

Eclairement énergétique produit par une source de rayonnement optique plane de forme complexe, dans une direction quelconque. Calcul du facteur de configuration par la méthode des éléments finis.

A. Barlier-Salsi, S. Salsi

▶ To cite this version:

A. Barlier-Salsi, S. Salsi. Eclairement énergétique produit par une source de rayonnement optique plane de forme complexe, dans une direction quelconque. Calcul du facteur de configuration par la méthode des éléments finis. [Rapport de recherche] Notes scientifiques et techniques de l'INRS NS 140, Institut National de Recherche et de Sécurité (INRS). 1996, 62 p., ill., bibliogr. hal-01420185

HAL Id: hal-01420185 https://hal-lara.archives-ouvertes.fr/hal-01420185

Submitted on 20 Dec 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés. **MARS1996**

Nº ISSN 0397 - 4529

140

ECLAIREMENT ENERGETIQUE PRODUIT PAR UNE SOURCE DE RAYONNEMENT OPTIQUE PLANE DE FORME COMPLEXE DANS UNE DIRECTION QUELCONQUE

Calcul du facteur de configuration par la méthode des éléments finis

A. BARLIER-SALSI, S. SALSI

INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE ET DE SECURITE

SIEGE SOCIAL : 30, RUE OLIVIER-NOYER, 75680 PARIS CEDEX 14

CENTRE DE RECHERCHE : AVENUE DE BOURGOGNE, 54501 VANDŒUVRE CEDEX

TABLE DES MATIERES

.

1. INTRODUCTION
2. DETERMINATION DU FACTEUR DE CONFIGURATION D'UNE SURFACE DE GEOMETRIE
COMPLEXE7
2.1. Représentation d'une surface de géométrie complexe à l'aide de la somme de surfaces
de géométries simples7
2.2. Paramètres de définition des surfaces de géométries simples
2.3. Discrétisation des surfaces émettrices de géométries simples
2.3.1. Surface rectangulaire S,8
2.3.2. Surface triangulaire S,10
2.3.3. Surface circulaire <i>S_c</i> 13
2.3.4. Surface elliptique S13
2.4. Dimensions de la surface émettrice élémentaire <i>ds</i> 15
2.5. Détermination du facteur de configuration C, de la surface élémentaire
2.6. Paramètres de définition de la surface réceptrice ds'16
2.7. Programme de calcul développé17
3. PRECISION DE LA METHODE PROPOSEE POUR LE CALCUL DU FACTEUR DE
CONFIGURATION DES SURFACES COMPLEXES18
3.1. Evaluation de l'erreur commise sur le calcul du facteur de configuration C_{a} d'une source
élémentaire <i>ds</i> 18
3.1.1. Dimensions de la source élémentaire18
3.1.2. Erreur commise sur le calcul du facteur de configuration C _a d'une source
élémentaire22
3.2. Evaluation de l'erreur commise sur le calcul des facteurs de configuration C_i (C_r , C_c , C_c ,
<i>C</i> ,) des surfaces de géométries simples24
3.2.1. Surfaces de références utilisées et facteurs de configuration associés Cref, Cref,
Cref, , Cref,) des surfaces de géométries simples24
3.2.2.Erreur commise sur le calcul des facteurs de configuration C_i (C_r , C_i , C_c , C_o)29
3.3. Influence de la valeur de l'angle élémentaire a_{el} sur l'écart E_{c} et sur la durée du calcul31
4. CALCUL DU FACTEUR DE CONFIGURATION D'UNE SOURCE INDUSTRIELLE DE FORME
COMPLEXE
4.1. Description de la source utilisée32
4.2. Résultats

5. CONCLUSION	35
6. BIBLIOGRAPHIE	
7. LISTE DES NOTATIONS, DES GRANDEURS ET DES UNITES	

ANNEXE A

DESCRIPTION DETAILLEE DU CALCUL DES FACTEURS DES CONFIGURATION C_i	
$(C_{\rho}, C_{\rho}, C_{e}, C_{\bullet})$	A - 1
A.1. Surface rectangulaire S,	A - 1
A.1.1. Dimensions de la surface élémentaire <i>ds</i>	A - 1
A.1.2. Aire da de la surface élémentaire ds	A - 1
A.1.3. Coordonnées du centre de la surface élémentaire ds	A - 1
A.2. Surface triangulaire S,	A - 2
A.2.1. Dimensions de la surface élémentaire <i>ds</i>	A - 2
A.2.2. Aire <i>da</i> de la surface élémentaire <i>ds</i>	A - 2
A.2.3. Coordonnées du centre de la surface élémentaire ds	A - 4
A.3. Surface circulaire S_c	A - 6
A.3.1. Dimensions de la surface élémentaire <i>ds</i>	A - 6
A.3.2. Aire <i>da</i> de la surface élémentaire <i>ds</i>	A - 6
A.3.3. Coordonnées du centre de la surface élémentaire ds	A - 6
A.4. Surfaces elliptique S.	A - 6
A.4.1. Dimensions de la surface élémentaire <i>ds</i>	A - 6
A.4.2. Aire <i>da</i> de la surface élémentaire <i>ds</i>	A - 7
A.4.3. Coordonnées du centre de la surface élémentaire ds	A - 7

ANNE	XE BPROGRAMME DE CALCUL DU FACTEUR DE CONFIGURATION D'UNE SOURCE	
DE FC	DRME COMPLEXEB	- 1
В.	1. UNITE "DEFTYPE" : DECLARATIONS DES TYPES DES VARIABLES	- 1
В.	2. UNITE "MATH" : FONCTIONS MATHEMATIQUESB	- 4
В.	3. UNITE "FORMCPLX" : CALCUL DU FACTEUR DE CONFIGURATION DES SOURCES	3
DI	E FORMES COMPLEXES PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS	- 6

1. INTRODUCTION

Les sources de rayonnement optique sont très diverses et sont présentes dans de nombreux secteurs d'activité. Il s'agit de sources industrielles (fours, pièces de métal ou de verre portées à haute température, arc de soudage...), ou encore de surfaces diffusantes qui réfléchissent le rayonnement émis par des lampes spécifiques (stérilisations d'objets, détection de défauts par rayonnement ultraviolet...). Or, le rayonnement qu'elles émettent est susceptible de présenter des risques cutanés ou oculaires pour les personnes qui travaillent dans leur environnement [1]. Ces risques peuvent être évalués en mesurant ou en calculant l'éclairement énergétique produit par la source en différents points de la zone de travail.

