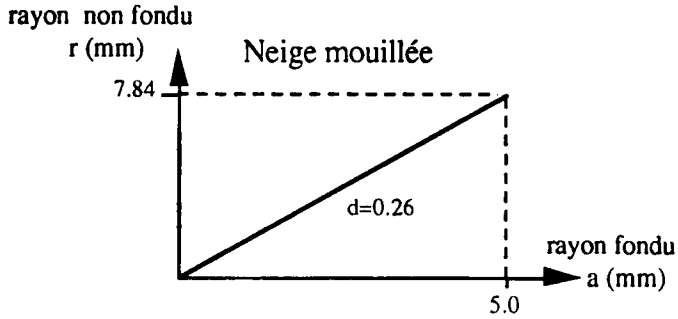
A noter que le taux de précipitation R qui intervient dans la fonction N est l'équivalent en eau liquide de la chute de neige.
Nous avons sélectionné parmi les types de neige présentés par Nishitsuji la neige mouilléee et la neige sèche. On trouvera ci-dessous les paramètres utilisés par défaut dans le calcul de l'affaiblissement. Bien entendu, ce sont les mêmes que nous avons déjà utilisés lors du calcul des indices de réfraction.

• <u>neige mouillée</u>

$$A_{dB/m} = 4.343\sqrt[3]{d}\int_{10^{-4}/\sqrt[3]{d}}^{5/\sqrt[3]{d}} N(r\sqrt[3]{d}, R)\,\sigma_{ext}(r,\lambda,n)\,dr$$

les bornes de l'intégrale sont en mm. L'indice de réfraction n est calculé avec

$$u = 20 \quad p_A = 0.74 \quad p_E = 0.26 \quad p_G = 0$$



• <u>neige sèche</u>
L'intégration sur les rayons se sépare en deux parties

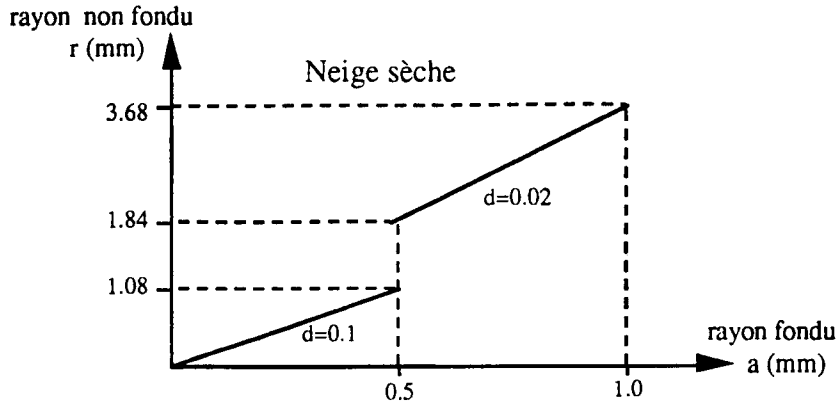
$$A_{dB/m} = 4.343\sqrt[3]{d_1}\int_{10^{-4}/\sqrt[3]{d_1}}^{0.5/\sqrt[3]{d_1}} N(r\sqrt[3]{d_1},R)\sigma_{ext}(r,\lambda,n_1)dr$$

$$+ 4.343\sqrt[3]{d_2}\int_{0.5/\sqrt[3]{d_2}}^{1.0/\sqrt[3]{d_2}} N(r\sqrt[3]{d_2},R)\sigma_{ext}(r,\lambda,n_2)dr$$

Les indices de réfraction n_1 et n_2 sont calculés respectivement avec

n_1: $u = 2$ $p_A = 0.90$ $p_E = 0$ $p_G = 0.1$

n_2: $u = 2$ $p_A = 0.98$ $p_E = 0$ $p_G = 0.02$



L'approximation

Le calcul de l'affaiblissement dans le cas d'un sphéroïde avec la Tmatrice est extrèmement long: chaque appel à ce proogramme prend 2 ou 3 minutes, et il y a autant d'appels que nécessités par le programme d'intégration. Le travail de nuit est fortement conseillé dans ce cas. Comme nous l'avons signalé au chapitre précédent (*§Diffusion Avant*), l'approximation de Upton et Holt fournit un résultat en beaucoup moins de temps. Reprenons l'expression de la section efficace de diffusion qu'ils proposent:

$$\begin{cases} \sigma_{ext}^{app}(r,\lambda,ell,\alpha,\beta) = \cos^2(\beta)\sigma_{ext}^{tmat}(r,\lambda,ell,\alpha = \text{quelc.},\beta = 0) \\ \qquad + \sin^2(\alpha)\sin^2(\beta)\sigma_{ext}^{mie}(r\,ell^{-1/9},\lambda) \\ \qquad + \cos^2(\alpha)\sin^2(\beta)\sigma_{ext}^{mie}(r\,ell^{1/3},\lambda) \end{cases}$$

Puisque nous n'intégrons que sur les rayons, elle se transforme simplement en

$$A = \int N(r)\,\sigma_{ext}^{app}(r,\lambda,ell,\alpha,\beta)dr$$

$$= cos^2(\beta)\int N(r)\,\sigma_{ext}^{tmat}(r,\lambda,ell,\alpha = \text{quelc.},\beta = 0)dr$$

$$+ sin^2(\alpha)\,sin^2(\beta)\int N(r)\,\sigma_{ext}^{mie}(r\,ell^{-1/9},\lambda)dr$$

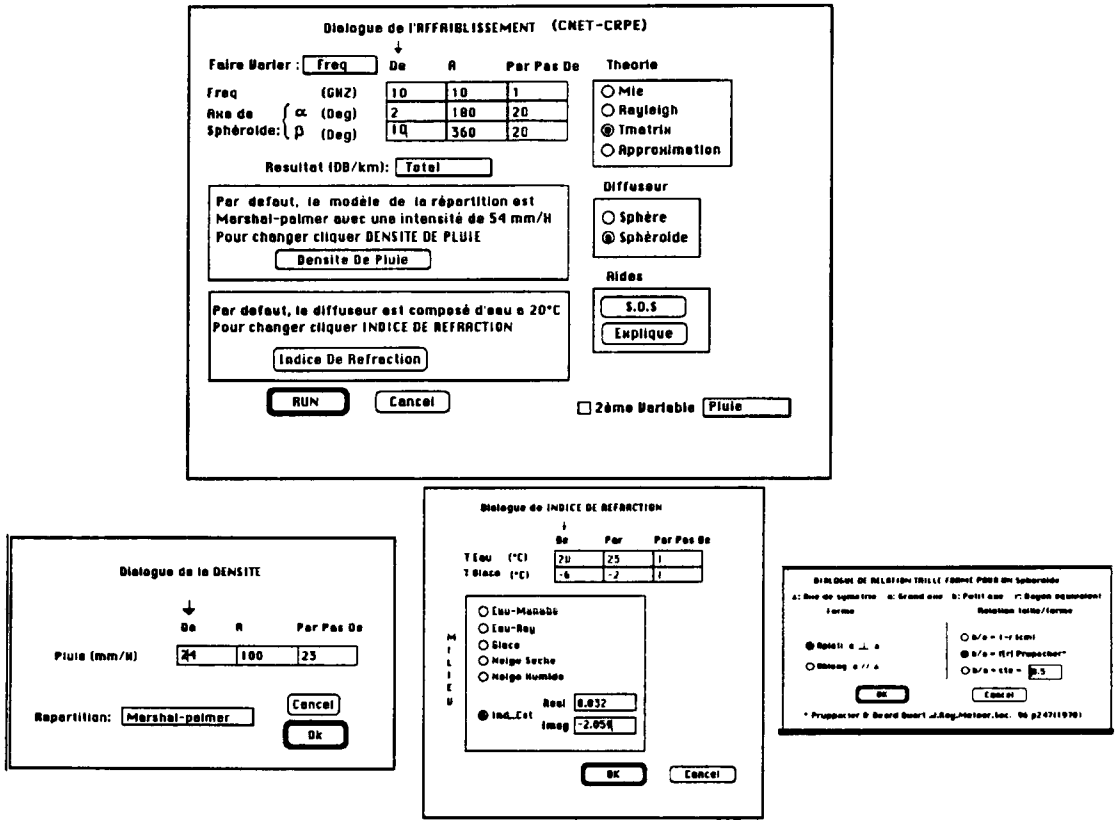
$$+ cos^2(\alpha)\,sin^2(\beta)\int N(r)\,\sigma_{ext}^{mie}(r\,ell^{1/3},\lambda)dr$$

Elle permet de gagner énormément de temps <u>uniquement dans le cas où les angles α et/ou β sont choisis comme variables</u>. On ne calcule qu'une seule fois l'intégrale avec la Tmatrice, et on intègre deux fois la théorie de Mie, qui est plus rapide, et les valeurs de l'affaiblissement s'en déduisent pour tous les angles.