L'éclairement *E* produit en *P*' (figure 1) par une source *ds* de rayonnement quasi-ponctuelle lambertienne [2] placée en *P*, d'aire *da*' et de luminance L_s , peut être calculé à l'aide de la relation suivante :

$$E(ds) = \frac{L_s \cdot da \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta)}{r^2}$$

Dans cette expression *r* désigne la distance entre *P* et *P*'; α l'angle entre la normale à la surface émettrice *ds* et la direction *PP*' et β celui entre la normale à la surface réceptrice *ds*' et la direction *PP*'.

La connaissance de la luminance de la source ponctuelle *ds* ou celle de l'éclairement mesuré en un point de la zone de réception permet d'établir une cartographie des éclairements dans l'environnement de la source ponctuelle pour différentes valeurs de *r*, α et β .

L'application directe de cette loi à des sources étendues peut introduire des erreurs très importantes. Ceci conduit à décomposer les sources lambertiennes S de grandes dimensions en sources élémentaires ponctuelles ds, d'aire da et de luminance L_s .

L'éclairement *E* produit par la source *S* s'exprime alors :

$$E(S) = \int_{S} \frac{L_s \cdot da. \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta)}{r^2}$$

Si la luminance de la source S est uniforme (L), cette expression s'écrit :

$$E(S) = L \int_{S} \frac{da.\cos(\alpha).\cos(\beta)}{r^{2}}$$

Ainsi, pour les sources lambertiennes S de grandes dimensions et de luminance uniforme L l'éclairement E s'exprime facilement à partir du facteur de configuration C définit par la relation :

¹ Dans ce document la convention suivante est adoptée : *a*, *a*', *da* et *da*' désignent respectivement l'aire des surfaces *s*, *s*', *ds* et *ds*'.

$$C(S) = \int_{S} \frac{da.\cos(\alpha).\cos(\beta)}{r^2}$$
(1)

Dans le cas où la surface réceptrice *ds*' est parallèle ou normale à la surface de la source *S*, des expressions analytiques de *C* ont été établies pour un grand nombre de géométries de sources différentes [3, 4, 5]. Lorsque l'orientation de *ds*' est quelconque, la forme analytique de C n'a été déterminée que dans le cas de sources rectangulaires [5, 6, 7]. Pour les configurations de sources plus complexes et des orientations quelconques de *ds*', il est nécessaire de recourir soit à l'intégration numérique de l'équation (1) soit à une méthode probabiliste du type "Monte Carlo".

Ces différentes techniques de calcul du facteur de configuration C sont utilisées dans les domaines de la thermique et de la photométrie [8, 9, 10,11]. Cependant, dans ces deux cas, les surfaces réceptrices à traiter sont généralement des surfaces de grandes dimensions. Les démarches utilisées ne sont donc pas adaptées au cas des surfaces de réception quasiponctuelles.

C'est pourquoi une étude a été entreprise pour élaborer une méthode de calcul de l'éclairement ponctuel produit par une source étendue *S* de forme complexe.

Dans ce but, la surface complexe est décomposée en une somme de surfaces de géométries simples (figure 2). Ces surfaces peuvent être des rectangles S_r , des triangles S_r , des disques S_c ou des ellipses S_e . Pour chacune de ces surfaces le facteur de configuration C_r , C_t , C_c ou C_e est calculé par intégration de surfaces élémentaires.

Le présent travail décrit la démarche de calcul des facteurs de configuration C_i (C_r , C_t , C_c , C_e) des différentes surfaces de géométries simples S_i (S_r , S_t , S_c , S_e) à partir desquels est calculé le facteur de configuration C de la surface complexe envisagée. La précision de la méthode est ensuite évaluée en comparant les résultats ainsi obtenus à ceux fournis par les expressions analytiques connues dans le cas de configurations simple. Enfin, un exemple d'application de cette méthode à une situation réelle est traité.



Figure 1 : Eclairement produit par une source élémentaire ds située en un point P du plan XY et reçu par une surface réceptrice ds' située en un point P' de l'axe Z.



Figure 2 : Décomposition d'une source de forme complexe S en sources de formes rectangulaires S_r , triangulaires S_t , circulaires S_c et elliptiques S_e .

2. DETERMINATION DU FACTEUR DE CONFIGURATION D'UNE SURFACE DE GEOMETRIE COMPLEXE

2.1. Représentation d'une surface de géométrie complexe à l'aide d'une somme de surfaces de géométries simples

La source de forme complexe *S* (figure 2) est décomposée en une série de surfaces de géométries simples S_i , soit N_r surfaces rectangulaires S_r , N_t surfaces triangulaires S_t , N_c surfaces circulaires S_c (ou secteurs de cette surface) et N_e surfaces elliptiques S_e (ou secteurs de cette surface). Ces surfaces S_i ainsi que la surface réceptrice ds' sont définies dans un repère orthonormé XYZ. Chacune d'elle est en outre affectée d'un signe (*signe_r*, *signe_t*, *signe_c*, *signe_e*) positif ou négatif selon qu'il s'agit d'une surface à ajouter ou à retrancher. A titre d'exemple, une source ayant la forme d'une couronne circulaire, sera composée d'une surface circulaire S_{c1} , de diamètre D, affectée d'un signe positif et d'une surface circulaire S_{c2} , de diamètre d inférieur à D, affectée d'un signe négatif.

Les surfaces de géométries simples S_i sont ensuite traitées séparément afin de déterminer leur facteur de configuration respectif C_i (C_r , C_t , C_c et C_e). Ces derniers sont estimés au moyen d'une méthode d'éléments finis qui consiste à discrétiser les surfaces étudiées en surfaces élémentaires ds de dimensions finies et à considérer chaque surface élémentaire ds comme une source ponctuelle. Si C_e est le facteur de configuration élémentaire correspondant à chaque surface élémentaire ds, le facteur de configuration C_i d'une surface de géométrie simple S_i est égal à :

$$C_i = \int_s C_{el}(ds)$$

Le facteur de configuration C d'une source de géométrie complexe S s'écrira sous la forme :

$$C = \sum_{i=1}^{i=Nr} signe_{r_i} \cdot C_{r_i} + \sum_{j=1}^{j=Nt} signe_{t_j} \cdot C_{t_j} + \sum_{k=1}^{k=Nc} signe_{c_k} \cdot C_{c_k} + \sum_{l=1}^{l=Ne} signe_{e_l} \cdot C_{e_l}$$
(2)

2.2. Paramètres de définition des surfaces de géométries simples

Chacune des surfaces de géométrie simple S_i utilisée, représentée sur la figure 3, est repérée dans le plan XY à l'aide des paramètres suivants :

a) Surface rectangulaire S, (figure 3a)

 X_{r1} , Y_{r1} , X_{r2} , Y_{r2} : coordonnées de 2 sommets du rectangle diagonalement opposés, signe, : signe de la surface,

b) Surface triangulaire S, (figure 3b)

 X_{ta} , Y_{ta} , X_{tb} , Y_{tb} , X_{tc} , Y_{tc} : coordonnées des sommets A, B et C du triangle, signe, : signe de la surface,

c) Surface circulaire S_c (figure 3c)

 X_c , Y_c : coordonnées du centre C du cercle,

 $\gamma_{\rm D}$, $\gamma_{\rm I}$: angle d'inclinaison et angle au centre du secteur angulaire, *R*: rayon du cercle,

*signe*_c : signe de la surface,

d) Surface elliptique S_e (figure 3d)

X_e, Y_e: coordonnées du centre E de l'ellipse,

 $\gamma_{\rm D}$, $\gamma_{\rm I}$: angle d'inclinaison et angle au centre du secteur angulaire,

 θ : angle d'inclinaison du grand axe de l'ellipse par rapport à l'axe X,

R_a, R_b: demi-grand axe et demi-petit axe de l'ellipse,

signe, : signe de la surface.

2.3. Discrétisation des surfaces émettrices de géométries simples

Le découpage des surfaces de géométries simples S_i (S_r , S_t , S_c et S_e) en surfaces élémentaires ds s'effectue selon des démarches adaptées à chacune de ces géométries. Ces démarches sont présentées ci-dessous. Les calculs des dimensions de la surface élémentaire ds ainsi obtenue, de son aire et des coordonnées de son centre sont détaillés dans l'annexe A.

2.3.1. Surface rectangulaire S,

La surface rectangulaire S_r est divisée suivant l'axe X, de X $_{r1}$ à X $_{r2}$, en N_x éléments de largeur dx et suivant l'axe Y, de Y_{r1} à Y_{r2} , en N_y éléments de largeur dy (figure 4).



Figure 3 : Définition dans le plan XY des surfaces rectangulaires S_r (a), triangulaires S_t (b), circulaires S_c (c) et elliptiques S_e (d).



Figure 4 : Discrétisation des surfaces rectangulaires S_r .

9

2.3.2. Surface triangulaire S,

La surface triangulaire S_t est décomposée en triangles et en trapèzes élémentaires. Le principe adopté consiste à diviser la surface S_t en N₂ triangles, issus de l'un des sommets de la surface S_t , et à la couper par N_b droites, parallèles à celle reliant ses deux autres sommets (figure 5). Dans un but de simplification des calculs, la surface triangulaire S_t est redéfinie dans un nouveau repère X'Y'Z' ayant pour origine l'un de ses sommets repéré par S_{σ} les deux autres sommets étant repérés par S_t et S_2 . Le sommet origine S_0 de coordonnées (X'_{so} , Y'_{so}) dans le repère X'Y'Z', est choisi de telle sorte que $S_1\hat{S}_0S_2 = \max(A\hat{B}C,B\hat{A}C,B\hat{C}A)$ (figure 6). En d'autres termes, dans le repère XYZ, si a_t , b_t et c_t sont respectivement les côtés opposés aux sommets A, B et C de la surface triangulaire S_t , l'angle S_o est l'angle dont le côté opposé $s_{\sigma}=max$ (a_t , b_t , c_t) (figure 6a) avec :

$$a_{t} = \sqrt{(X_{tc} - X_{tb})^{2} + (Y_{tc} - Y_{tb})^{2}}$$

$$b_{t} = \sqrt{(X_{tc} - X_{ta})^{2} + (Y_{tc} - Y_{ta})^{2}}$$

$$c_{t} = \sqrt{(X_{tb} - X_{ta})^{2} + (Y_{tb} - Y_{ta})^{2}}$$

Dans le repère X'Y'Z', les deux autres sommets S_1 et S_2 ont respectivement pour coordonnées (X'_{S1}, Y'_{S1}) et (X'_{S2}, Y'_{S2}) (figure 6b). Le sommet S_1 est choisi de telle sorte que $X'_{S1} < X'_{S2}$ si $X'_{S1} \neq X'_{S2}$ (cas général) ou $Y'_{S1} < Y'_{S2}$ si $X'_{S1} = X'_{S2}$. (cas particulier où le côté opposé à S_0 est parallèle à l'axe Y')

La surface triangulaire S_t est alors définie (figure 6b)

- par la distance $L_{s_1s_2}$ séparant les sommets S_1 et S_2 qui a pour expression :

$$L_{S1S2} = \sqrt{(X'_{S2} - X'_{S1})^2 + (Y'_{S2} - Y'_{S1})^2} \quad \text{et}$$

- par l'équation de la droite reliant S_1 et S_2 , de la forme :

 $Y' = aX' + B \quad \text{si} \quad X'_{S1} \neq X'_{S2} \quad (\text{cas général})$ $X' = X'_{S1} \quad \text{si} \quad X'_{S1} = X'_{S2} \quad (\text{cas particulier où le côté opposé à } S_o \text{ est parallèle à l'axe } Y')$



Figure 5 : Discrétisation des surfaces triangulaires S_t .