L'intégration

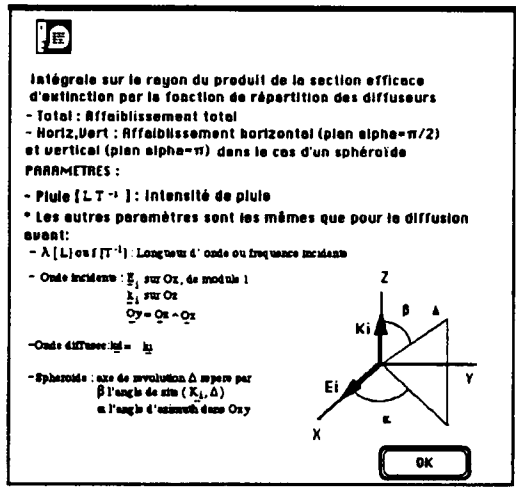
L'intégration sur les rayons est faite par la méthode de Gauss-Legendre sur un intervalle fini, d'un rayon minimum égal à 0.001mm à un rayon maximum égal à 8mm. Le nombre d'abscisses utilisées est 32.

Les fenêtres de dialogue suivantes



permettent de calculer l'affaiblissement linéïque induit par une précipitation de 24mm/h suivant la loi de Marshall-Palmer, pour une onde incidente de fréquence égale à 10 GHz. L'indice de réfraction vaut 8.032 - i 2.059. On peut aussi entrer cette valeur en choisissant la théorie de Ray à 20°C. Le milieu est supposé composé de sphéroïdes, dont les axes ont tous la même inclinaison définie par les angles α =2 degrés et β = 10 degrés, et on utilise la T matrice. L'ellipticité des diffuseurs varie suivant leur taille en suivant la loi de Pruppacher.

La fenêtre "EXPLIQUE" associée est



Diffusion latérale intégrée

Paramètres d'entrée

f	[T^{-1}]	fréquence de l'onde incidente dans le vide
λ	[L]	longueur d'onde incidente dans le vide
α, β	[ ]	orientation de l'axe de révolution du sphéroïde par rapport à l'onde incidente
θ, ϕ	[ ]	direction de diffusion
pluie (R)	[LT-1]	intensité de pluie ou taux précipitant, le plus souvent en mm/h. Dans le cas de la grêle ou de la neige, R est l'équivalent en eau liquide de la précipitation.
T	[θ]	température du milieu: eau et/ou glace suivant le cas

Grandeurs calculées

$I(\theta, \phi)$	[L^{-3}]	Intégrale sur les rayons du produit de la fonction de répartition de taille des diffuseurs par l'intensité de diffusion telle qu'elle est définie au chapitre III : Microphysique. diffusion par un hydrométéore; *diffusion latérale*
I_1, I_2, I_{nat}	[L^{-3}]	Intégration du produit de la fonction de répartiton par l'intensité calculée dans des plans de polarisation particuliers: $I_1 = I(\theta, \phi=0)$ et $I_2 = I(\theta, \phi=\pi/2)$ $I_{nat} = I_1 + I_2$ est l'intensité intégrée pour la lumière naturelle.

Lumière naturelle

Ce menu est une généralisation immédiate du menu d'affaiblissement linéïque. Simplement, il faut remplacer dans les intégrales la section efficace d'extinction par l'intensité diffusée:

$$I_{int} = \int_0^{\infty} N(r,R) I(r,\lambda,n,ell,\alpha,\beta,\theta,\phi)dr$$

Avec les notations classiques de la théorie de Mie pour des diffuseurs sphériques (chapitre III : Microphysique.diffusion par un hydrométéore; *Généralités et notations*) nous allons expliciter ci-dessous les diverses grandeurs calculées. Rappelons que l'intensité diffusée I dans la direction θ, ϕ s'exprime

$$\begin{cases} F_1 = -S_1(\theta)\sin(\phi) \\ F_2 = S_2(\theta)\cos(\phi) \end{cases} \qquad I = \sin^2(\phi)|S_1(\theta)|^2 + \cos^2(\phi)|S_2(\theta)|^2$$

Nous aurons donc

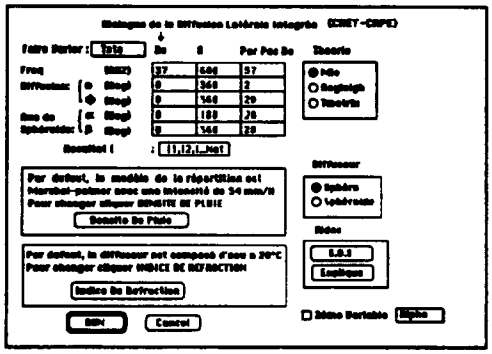
$$I_1 = I(\theta, \phi = 0) = |S_2(\theta)|^2 \qquad I_2 = I(\theta, \phi = \frac{\pi}{2}) = |S_1(\theta)|^2$$

et pour la lumière naturelle dont les plans de polarisation sont répartis aléatoirement

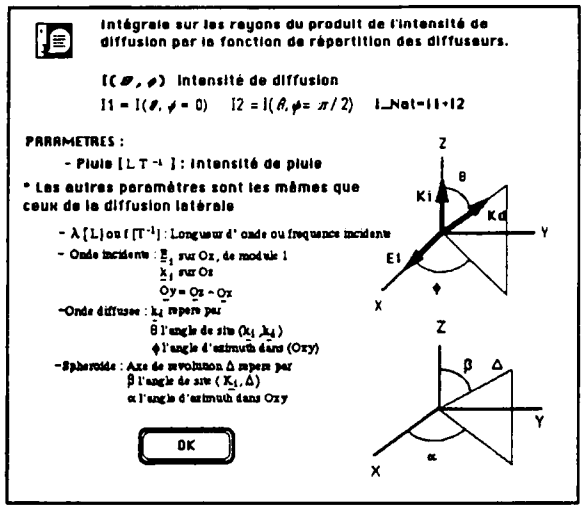
$$I_{nat} = I_1 + I_2 = |S_1(\theta)|^2 + |S_2(\theta)|^2$$

Vu par Chloé

La fenêtre de dialogue est semblable à celle de l'affaiblissement, avec deux variables supplémentaires indiquant la direction de diffusion:

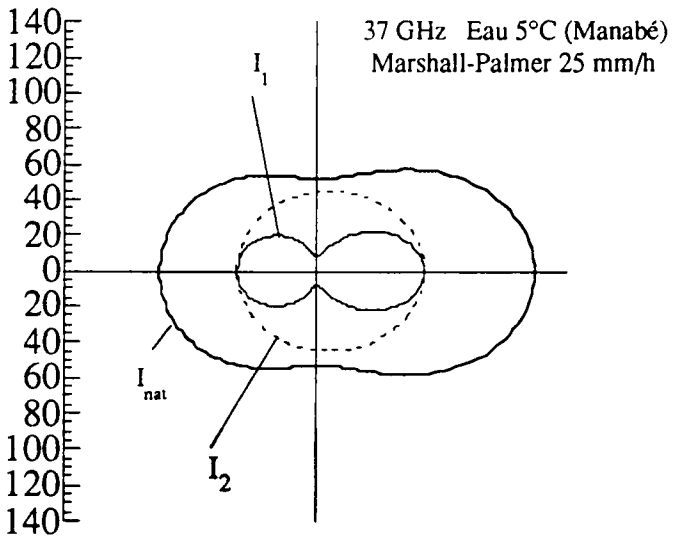


la fenêtre "EXPLIQUE" est

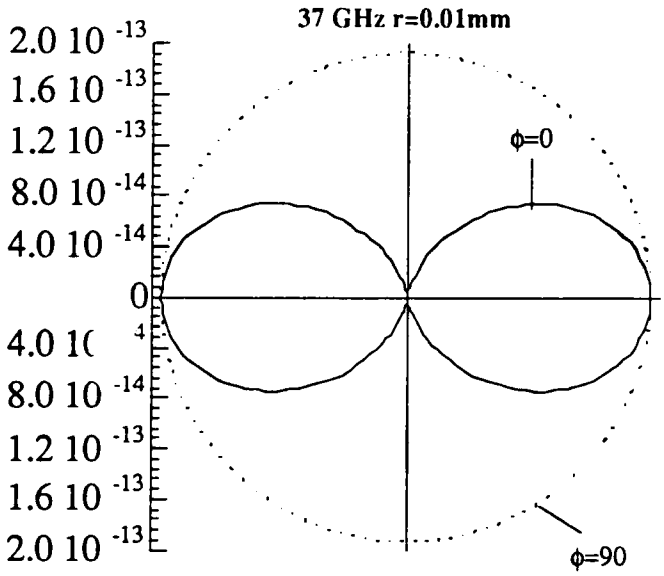


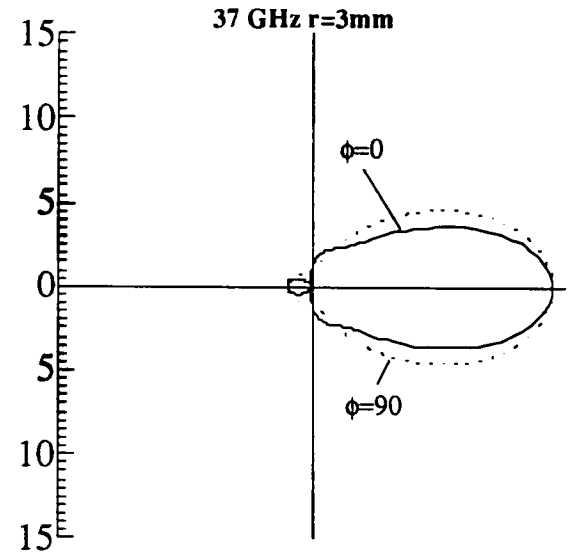
Quelques résultats

Les courbes présentées ici correspondent à la fenêtre donnée en exemple au paragraphe précédent. Les valeurs de l'indice de réfraction et de la densité ont été modifiées en ouvrant les fenêtres concernées. Le calcul des 181 points a necessité environ 3 minutes.



La diffusion intégrée représente la moyenne d'indicatrices de diffusion dont les extrèmes correspondent aux gouttes très petites (figure de gauche), pour lesquelles on retrouve les caractéristiques de la diffusion de Rayleigh, et aux grosses gouttes qui diffusent principalement vers l'avant (figure de droite). Dans les deux figures qui suivent, l'intensité de diffusion d'une goutte unique est tracée en polaire, la direction avant étant vers la droite du dessin. On constate que dans notre cas, les petites gouttes, bien qu'elles diffusent beaucoup moins, l'emportent par le nombre dans l'effet total.





Validation

Dans ce chapitre, nous comparons les résultats de Chloé à ceux obtenus par d'autres méthodes, et que nous avons trouvés dans la littérature. Si les résultats en diffusion avant et arrière sont relativement nombreux, il est très difficile d'en trouver en diffusion latérale.

Diffusion latérale

Morgan[1]

La diffusion par des gouttes de la forme de Pruppacher et Pitter est calculée en faisant appel à la méthode des éléments finis. Dans l'article, l'auteur considère également des gouttes sphéroïdales, et présente des courbes de diffusion latérale que nous avons essayé de reproduire.

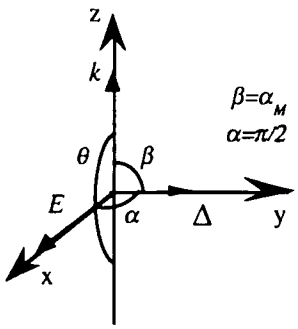
Les notations employées sont explicitées dans le paragraphe *Diffusion avant: comparaison des notations...* Les quatre séries de courbes correspondent aux polarisations V et H du champ incident, et pour chacune à un champ diffusé dans le plan du vecteur $\underline{E}$ (plan E) ou du vecteur $\underline{H}$ (plan H). Les gouttes sont composées d'eau à 10°C, l'indice de réfraction est donné par la formule de Ray. Le rayon équivalent est de 3.5mm, la fréquence de 30GHz, et l'angle d'incidence α_{Morgan} égal à 90°.

Figure 4: Polarisation H

L'orientation de l'axe de symétrie et du champ incident correspond aux angles $\alpha = \pi / 2$ $\beta = \alpha_M = \pi/2$.

L'angle θ varie entre 0 et π.

Plan E: il est défini par $\phi = 0$: le champ diffusé est observé dans le plan (x, z).

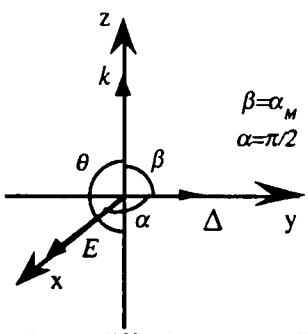


L'amplitude F_1 est nulle, le champ diffusé est aligné avec le vecteur $\underline{e}_\theta$ dans le plan $(\underline{E}, \underline{k})$ et l'on a:

$$f_h = -i\, F_2^{\phi=0}(\alpha = \pi/2, \beta = \alpha_M = \pi/2)$$

Lorsque $\theta = \pi$, l'amplitude fournie correspond à un champ dans la direction $-\underline{x}$; la phase est donc opposée à celle que l'on obtient dans le plan H pour $\theta = \pi$. L'auteur utilise les mêmes conventions, car s'il projetait l'amplitude de diffusion pour des angles θ intermédiaires sur la direction du champ incident, il obtiendrait une valeur nulle pour $\theta = \pi/2$, ce qui n'est pas le cas.

Plan H: il est défini par $\phi = 3\pi/2$: le champ diffusé est observé dans le plan $(-y, z)$.



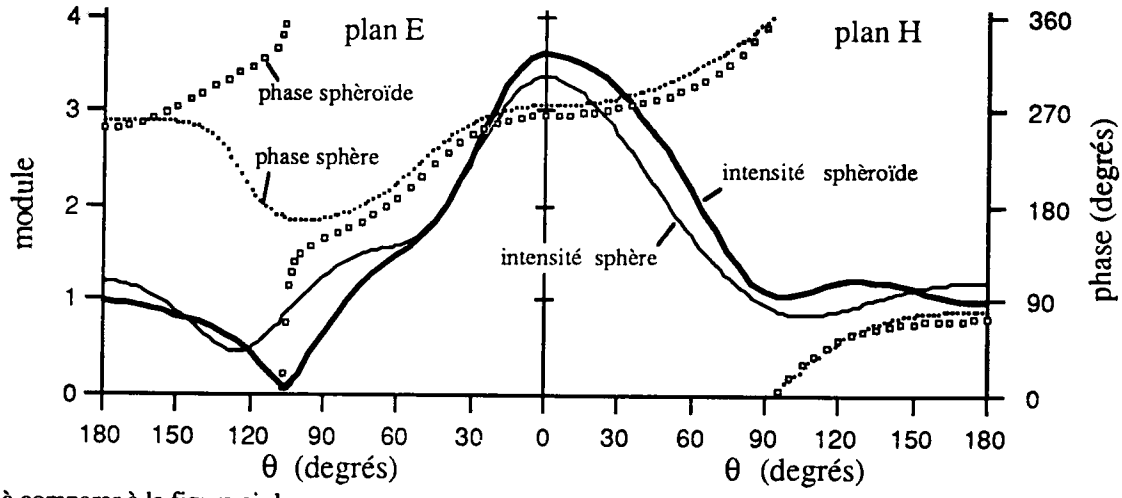
L'amplitude F_2 est nulle, le champ diffusé est donc aligné avec le vecteur $\underline{e}_\phi$, donc toujours avec le champ incident, et l'on a:

$$f_h = -i\, F_1^{\phi=3\pi/2}(\alpha = \pi/2, \beta = \alpha_M = \pi/2)$$

La représentation: Afin de comparer facilement nos résultats avec ceux de Morgan, nous utiliserons la même représentation qui permet de visualiser le module et la phase du champ diffusé simultanément dans les deux plans de polarisation. On obtient la même direction de diffusion dans les deux plans pour $\theta = 0$ c'est la diffusion avant. Sur la partie gauche du graphique, la direction de diffusion varie dans le plan $(\underline{E}, \underline{k})$; dans la partie droite, elle varie dans le plan $(\underline{E}, \Delta)$. Pour $\theta = \pi$, on retrouve la direction de diffusion arrière.

Le calcul est fait pour une sphère et un sphéroïde. L'intensité est représentée par une ligne continue, et la phase par des points ou des carrés.

Les résultats tirés de Morgan concernent la diffusion par un sphéroïde aplati "Oblate Spheroid drop" et une goutte ayant la forme de Pruppacher et Pitter "PP drop".



à comparer à la figure ci-dessous

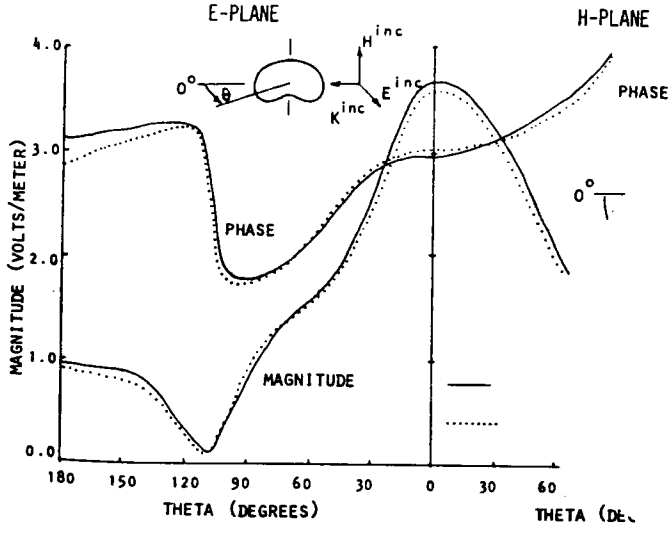
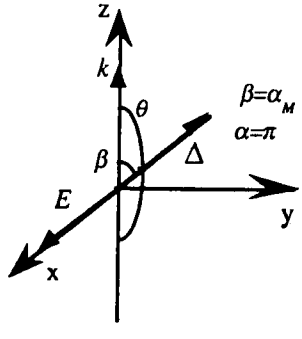


Figure 5: Polarisation V

L'orientation de l'axe de symétrie et du champ incident correspond aux angles $\alpha = \pi$ $\beta = \alpha_M = \pi/2$. Etant donnée la symétrie de nos gouttes, nous obtenons les mêmes résultats avec $\alpha = 0$ $\beta = \alpha_M = \pi/2$. L'angle θ varie entre 0 et π.

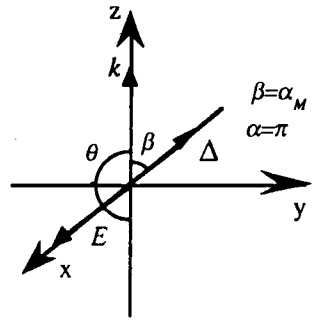
Plan E: il est défini par $\phi = \pi$.



L'amplitude F_1 est nulle, le champ diffusé est donc aligné avec le vecteur $\underline{e}_\theta$ et l'on a (voir: *Diffusion avant, remarques*):

$$f_v = -i\, F_2^{\phi=0}(\alpha = \pi, \beta = \alpha_M = \pi/2) = i\, F_2^{\phi=\pi}(\alpha = \pi, \beta = \alpha_M = \pi/2)$$

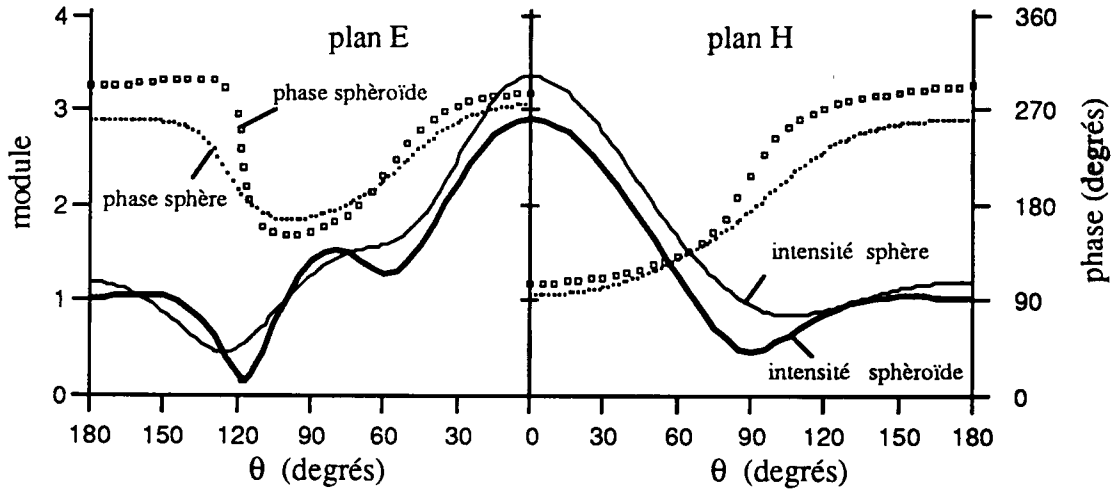
Plan H: il est défini par $\phi = 3\pi/2$.



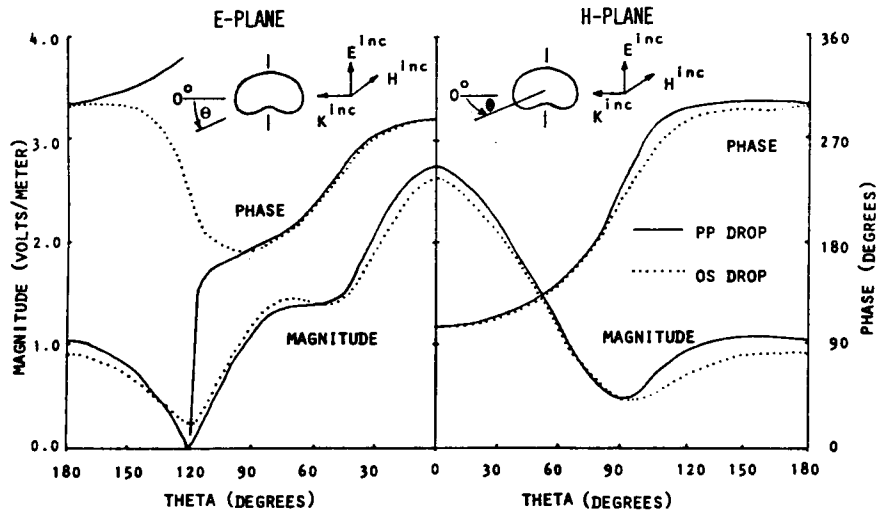
L'amplitude F_2 est nulle, le champ diffusé est donc aligné avec le vecteur $\underline{e}_\phi$, donc avec le champ incident, et l'on a:

$$f_v = -i\, F_1^{\phi=3\pi/2}(\alpha = \pi, \beta = \alpha_M = \pi/2)$$

Afin d'obtenir la même courbe que l'auteur, nous avons représenté dans ce plan la grandeur $-f_v$, ce qui se traduit par un saut de 180° de la phase pour $\theta = 0$.