Figure 6 : Définition des surfaces triangulaires S_t dans le repère général XYZ (a) et dans le repère associé au triangle X'Y'Z' (b).



Figure 7 : Discrétisation des surfaces circulaires $S_{\rm c}$.

Pour $X'_{s1} \neq X'_{s2}$ les coefficients *a* et *B* sont calculés comme suit :

$$a = \frac{Y's2 - Y's1}{X's2 - X's1}$$
$$B = Y's2 - a.X's2$$

Pour le calcul du facteur de configuration C_t , l'intégration à toute la surface triangulaire S_t s'effectue donc d'une part de 0 à $L_{s_{1}s_{2}}$ avec un pas dl, d'autre part de 0 à B avec un pas db si $X'_{s_{1}} \neq X'_{s_{2}}$ ou de 0 à $X'_{s_{1}}$ avec un pas dx si $X'_{s_{1}} = X'_{s_{2}}$.

2.3.3. Surface circulaire S_c

La surface circulaire S_c ou un secteur de cette surface, est divisé de $\gamma_D \dot{a} (\gamma_D + \gamma_I)$ en N_{ϕ} secteurs d'angle $d\phi$ et de $0 \dot{a} R$, en N_c couronnes circulaires de longueur dr (figure 7).

2.3.4. Surface elliptique S.

La surface elliptique S_{ρ} est approchée à l'aide d'un grand nombre de cercles de rayons R variables (figure 8a). Ainsi, la méthode utilisée pour discrétiser la surface elliptique S_{ρ} est identique à celle utilisée pour discrétiser les surfaces circulaires S_c . La surface elliptique ou un secteur de cette surface, est donc divisé de $\gamma_{\rm D}$ à $(\gamma_{\rm D}+\gamma_{\rm I})$ en N_{ϕ} secteurs d'angle d_{ϕ} et de 0 à R en N_c couronnes circulaires d'épaisseur dr (figure 8).

Cependant, le rayon *R* du cercle qui intercepte l'ellipse n'est pas constant, il est lié à la valeur de l'angle φ qu'il forme avec le demi-grand axe R_a de l'ellipse (figure 8a). R doit donc être déterminé pour chaque valeur de φ . Afin de simplifier les calculs, la surface elliptique S_e est redéfinie dans un nouveau repère X'Y'Z' dont l'origine est le "centre" de l'ellipse et dont l'axe X' coïncide avec le grand axe de l'ellipse.



Figure 8 : Discrétisation des surfaces elliptiques S_e .

Dans ces conditions, si X'_r et Y'_r sont les coordonnées du point d'intersection de l'ellipse et du cercle considéré, alors pour un angle φ donné (figure 8a) :

$$X'_{r} = R.\cos(\varphi + \frac{d\varphi}{2}) \qquad Y'_{r} = R.\sin(\varphi + \frac{d\varphi}{2}) \qquad \frac{X'_{r}^{2}}{R_{a}^{2}} + \frac{Y'_{r}^{2}}{R_{b}^{2}} = 1$$

d'où

$$\frac{R^2 \cdot \cos^2(\varphi + \frac{d\varphi}{2})}{R_a^2} + \frac{R^2 \cdot \sin^2(\varphi + \frac{d\varphi}{2})}{R_b^2} = 1$$

Le rayon R du cercle associé à l'angle φ considéré peut donc être calculé comme suit :

$$R = \frac{R_a \cdot R_b}{\sqrt{R_b^2 + \sin^2(\phi + \frac{d\phi}{2})(R_a^2 - R_b^2)}}$$
(3)

2.4. Dimensions de la surface émettrice élémentaire ds

Une étude paramétrique d'évaluation de la précision de la méthode de discrétisation des surfaces de géométries simples à l'aide de la surface élémentaire *ds* impose des contraintes sur les dimensions de la surface *ds* (cf § 3.1. et figure 9). Ainsi la longueur I_{el} de la surface élémentaire *ds* est déterminée par la relation suivante :

$$I_{el} = 2.D.tg(\frac{\alpha_{el}}{2})$$
 (4)

Dans cette expression α_{el} désigne l'angle élémentaire (angle d'observation d'un élément de surface *ds* vu de *P*')

2.5. Détermination du facteur de configuration C_{d} de la surface élémentaire ds

La surface émettrice est une surface élémentaire *ds* lambertienne, d'aire *da* et située en un point *P* du plan XY. Le facteur de configuration C_{e^i} de cette surface a pour expression :

$$C_{el} = \frac{da.\cos(\alpha).\cos(\beta)}{r^2}$$
 avec $\cos(\alpha) = \frac{D}{r}$

Si β est l'angle formé par le vecteur $P\vec{P}$ et le vecteur unitaire \vec{N} alors :

$$\cos(\beta) = \cos(\vec{N}', \vec{PP}') = -\frac{\vec{N}' \cdot \vec{PP}'}{\left|\vec{N}'\right| \cdot \left|\vec{PP}'\right|}$$

Dans le repère XYZ, \vec{N}' et \vec{PP}' ont respectivement pour coordonnées (X'_n , Y'_n , Z'_n) et (-X, -Y, D), et \vec{N}' étant défini comme vecteur unitaire : $|\vec{N}'| = 1$, ainsi :

$$\cos(\vec{N}', \vec{PP}) = -\frac{(X'_n, Y'_n, Z'_n)(-X, -Y, D)}{r}$$
 et $r^2 = X^2 + Y^2 + D^2$

Le facteur de configuration élémentaire s'écrit donc :

$$C_{el} = da.D.\frac{(X'_n.X + Y'_n.Y - Z'_n.D)}{(X^2 + Y^2 + D^2)^2}$$
(5)

2.6. Paramètres de définition de la surface réceptrice ds'

Le centre P' de la surface réceptrice ds' se déplace sur l'axe Z du repère XYZ (figure 1). La normale à ds' est dirigée vers le plan XY et l'angle qu'elle forme avec l'axe Z varie de -90 à +90°. La surface réceptrice ds' est repérée, d'une part, par la distance D qui la sépare de l'origine O du repère XYZ, d'autre part, par sa normale N'. Cette dernière est représentée par le vecteur unitaire normal \vec{N} de coordonnées X'_n , Y'_n et Z'_n .

Si la normale N' intercepte le plan XY en un point de coordonnées X_n et Y_n , les coordonnées du vecteur unitaire \vec{N} peuvent être exprimées par :

$$X'_{n} = \frac{X_{n}}{\sqrt{X_{n}^{2} + Y_{n}^{2} + D^{2}}}$$
$$Y'_{n} = \frac{Y_{n}}{\sqrt{X_{n}^{2} + Y_{n}^{2} + D^{2}}}$$
$$Z'_{n} = -\frac{D}{\sqrt{X_{n}^{2} + Y_{n}^{2} + D^{2}}}$$

2.7. Programme de calcul développé

Le calcul du facteur de configuration C d'une source complexe S, basée sur la démarche proposée, a été développé en langage PASCAL sur un micro-ordinateur PC du type 486 DX33. Les paramètres d'entrée de ce programme sont les suivants :

- la description de la source S à l'aide des variables décrites au §2.2., soit

 N_r , N_t , N_c , N_e et X_{r1} , Y_{r1} , X_{r2} , Y_{r2} , $signe_r$, pour les surfaces rectangulaires, X_{ta} , Y_{ta} , X_{tb} , Y_{tb} , X_{tc} , Y_{tc} , $signe_t$, pour les surfaces triangulaires, X_c , Y_c , R, γ_D , γ_1 , $signe_c$, pour les surfaces circulaires, X_e , Y_e , R_a , R_b , γ_D , γ_1 , θ , $signe_e$, pour les surfaces elliptiques.

- la description de la surface réceptrice ds' à l'aide des variables décrites au §2.6., soit

- l'angle élémentaire α_{el} .

Ces paramètres d'entrée sont exprimés en mètres en ce qui concerne les distances et en radians pour les angles.

Ce programme a été développé sous forme de 3 unités ("UNIT FORMCPLX", "UNIT MATH", et "UNIT DEFTYPE") décrites dans l'annexe B.

3. PRECISION DE LA METHODE PROPOSEE POUR LE CALCUL DU FACTEUR DE CONFIGURATION DES SURFACES COMPLEXES

Les facteurs qui affectent la précision de la méthode de calcul proposée sont de différentes natures :

- assimilation de la source élémentaire ds de dimensions finies à une source ponctuelle,

- méthode utilisée pour discrétiser les surfaces de géométries simples.

3.1. Evaluation de l'erreur commise sur le calcul du facteur de configuration C_{al} d'une source élémentaire *ds*

L'erreur commise sur le calcul de C_{el} en assimilant une source élémentaire ds de dimension finie à une source ponctuelle, dépend des dimensions de cette source comparée à la distance de cette source au point d'observation : c'est l'hypothèse de champ géométrique lointain utilisée en optique géométrique. Cette erreur dépend donc de la dimension de la source élémentaire ds, de l'angle élémentaire sous lequel la source est observée et de la distance D entre l'origine du repère et P' (figure 9).

3.1.1. Dimensions de la source élémentaire ds

Cas a : La source élémentaire ds est placée à l'origine O du repère XYZ

La source élémentaire *ds* de dimension I_{e^p} est placée à l'origine du repère et l'angle élémentaire α_{e^l} sous lequel elle est observée est constant (figure 9a).

L'erreur commise peut être évaluée en supposant la source circulaire et en calculant le facteur de configuration $C_{ref(a)}$ d'une source circulaire de rayon R placée à l'origine du repère et parallèle à la surface réceptrice ds' (figure 9a). L'expression de $C_{ref(a)}$ est fournie par la relation 16 et s'écrit :

$$C_{ref(a)} = \frac{\pi . R^2}{D^2 + R^2}$$

En supposant l'angle élémentaire α_{el} de petite dimension ($R \approx D.\frac{\alpha_{el}}{2}$), cette expression s'écrit :

$$C_{ref(a)} \approx \frac{\pi . \alpha^2_{el}}{4 + \alpha^2_{el}}$$



Figure 9 : Evaluation de l'erreur commise sur le calcul du facteur de configuration C_{el} .