La figure équivalente de Morgan est:



Uzunoglu[2]

Les auteurs utilisent la méthode de l'équation intégrale de Fredholm (FIM). L'amplitude de diffusion est donnée par une intégrale du champ électrique dans le volume du diffuseur. Le champ $\underline{E}$ lui-même est solution d'une équation intégrale résolue par discrétisation dans l'espace de Fourier. On trouvera ci dessous une comparaison de certains résultats de l'article avec les valeurs calculées par Chloé.

Table 5 p.419

A 20 GHz, elle donne les amplitudes diffusées par des gouttes composées d'eau à 20°C. Elles ont la forme de sphéroïdes aplatis, et vérifient la relation $b/a = 1 - r$ (ou le rayon équivalent r est en cm). (cf § *Généralités et notations: diffuseur sphéroïdal).* L'indice de réfraction est calculé par la théorie de Ray; l'auteur prend la valeur N =6.614+ i 2.780. Chloé utilise la valeur quelque peu différente de N= 6.613- i 2.781 (ceci est un arrondi, la valeur effectivement utilisée est en double précision). Le signe opposé de la partie imaginaire provient de la convention différente concernant le temps. Avec $k=2\pi/\lambda$, valant ici 4.19169 cm^{-1}, on passe d'une notation à l'autre par

$$f_v(0,\alpha_0 = 0,\bar{a}) = f_h(0,\alpha_0 = 0,\bar{a}) = \frac{i}{k} F_2^*(\alpha = \pi, \beta = \alpha_0 = 0)$$

soit

$$Re(f) = \frac{Im(F_2)}{k} \qquad Im(f) = \frac{Re(F_2)}{k}$$

incid. 0°	Chloé Tmatrice				Uzunoglu	
	Notations de Chloé		Notations de Uzunoglu			
r mm	Re($F2$)	Im($F2$)	Re(fv) cm	Im(fv) cm	Re(fv) cm	Im(fv) cm
0,5	1,1118E-03	9,6973E-03	2,3135E-03	2,6524E-04	2,310E-03	2,645E-04
1	3,4772E-02	7,5905E-02	1,8108E-02	8,2955E-03	1,809E-02	8,287E-03
1,5	1,5820E-01	2,2256E-01	5,3096E-02	3,7741E-02	5,31E-02	3,76E-02
2	5,0222E-01	3,8546E-01	9,1958E-02	1,1981E-01	9,0E-02	1,2E-01
2,5	9,9902E-01	3,6627E-01	8,7380E-02	2,3833E-01	8,9E-02	2,4E-01
3	1,4438E+00	2,4941E-01	5,9501E-02	3,4444E-01	6E-02	3,5E-01

Pour un angle d'incidence de $\pi/2$, les amplitudes v et h sont différentes, et l'on a:

$$f_v(0,\alpha_0 = \pi/2,\bar{a}) = \frac{i}{k} F_2^*(\alpha = \pi, \beta = \alpha_0 = \pi/2)$$

$$f_h(0,\alpha_0 = \pi/2,\bar{a}) = \frac{i}{k} F_2^*(\alpha = \pi/2, \beta = \alpha_0 = \pi/2)$$

incid. 90°	Chloé Tmatrice				Uzunoglu	
	Notations de Chloé		Notations de Uzunoglu			
r mm	Re($F2,\alpha=\pi$)	Im($F2,\alpha=\pi$)	Re(fv) cm	Im(fv) cm	Re(fv) cm	Im(fv) cm
0,5	1,0590E-03	9,1488E-03	2,1826E-03	2,5264E-04	2,179E-03	2,520E-04
1	3,2722E-02	6,5210E-02	1,5557E-02	7,8064E-03	1,554E-02	7,792E-03
1,5	1,2103E-01	1,6092E-01	3,8390E-02	2,8874E-02	3,84E-02	2,88E-02
2	3,0971E-01	2,7831E-01	6,6396E-02	7,3887E-02	6,5E-02	7,4E-02
2,5	5,7563E-01	3,1697E-01	7,5619E-02	1,3733E-01	7,7E-02	1,4E-01
3	7,9371E-01	3,4026E-01	8,1175E-02	1,8935E-01	8E-02	2E-01
	Notations de Chloé		Notations de Uzunoglu			
r mm	Re($F2,\alpha=\pi/2$)	Im($F2,\alpha=\pi/2$)	Re(fh) cm	Im(fh) cm	Re(fh) cm	Im(fh) cm
0,5	1,1511E-03	9,7159E-03	2,3179E-03	2,7461E-04	2,315E-03	2,739E-04
1	3,6885E-02	7,3688E-02	1,7580E-02	8,7996E-03	1,760E-02	8,792E-03
1,5	1,6067E-01	2,0559E-01	4,9047E-02	3,8331E-02	4,90E-02	3,83E-02
2	4,8491E-01	3,3356E-01	7,9576E-02	1,1568E-01	7,9E-02	1,2E-01
2,5	8,9251E-01	2,6998E-01	6,4408E-02	2,1292E-01	6,5E-02	2,1E-01
3	1,2037E+00	1,8983E-01	4,5287E-02	2,8716E-01	5E-02	2,9E-01

Ces tableaux illustrent bien le fait que <u>toutes les décimales de Chloé ne sont pas significatives</u>. Il est très difficile de donner automatiquement le nombre de chiffres à conserver dans un résultat. Une méthode pour le connaître est de calculer la diffusion avec la même méthode, en utilisant des résolutions de plus en plus grandes et en conservant les décimales communes. Ceci était imposible sans nuire gravement à la vitesse du logiciel.

Table 7 p.420

Les résultats ci-dessous concernent toujours des gouttes d'eau en forme de sphéroïdes aplatis, à la température de 20°C. Le rayon équivalent est de 2mm. A la fréquence de 11 GHz, l'auteur utilise la valeur $N = 7.884 + i\,2.184$ donnée par la théorie de Ray. Chloé utilise une valeur en double précision dont l'arrondi est $N = 7.883 + i\,2.185$. La relation taille-forme est la même que plus haut, mais la goutte est maintenant inclinée par rapport au champ incident. Le nombre d'onde k vaut ici 2.30543 cm^{-1}. Nous avons donc:

$$f_v(0,\alpha_0 = 30°,\bar{a}) = \frac{i}{k} F_2^*(\alpha = \pi, \beta = \alpha_0 = 30°)$$

$$f_h(0,\alpha_0 = 30°,\bar{a}) = \frac{i}{k} F_2^*(\alpha = \pi/2, \beta = \alpha_0 = 30°)$$

La comparaison entre les résultats de Chloé par la Tmatrice et de Uzonoglu par la méthode FIM donne

	polarisation h			polarisation v		
	Chloé	Tmatrice	Uzunoglu	Chloé	Tmatrice	Uzunoglu
	F2	*fh* cm	*fh* cm	*F2*	*fv* cm	*fv* cm
partie réelle	5,3725E-02	3,7886E-02	3,78E-02	5,1827E-02	3,5282E-02	3,52E-02
partie imaginaire	8,7344E-02	2,3304E-02	2,33E-02	8,1341E-02	2,2480E-02	2,25E-02

Morrison[3]

La diffusion est calculée par une méthode de collocation (point matching). Les solutions sont développées en harmoniques sphériques, puis tronquées. Elles sont ensuite raccordées sur la surface du diffuseur, en un plus grand nombre de points que d'inconnues, avec un ajustement aux moindres carrés.