D'autre part, en assimilant ds à une source ponctuelle, le facteur de configuration $C_{el(a)}$ a pour expression :

$$C_{e'(a)} = \frac{\pi . R^2}{D^2}$$

A nouveau, en supposant $\alpha_{_{\text{el}}}$ de petite dimension, cette expression s'écrit :

$$C_{el(a)} \approx \pi . \frac{{\alpha_{el}}^2}{4}$$

Conventionnellement l'écart en % entre le facteur de configuration calculé C_i et le facteur de configuration de référence C_{ref} , obtenu à l'aide des expressions analytiques pour des géométries connues, est donné par la relation :

$$Ecart = \frac{(C_i - C_{ref})}{C_{ref}}.100$$
 (6)

Dans le cas considéré, l'écart aura pour expression :

$$Ecart_{(a)} = \frac{\alpha_{el}^2}{4}.100$$
 (7) ou encore $Ecart_{(a)} = \frac{l_{el}^2}{4D^2}.100$ (8)

Ainsi, α_{el} étant donné, pour obtenir une précision constante, pour toute valeur de la distance d'observation à l'origine *D*, il suffit de calculer la dimension I_{el} de la source élémentaire pour chaque valeur de la distance *D*.

Cas b : La source élémentaire ds se déplace, mais l'angle sous lequel elle est observée reste constant.

La source élémentaire *ds* se déplace dans le plan XY et l'angle sous lequel elle est observée est constant et égal à α_{el} (figure 9b). Par conséquent, la dimension de la source élémentaire *ds* varie en fonction de ses coordonnées dans le plan XY.

L'erreur commise sur le calcul du facteur de configuration peut être évaluée en supposant la source circulaire et en calculant le facteur de configuration $C_{ref(b)}$ d'une source circulaire de rayon R', centrée en (x, y) et parallèle à la surface réceptrice ds' (figure 9b).

L'expression de $C_{ref(b)}$ est fournie par la relation (17) et s'écrit :

$$C_{ref(b)} = \frac{\pi}{2} \left[1 - \frac{1 + A^2 - B^2}{\sqrt{C^2 - 4B^2}} \right]$$

avec $A = \frac{D}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ $B = \frac{R'}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ $C = 1 + A^2 + B^2$

En supposant α_{el} de petite dimension, R' est exprimé par :

$$R' \approx \frac{\frac{\alpha_{el}}{2}\sqrt{x^2 + y^2 + D^2}}{\cos(\beta)} \qquad \text{avec} \qquad \cos(\beta) = \frac{D}{\sqrt{x^2 + y^2 + D^2}}$$
$$d'o\dot{u}$$
$$R' \approx \frac{\alpha_{el}(x^2 + y^2 + D^2)}{2.D}$$

Par ailleurs, en assimilant ds à une source ponctuelle, le facteur de configuration $C_{el(b)}$ a pour expression :

$$C_{el(b)} = \frac{\pi R'^2}{x^2 + y^2 + D^2}$$

Dans le cas considéré, l'écart aura pour expression :

$$Ecart_{(b)} = \frac{\frac{2B^2}{A^2 + 1} + \frac{1 + A^2 - B^2}{\sqrt{C^2 - 4B^2}} - 1}{1 - \frac{1 + A^2 - B^2}{\sqrt{C^2 - 4B^2}}}.100$$

$$avec \quad A = \frac{D}{\sqrt{x^2 + y^2}} \qquad B = \frac{\alpha_{e'}(x^2 + y^2 + D^2)}{2D\sqrt{x^2 + y^2}} \qquad C = 1 + A^2 + B^2$$
(9)

Cas c : La source élémentaire ds se déplace, mais sa dimension reste constante

La source élémentaire *ds* se déplace dans le plan XY et sa dimension est constante et égale à l_{er} (figure 9c). Par conséquent, l'angle élémentaire α ' sous lequel la source élémentaire *ds* est observée varie en fonction de ses coordonnées dans le plan XY.

L'erreur commise peut être évaluée en supposant la source circulaire et en calculant le facteur de configuration $C_{ref(c)}$ d'une source circulaire de rayon R, centrée en (x, y) et parallèle à la surface réceptrice ds' (figure 9c). L'expression de $C_{ref(c)}$ est fournie par la relation (17) et a pour expression :

$$C_{ref(c)} = \frac{\pi}{2} \left[1 - \frac{1 + A^2 - B^2}{\sqrt{C^2 - 4B^2}} \right]$$

avec $A = \frac{D}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ $B = \frac{R}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ $C = 1 + A^2 + B^2$

R est exprimé par :

$$R = \frac{I_{el}}{2}$$

Par ailleurs, en assimilant ds à une source ponctuelle, le facteur de configuration $C_{el(c)}$ a pour expression :

$$C_{el(c)} = \frac{\pi R^2}{x^2 + y^2 + D^2}$$

Ecart _(c)	$=\frac{\frac{2B^2}{A^2+1}+\frac{1+A^2-B^2}{\sqrt{C^2-4B^2}}}{1-\frac{1+A^2-B^2}{\sqrt{C^2-4B^2}}}$	-1 100		(10)
avec	$A = \frac{D}{\sqrt{x^2 + y^2}} \qquad B$	$=\frac{I_{el}}{2\sqrt{x^2+y^2}}$	$C=1+A^2+B^2$	

Dans le cas considéré, l'écart aura pour expression :

3.1.2 Erreur commise sur le calcul du facteur de configuration C_{el} d'une source élémentaire

L'erreur commise en assimilant une source élémentaire de dimension finie ds à une source ponctuelle a été évaluée à l'aide des relations (8), (9) et (10) en supposant que $\alpha_{el} = 10$ mrd. La variation de l'écart en fonction de la distance d'observation à l'origine *D* (variant de 0,10m à 20m) et en fonction des coordonnées *x*, *y* de la source élémentaire ds (*x* étant constant et égal à 0, *y* variant de 0 à 2,5m) est représentée sur la figure 10.

Cette figure permet de formuler les observations suivantes :

- Comme le montre la relation (8), lorsque la source élémentaire ds est placée à l'origine du repère (cas a), l'écart calculé E_o (x=0, y=0) est constant et égal 2,5.10⁻³ % quelle que soit la distance d'observation à l'origine D (figures 10b1 et 10c1).