Table IV P.980

Avec un longueur d'onde de 16,575 mm, soit environ 18.1 Ghz, on y trouve les amplitudes diffusées par des gouttes composée d'eau à 20°C. Elles ont la forme de sphéroïdes aplatis, et vérifient la relation $b/a = 1 - r$ (ou le rayon équivalent r est en cm). (cf § *Généralités et notations: diffuseur sphéroïdal*). L'indice de réfraction est calculé par la théorie de Ray; l'auteur prend la même vaelur que Chloé, N=6,859+ i 2,716. Le signe opposé de la partie imaginaire provient de la convention différente concernant le temps. On passe d'une notation à l'autre par

$$S_I(0) = F_2^*(\alpha = \pi, \beta = \alpha_0)$$
$$S_{II}(0) = F_2^*(\alpha = \pi/2, \beta = \alpha_0)$$

Dans ce cas, l'angle α_0 est égal à 90°.

polar. I	16.575 mm Chloé				Morrison	
	Notations de Chloé		Notations de Morrison			
r mm	Re(*F2*)	Im(*F2*)	RE *S I* (0)	Im *S I* (0)	RE *S I* (0)	Im *S I* (0)
1	2,2607E-02	5,1251E-02	2,2607E-02	-5,1251E-02	2,2608E-02	-5,1254E-02
1,5	8,5337E-02	1,2215E-01	8,5337E-02	-1,2215E-01	8,5403E-02	-1,2201E-01
2	2,1719E-01	2,2887E-01	2,1719E-01	-2,2887E-01	2,1700E-01	-2,1700E-01
2,5	4,2708E-01	3,0544E-01	4,2708E-01	-3,0544E-01	4,307E-01	-2,999E-01

polar. II	16.575 mm Chloé				Morrison	
	Notations de Chloé		Notations de Morrison			
r mm	Re(*F2*)	Im(*F2*)	RE *S II* (0)	Im *S II* (0)	RE *S II* (0)	Im *S II* (0)
1	2,5695E-02	5,7584E-02	2,5695E-02	-5,7584E-02	2,5696E-02	-5,7588E-02
1,5	1,0829E-01	1,5724E-01	1,0829E-01	-1,5724E-01	1,0834E-01	-1,5714E-01
2	3,3908E-01	2,9876E-01	3,3908E-01	-2,9876E-01	3,3903E-01	-2,9883E-01
2,5	7,1486E-01	3,1983E-01	7,1486E-01	-3,1983E-01	7,173E-01	-3,136E-01

Table VII p.981

La longueur d'onde est 10mm, et l'angle l'angle α_0 est égal à 50°. L'indice de réfraction est N=5,581+ i 2,848 pour Chloé et Morrison.

polar. I	10 mm Chloé				Morrison	
	Notations de Chloé		Notations de Morrison			
r mm	Re(*F2*)	Im(*F2*)	RE *S I* (0)	Im *S I* (0)	RE *S I* (0)	Im *S I* (0)
1,5	6,0014E-01	3,5749E-01	6,0014E-01	-3,5749E-01	6,0012E-01	-3,5745E-01
3,5	3,4474E+00	4,4035E-01	3,4474E+00	-4,4035E-01	3,24	-5,7E-01

polar. II	10 mm Chloé				Morrison	
	Notations de Chloé		Notations de Morrison			
r mm	Re(*F2*)	Im(*F2*)	RE *S II* (0)	Im *S II* (0)	RE *S II* (0)	Im *S II* (0)
1,5	7,0370E-01	3,5524E-01	7,0370E-01	-3,5524E-01	7,0369E-01	-3,5523E-01
3,5	3,6555E+00	4,4530E-02	3,6555E+00	-4,4530E-02	3,72	-4E-02

Diffusion arrière

Uzunoglu[2]

Voir le paragraphe concernant la diffusion avant. Les amplitudes de diffusion arrière se trouvent dans les mêmes tables.

Table 5 p.419

Les conditions sont les mêmes que pour la diffusion avant: la fréquence est 20 GHz, les gouttes d'eau sont sphéroïdales avec b/a=1- r. L'indice de réfraction est donné par la théorie de Ray à 20°C. Les formules de passage sont maintenant, pour un angle d'incidence de 0°:

$$f_v(\pi,\alpha_0=0,\bar{a})=f_h(\pi,\alpha_0=0,\bar{a})=-\frac{i}{k}F_2^*(\alpha=\pi,\beta=\alpha_0=0)$$

soit

$$Re(f)=-\frac{Im(F_2)}{k}\qquad Im(f)=-\frac{Re(F_2)}{k}$$

incid. 0°	Chloé Tmatrice				Uzunoglu	
	Notations de Chloé		Notations de Uzunoglu			
r mm	Re($F2$)	Im($F2$)	Re(fv) cm	Im(fv) cm	Re(fv) cm	Im(fv) cm
0,5	1,7912E-04	-8,7992E-03	2,0992E-03	-4,2732E-05	2,096E-03	-4,253E-05
1	1,4589E-02	-8,7813E-02	2,0949E-02	-3,4805E-03	2,092E-02	-3,470E-03
1,5	-5,7664E-02	-3,4474E-01	8,2244E-02	1,3757E-02	8,22E-02	1,36E-02
2	-3,2058E-01	-6,3640E-01	1,5182E-01	7,6480E-02	1,5E-01	7,9E-02
2,5	-6,7458E-01	-7,7472E-01	1,8482E-01	1,6093E-01	1,8E-01	1,6E-01
3	-8,3314E-01	-7,9322E-01	1,8924E-01	1,9876E-01	2E-01	2E-01

Lorsque l'angle d'incidence vaut $\pi/2$, les amplitudes v et h sont différentes, et l'on a:

$$f_v(\pi,\alpha_0=\pi/2,\bar{a})=-\frac{i}{k}F_2^*(\alpha=\pi,\beta=\alpha_0=\pi/2)$$

$$f_h(\pi,\alpha_0=\pi/2,\bar{a})=-\frac{i}{k}F_2^*(\alpha=\pi/2,\beta=\alpha_0=\pi/2)$$

incid. 90°	Chloé Tmatrice				Uzunoglu	
	Notations de Chloé		Notations de Uzunoglu			
r mm	Re($F2,\pi$)	Im($F2,\pi$)	Re(fv) cm	Im(fv) cm	Re(fv) cm	Im(fv) cm
0,5	2,3265E-04	-8,2375E-03	1,9652E-03	-5,5503E-05	1,962E-03	-5,527E-05
1	1,6797E-02	-7,6426E-02	1,8233E-02	-4,0072E-03	1,820E-02	-4,005E-03
1,5	-2,1318E-02	-2,7686E-01	6,6050E-02	5,0858E-03	6,61E-02	4,91E-03
2	-1,3618E-01	-4,8875E-01	1,1660E-01	3,2488E-02	1,2E-01	3,4E-02
2,5	-2,6584E-01	-5,8325E-01	1,3914E-01	6,3421E-02	1,4E-01	6,1E-02
3	-2,6036E-01	-4,9141E-01	1,1723E-01	6,2113E-02	1E-01	8E-02
	Notations de Chloé		Notations de Uzunoglu			
r mm	Re($F2,\pi/2$)	Im($F2,\pi/2$)	Re(fh) cm	Im(fh) cm	Re(fh) cm	Im(fh) cm
0,5	2,1767E-04	-8,7653E-03	2,0911E-03	-5,1929E-05	2,088E-03	-5,170E-05
1	1,6142E-02	-8,8924E-02	2,1214E-02	-3,8510E-03	2,124E-02	-3,745E-03
1,5	-5,6908E-02	-3,3434E-01	7,9763E-02	1,3576E-02	7,97E-02	1,35E-02
2	-2,8837E-01	-5,7797E-01	1,3788E-01	6,8796E-02	1,4E-01	7,8E-02
2,5	-5,1900E-01	-5,8573E-01	1,3974E-01	1,2382E-01	1,4E-01	1,2E-01
3	-4,6080E-01	-4,1233E-01	9,8368E-02	1,0993E-01	9E-02	1E-01

Commentaires sur les calculs de diffusion

Il nous semble utile de préciser quelques points concernant le calcul de la diffusion. Le problème de diffusion simple se présente ainsi: trouver un champ électromagnétique dans tout l'espace qui satisfasse les équations de Maxwell dans le diffuseur et à l'extérieur de celui-ci, et vérifie des conditions de rayonnement ainsi que de continuité à la traversée de la surface de l'objet. Nous supposerons qu'une telle solution existe, et nous l'appellerons "solution vraie".