- Lorsque la distance d'observation à l'origine *D* est supérieure à la valeur de la coordonnée *y* de la source élémentaire *ds*, l'écart calculé est toujours inférieur à $E_o = 2,5.10^{-3}$ %. Cette observation est valable aussi bien pour le cas b que pour le cas c (figures 10b1 et 10c1).

- Lorsque la distance d'observation à l'origine *D* est inférieure à la coordonnée *y* de la source élémentaire *ds* l'écart calculé est supérieur à E_o dans le cas b et inférieur à E_o cas c. Les figures 10b2 et 10c2, qui représentent la valeur absolue de l'écart sur une échelle logarithmique, mettent plus clairement en évidence la différence entre ces 2 cas . En effet, pour *D=1m* et *y=2,5m*, la valeur absolue de l'écart est de 2,9.10⁻² % dans le cas b et 5,5.10⁻⁴ % dans le cas c.



Figure 10: Evaluation de l'erreur commise sur le calcul du facteur de configuration C_{el} : variation de l'écart (b1 et c1) ou de la valeur absolue de l'écart (b2 et c2) en fonction de la distance d'observation à l'origine D et en fonction des coordonnées de la source élémentaire ds dans le plan XY.

Ces différentes observations ont donc conduit à calculer le facteur de configuration *C* d'une source complexe *S* en utilisant un pas d'intégration constant, déduit de l'angle élémentaire α_{el} (cas c). Ainsi, l'erreur commise sur le calcul du facteur de configuration élémentaire C_{el} est maximale lorsque la source élémentaire est située à l'origine du repère. La précision minimale obtenue sur le calcul de C_{el} est donc déterminée par la valeur donnée à l'angle élémentaire α_{el} (relation 7), angle qui permet de calculer la plus grande dimension I_{el} de la surface élémentaire *ds* (relation 4).

3.2. Evaluation de l'erreur commise sur le calcul des facteurs de configuration $C_1(C_1, C_2, C_2)$ des surfaces de géométries simples

Afin d'évaluer l'erreur commise sur le calcul du facteur de configuration C d'une surface de géométrie complexe, il est nécessaire d'estimer l'influence de la méthode utilisée pour discrétiser les surfaces de géométries simples. Cette influence peut être calculée en comparant les résultats obtenus à l'aide de la méthode proposée, aux calculs effectués à l'aide des expressions analytiques des facteurs de configuration, connues pour des configurations particulières (surface réceptrice *ds'* parallèle aux surfaces émettrices *ds*).

A cet effet, quatre surfaces de références sont utilisées. Ces surfaces, inscrites dans un carré de référence de 1mx1m, sont placées dans deux configurations différentes, illustrées sur les figures 11 et 12.

3.2.1. Surfaces de références utilisées et facteurs de configuration associés Cref,, Cref, Cref, et Cref,

Quatre surfaces de référence ont été utilisées pour estimer la précision de la méthode proposée. Deux configurations illustrées sur les figures 11 et 12 sont analysées. Tout d'abord les surfaces de références sont centrées à l'origine du repère (figure 11). Dans une seconde configuration les les mêmes surfaces sont centrées en x=0 et y=2m (figure 12). Les expressions des facteurs de configuration C_{ref_r} , C_{ref_t} , C_{ref_c} et C_{ref_e} sont déterminés pour les quatre surfaces de géométries simples et les deux configurations envisagées.



Figure 11 : Evaluation de l'erreur commise sur le calcul du facteur de configuration C_i (C_r , C_t , C_c et C_e) : définition des surfaces de référence S_r , S_t , S_c et S_e centrées à l'origine du repère.



Figure 12 : Evaluation de l'erreur commise sur le calcul du facteur de configuration C_i (C_r , C_t et C_c): définition des surfaces de référence S_r , S_t et S_c centrées en x=0 et y=2m.

a) Surface rectangulaire S,

La surface de référence utilisée est le cas particulier d'un carré de 1mx1m. Dans le cas illustré figure 13a, d'un carré S_r , de côté a, dont un sommet coïncide avec l'origine du repère et dont l'autre sommet a pour coordonnées X et Y, le facteur de configuration C_{ref_r} (0,0,X,Y) a pour expression [12]:

$$C_{ref_{r}}(0,0,X,Y) = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{X}{\sqrt{D^{2} + X^{2}}} \cdot Arctg(\frac{Y}{\sqrt{D^{2} + X^{2}}}) + \frac{Y}{\sqrt{D^{2} + Y^{2}}} \cdot Arctg(\frac{X}{\sqrt{D^{2} + Y^{2}}}) \right]$$
(11)
$$avec \quad |X| = |Y| = a$$

Le facteur de configuration C_{ref_r} (X_{r1} , Y_{r1} , X_{r2} , Y_{r2}) correspondant à une surface carrée S_r , (figure 11 a) centrée sur l'origine du repère s'en déduit aisément puisqu'il suffit de décomposer ce dernier carré (figure 13b) en quatre composantes élémentaires du premier type (figure 13a) :

$$\begin{bmatrix} C_{ref_{r}}(X_{r1},Y_{r1},X_{r2},Y_{r2}) = 2 \cdot \left[\frac{X_{r2}}{\sqrt{D^{2} + X_{r2}^{2}}} \cdot Arctg(\frac{Y_{r2}}{\sqrt{D^{2} + X_{r2}^{2}}}) + \frac{Y_{r2}}{\sqrt{D^{2} + Y_{r2}^{2}}} \cdot Arctg(\frac{X_{r2}}{\sqrt{D^{2} + Y_{r2}^{2}}}) \right]$$

avec $|X_{r1}| = |Y_{r1}| = |X_{r2}| = |Y_{r2}| = \frac{a}{2}$
(12)