Toute la difficulté vient de ce que l'on ne sait pas résoudre analytiquement ces équations; on a donc recours à des méthodes numériques. Sans rentrer dans le détail d'aucun modèle précis, on peut décomposer le champ électromagnétique sur des fonctions de base (dont le choix reste à faire) et imposer le respect des conditions aux limites en un certain nombre de points. Ceci explique pourquoi la précision du calcul diminue lorsque le paramètre kr (taille relative du diffuseur par rapport à la longueur d'onde) augmente: le temps de calcul ainsi que la place mémoire disponible étant limités, on ne peut plus utiliser suffisamment de points pour décrire le diffuseur, et la méthode finit par diverger. De manière générale, et simplement pour préciser les idées, les auteurs donnent 3 chiffres significatifs pour kr de l'ordre de 0.5, 2 pour kr de l'ordre de 1, et un seul chiffre pour kr de l'ordre de 1.5 à 2. Ceci dépend également un peu de la polarisation.

De plus, la convergence est loin d'être établie pour toutes les méthodes.
Par convergence, nous entendons tout d'abord convergence numérique: l'algorithme de calcul fournit un résultat "raisonnable" dans la limite des erreurs demandées. Des travaux sur ce sujet concernant la Tmatrice ont été faits par exemple par Kristensson[4]
L'autre aspect de la convergence, aussi important, sinon plus est la convergence mathématique. L'algorithme, lorsqu'il converge numériquement le fait-il vers la vraie solution? Il serait très ennuyeux, mais malheureusement pas impossible, d'obtenir un résultat ayant une "bonne allure", mais sans rapport avec la solution cherchée! Pour valider le résultat, il faut: soit démontrer la convergence, ce qui est difficile, soit le comparer avec la vraie solution, ce qui est impossible puisque nous ne la connaissons pas. Bendali[5] a montré que la méthode des éléments finis développée sur des fonctions convenables conduit à une solution approchée unique qui converge vers la solution vraie.

On s'arrête donc au compromis suivant: les diverses méthodes donnent des résultats qui finalement ne sont pas trop éloignés les uns des autres; de plus, les grandeurs physiques que l'on peut en déduire représentent assez bien la réalité physique. (Il faut noter ici que l'on de dispose pas de mesures pécises de la diffusion par une seule goutte d 'eau par exemple, et que le calcul d'une grandeur telle que l'affaiblissement contient beaucoup d'hypothèses simplificatrices.) On admet donc que les résultats que l'on obtient sont la solution de notre problème.

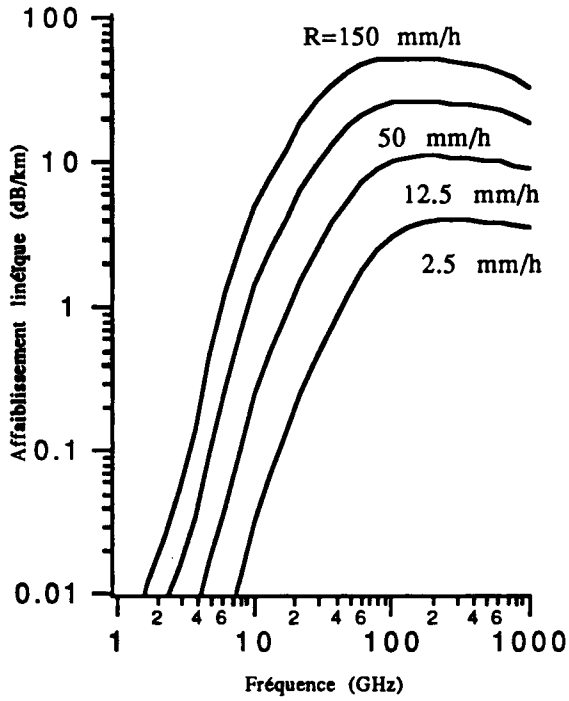
L'utilisateur comprendra maintenant qu'il ne doit pas s'attendre à obtenir le champ diffusé avec 15 chiffres significatifs, et que les résultats seront peut-être un peu différents de ceux des autres auteurs. Signalons enfin qu'une même méthode programmée sur deux machines distinctes peut aussi donner des valeurs différentes. Si néanmoins les champs diffusés calculés par Chloé sont très différents, il peut s'agir d'une erreur que nous serons heureux de corriger lorsque nous en aurons connaissance.

Institut de l'Information Scientifique et Technique - INIST

Affaiblissement lineïque

Oguchi[6]

Dans cet article de revue, l'auteur présente, en plus de résultats de diffusion simple, des résultats d'atténuation par la pluie et la neige. On y trouvera également de nombreuses références. A titre d'exemple, nous avons retracé avec Chloé la figure 32 de l'article d'Oguchi (que lui-même a tirée de Rogers[7]:



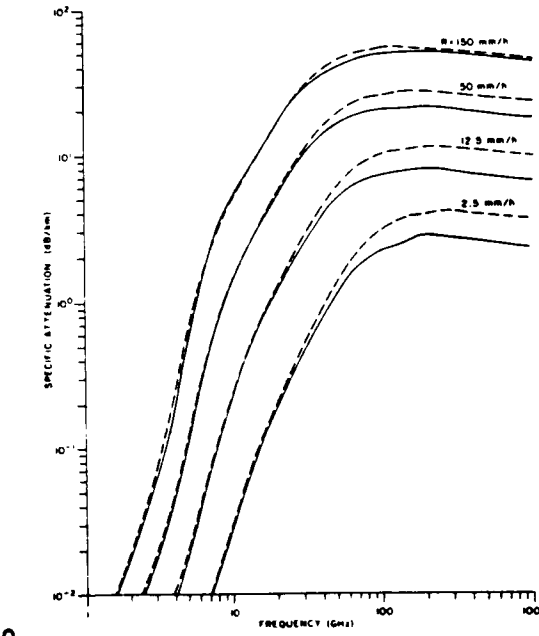


Fig. 32. Frequency characteristics of rain attenuation at rain temperature 20°C, for the LP (solid curves) and MP (dashed curves) drop-size distributions (After Rogers and Olsen [159])

Les courbes ci-dessus représentent les variations en fonction de la fréquence de l'affaiblissement linéïque calculé pour une répartition de Marshall-Palmer, à une température de 20°C (formule de Ray) et pour diverses valeurs de l'intensité de pluie. Les gouttes sont supposées sphériques, et nous avons utilisé la théorie de Mie. Sur la figure 32, on trouve en plus l'affaiblissement correspondant à une répartition de Laws et Parsons. Les courbes sont très semblables, mais on peut remarquer que Chloé donne un résultat un peu plus faible lorsque R=150 mm/h pour les hautes fréquences.

Setzer[8]

L'auteur calcule le coefficient d'extinction dû à la pluie, ce que nous nommons affaiblissement lineïque, en supposant des gouttes sphériques et en utilisant une distribution de Laws et Parsons. La diffusion est calculée par la théorie de Mie. Nous avons évalué l'affaiblissement lineïque avec Chloé, dans les conditions les plus proches possibles, c'est à dire avec une distribution de Marshall-Palmer. L'indice de réfraction est dans un cas identique à celui donné par Setzer, dans l'autre cas, il est calculé par la formule de Manabe à 20°C. En haut et à gauche de chaque tableau se trouvent la longueur d'onde ainsi que l'ordre de grandeur de la fréquence correspondante.
Le coefficient de l'article s'obtient en multipliant la valeur A (dB/km) par Ln(10)/10 soit environ 0.2303.

Table IV

1 mm 300GHz	Chloé n=2.587 -i 0.937		Setzer n=2.587 -i 0.937	Chloé n=2.505 -i 1.003	Man. 20°C
R mm/h	A dB/km	A km-1	Extinct. km-1	A dB/km	A km-1
1,25	2,515	0,579	0,3428	2,468	0,568
2,5	3,897	0,897	0,5452	3,848	0,886
5	6.005	1,383	0,8856	5,954	1,371
25	16,16	3,721	2,736	16,106	3,709
50	24.65	5,676	4,187	24,601	5,665
100	37,56	8,649	7,347	37,505	8,636

Table V

2 mm 150 GHz	Chloé n=3.039 -i 1,575		Setzer n=3.039-i 1.575	Chloé n=2,925 -i 1,507	Man. 20°C
R mm/h	A dB/km	A km-1	Extinct. km-1	A dB/km	A km-1
1,25	2,228	0,513	0,3514	2,145	0,494
2,5	3,629	0,836	0,5677	3,535	0,814
5	5,82	1,340	0,9314	5,720	1,317
25	16,65	3,834	2,911	16,586	3,819
50	25,82	5,945	4,5	25,800	5,941
100	39,82	9,169	7,856	39,858	9,178

Table XIII

75 mm 4 GHz	Chloé n=8.770 -i 0.915		Setzer n=8,770-i 0,915	Chloé n=8.777 -i 0.951	Man. 20°C
R mm/h	A dB/km	A km-1	Extinct. km-1	A dB/km	A km-1
1,25	0,001056	0,0002432	0,0002112	0,001906	0,0004389
2,5	0,002006	0,0004619	0,0004044	0,003623	0,0008343
5	0,003893	0,0008964	0,0008092	0,007027	0,0016181
25	0,02083	0,004796	0,004474	0,021566	0,004966
50	0,04781	0,01101	0,01011	0,049416	0,01138
100	0,1214	0,02795	0,02414	0,124990	0,02878

Table XVI

210 mm 1.4 GHz	Chloé n=9,00 -i 0,275		Setzer n=9,00 -i 0,275	Chloé n=8,926 -i 0,3501	Man. 20°C
R mm/h	A dB/km	A km-1	Extinct. km-1	A dB/km	A km-1
1,25	9,224E-05	2,124E-05	1,752E-05	2,093E-04	4,820E-05
2,5	1,666E-04	3,836E-05	3,151E-05	3,782E-04	8,707E-05
5	3,017E-04	6,947E-05	5,811E-05	6,853E-04	1,578E-04
25	1,221E-03	2,811E-04	2,501E-04	2,777E-03	6,395E-04
50	2,259E-03	5,202E-04	4,723E-04	5,138E-03	1,183E-03
100	4,227E-03	9,733E-04	9,324E-04	9,612E-03	2,213E-03

Les résultats ci-dessus seront commentés dans le paragraphe suivant.

Commentaires sur les calculs d'affaiblissement

L'utilisateur pourra se référer à l'article de synthèse de Waldteufel[9], où l'auteur étudie en particulier les causes de la variabilité de l'atténuation. Nous ne reprendrons ici que quelques-unes de ses conclusions, qui nous permettront d'interpréter les résultats présentés plus haut.

L'auteur considère tout d'abord le cas imaginaire d'une précipitation isométrique, c'est à dire constituée de gouttes de diamètre identique. Dans la zone de Rayleigh, on constate que l'affaiblissement est très sensible à la température. Ceci traduit simplement la variabilité de l'expression

$$\mathrm{Im}\left(\frac{n^2-1}{n^2+2}\right)$$

qui apparaît dans le calcul de la section efficace de Rayleigh, et dans laquelle n est l'indice de réfraction. Une variation de T de 0°C à 40°C se traduit par une décroissance d'un facteur 3 de l'affaiblissement.
Dans la zone de Mie, les variations sont plus complexes et dépendent de la taille de la goutte. En faisant varier le diamètre des gouttes entre 0.5 et 4mm et la température entre 0 et 18°C, on peut calculer pour une fréquence donnée le rapport entre les plus grande et plus petite valeurs obtenues pour l'affaiblissement. Ce rapport est très fluctuant: il est de l'ordre de 5 à 10 GHz, 2 à 30 GHz, et atteind 10 à 100 GHz.

Cette importante variabilité est tempérée dans la réalité par le fait que les distributions de gouttes ne sont pas isométriques. Si la température varie entre 0 et 40°C, il apparaît que:

- lorsque la fréquence est supérieure à 35 GHz, les variations restent inférieures à 5%
- lorsque la fréquence est comprise entre 18 et 35 GHz, on peut atteindre 10% de variation pour de faibles intensités de précipitation.
- au dessous de 18 GHz, on peut atteindre un facteur 3 à 5 GHz; lorsque les fréquences sont plus basses, on retombe dans le domaine de Rayleigh, et les distributions de gouttes peuvent être considérées comme isométriques.

Ceci est illustré par les tableaux du paragraphe précédent où l'on peut comparer les résultats de Chloé obtenus pour divers indices de réfraction (assimilables à des variations de température). Les différences sont d'autant plus importantes que la fréquence est basse, et pour une même fréquence, que l'intensité de précipitation est faible.

Le choix de la distribution aussi est important. Waldteufel compare les affaiblissements obtenus avec les distributions de Laws-Parsons et Marshall-Palmer, et trouve des différences rarement plus grandes que 10% entre 5 et 60 MHz. Cette différence a tendance à augmenter avec la fréquence. En effet les deux relations diffèrent surtout au niveau des petites gouttes que Marshall-Palmer estime en nombre supérieur. Lorsque la fréquence augmente, ce sont ces gouttes qui vont devenir prépondérantes, et ceci sera d'autant plus vrai pour des pluies contenant une majorité de ces gouttes, c'est à dire pour de faibles valeurs de R. On le vérifiera sur les tableaux précédents.

Bibliographie de la section

1 Morgan M. A.
"Finite element computation of microwave scattering by raindrops"
Radio Science (1980) 15 n°6 pp.1109-1119

2 Uzunoglu N.K., Evans B.G. et Holt A.R.
"Scattering of electromagnetic radiation by precipitation particles and propagation characteristics of terrestrial and space communication systems"
Proc IEE (1977) 124 n°5 pp.417-424

3 Morrison J.A. et Cross M.J.
"Scattering of a plane electromagnetic wave by axisymmetric raindrops"
B. S. T. J. (1974) 53 n°6 pp.955-1019

4 Kristensson G., Ramm A.G. et Ström S.
"Convergence of the T-matrix approach in scattering theory. II"
J. Math. Phys. (1983) 24 n°11 pp.2619-2631

5 Bendali A.
"Approximation par éléments finis de surface de problèmes de diffraction des ondes électromagnétiques"
*Thèse de Doctorat d'Etat.*Université de Paris VI (1984)

6 Oguchi T.
"Electromagnetic wave propagation and scattering in rain and other hydrometeors"
Proc. IEEE (1983) 71 n°9 pp.1029-1078

7 Rogers D.V. et Olsen R.L.
"Calculation of radiowave attenuation due to rain ay frequencies up to 1000 GHz"
Rep. 1299 (Nov. 1976) Communications Res. Cen., Dept. of Commun. Ottawa Canada

8 Setzer D. E.
"Computed transmission through rain at microwave and visible frequencies"
B. S. T. J. (1970) octobre pp.1873-1892

9 Waldteufel P.
"Atténuation des ondes hyperfréquences par la pluie: une mise au point"
Ann. Télécomm. (1973) 28 n°5-6 pp.255-272

Conclusion

Nous espérons que l'utilisateur trouvera utile et agréable d'utiliser Chloé dans sa forme actuelle, et sera convaincu par sa convivialité. A partir de cette expérience, on pourrait imaginer de compléter le logiciel en y incluant pour ne citer que quelques exemples immédiats: l'absorption par les gaz, la répartition spatiale horizontale et verticale des hydrométéores, leur vitesse de chute, une répartition d'orientation de leurs axes...

Une dernière remarque: le logiciel étant encore jeune, il peut toujours exister des erreurs en exécution. Le moyen le plus sûr de les détecter est de le tester. Allez-y, c'est très simple!