La surface S_r centrée en x=0 et y=2 m (figure 12a) peut être déterminée en considérant que la surface ABCD (figure 13c) est donnée par l'expression suivante :

$$S_{ABCD} = (S_{IBEG} - S_{HCEG}) + (S_{AIHD} - S_{DHGH})$$

Le facteur de configuration s'écrit alors :

$$C_{ref_{r}}(X_{r1},Y_{r1},X_{r2},Y_{r2}) = \frac{X_{r2}}{\sqrt{D^{2} + X_{r2}^{2}}} \cdot \left[Arctg(\frac{Y_{r2}}{\sqrt{D^{2} + X_{r2}^{2}}}) - Arctg(\frac{Y_{r1}}{\sqrt{D^{2} + X_{r2}^{2}}}) \right] + \frac{Y_{r2}}{\sqrt{D^{2} + Y_{r2}^{2}}} \cdot Arctg(\frac{X_{r2}}{\sqrt{D^{2} + Y_{r2}^{2}}}) - \frac{Y_{r1}}{\sqrt{D^{2} + Y_{r1}^{2}}} \cdot Arctg(\frac{X_{r2}}{\sqrt{D^{2} + Y_{r1}^{2}}}) \right]$$
(13)



Figure 13 : Détermination du facteur de configuration C_{ref_r} de la surface de référence S_r .

b) la surface triangulaire S_t

Dans les deux configurations décrites sur les figures 11b et 12b, les facteurs de configurations $C_{ref_{t1}}$ (X_{ta1} , Y_{ta1} , X_{tb1} , Y_{tb1} , X_{tc1} , Y_{tc1}) et $C_{ref_{t2}}$ (X_{ta2} , Y_{ta2} , X_{tb2} , Y_{tb2} , X_{tc2} , Y_{tc2}) n'ont pas été déterminés séparément mais en considérant que $S_{t1}+S_{t2}=S_r$.

La somme des facteurs de configurations qui correspond à $S_{tt} + S_{t2} = S_r$, centrée à l'origine du repère (figure 11b) peut donc être exprimée sous la forme :

$$Cref_{t1}(X_{ta1}, Y_{ta1}, X_{tb1}, Y_{tb1}, X_{tc1}, Y_{tc1}) + Cref_{t2}(X_{ta2}, Y_{ta2}, X_{tb2}, Y_{tb2}, X_{tc2}, Y_{tc2}) = 2 \cdot \left[\frac{X_{tb2}}{\sqrt{D^2 + X_{tb2}^2}} \cdot Arctg(\frac{Y_{tb2}}{\sqrt{D^2 + X_{tb2}^2}}) + \frac{Y_{tb2}}{\sqrt{D^2 + Y_{tb2}^2}} \cdot Arctg(\frac{X_{tb2}}{\sqrt{D^2 + Y_{tb2}^2}}) \right]$$

avec $|X_{ta1}| = |Y_{ta1}| = |X_{tb1}| = |Y_{tb1}| = |X_{tc1}| = |Y_{tc1}| = |X_{ta2}| = |Y_{ta2}| = |X_{tb2}| = |Y_{tb2}| = |X_{tc2}| = |Y_{tc2}| = \frac{a}{2}$
(14)

La somme des facteurs de configurations qui correspondent aux surfaces $S_{t1}+S_{t2}=S_r$, centrée en *x=0* et *y=2m* (figure 12b) peut donc être exprimée sous la forme :

$$\frac{C_{ref_{l1}}(X_{ta1}, Y_{ta1}, X_{tb1}, Y_{tb1}, X_{tc1}, Y_{tc1}) + C_{ref_{l2}}(X_{ta2}, Y_{ta2}, X_{tb2}, Y_{tb2}, X_{tc2}, Y_{tc2}) = \frac{X_{tb2}}{\sqrt{D^2 + X_{tb2}^2}} \cdot \left[Arctg(\frac{Y_{tb2}}{\sqrt{D^2 + X_{tb2}^2}}) - Arctg(\frac{Y_{tb1}}{\sqrt{D^2 + X_{tb2}^2}}) \right] + \frac{Y_{tb2}}{\sqrt{D^2 + Y_{tb2}^2}} \cdot Arctg(\frac{X_{tb2}}{\sqrt{D^2 + Y_{tb2}^2}}) - \frac{Y_{tb1}}{\sqrt{D^2 + Y_{tb1}^2}} \cdot Arctg(\frac{X_{tb2}}{\sqrt{D^2 + Y_{tb1}^2}})$$

(15)

c) la surface circulaire S_c

Le facteur de configuration $C_{ref_c}(X_c, Y_c, R, \gamma_D, \gamma_i)$ d'une surface circulaire S_c , centrée à l'origine du repère (figure 11c) est calculé comme suit [12] :

$$Cref_c(X_c, Y_c, R, \gamma_D, \gamma_I) = \frac{\pi \cdot R^2}{D^2 + R^2} \quad (16)$$

Si la surface circulaire S_c est centrée en x = 0 et y = 2m (figure 12c) le facteur de configuration $C_{ref_c}(X_c, Y_c, R, \gamma_D, \gamma_i)$ correspondant a pour expression [4] :

$$C_{ref_{c}}(X_{c}, Y_{c}, R, \gamma_{D}, \gamma_{I}) = \frac{\pi}{2} \left[1 - \frac{1 + A^{2} - B^{2}}{\sqrt{C^{2} - 4B^{2}}} \right]$$

$$avec \quad A = \frac{D}{\sqrt{X_{c}^{2} + Y_{c}^{2}}} \qquad B = \frac{R}{\sqrt{X_{c}^{2} + Y_{c}^{2}}} \qquad C = 1 + A^{2} + B^{2}$$

$$(17)$$

d) la surface elliptique S_e

Le facteur de configuration $C_{ref_{\theta}}(X_{\theta}, Y_{\theta}, R_{a}, R_{b}, \gamma_{D}, \gamma_{I}, \theta)$ d'une surface elliptique S_{θ} , centrée à l'origine du repère (figure 11d) a pour expression [4]:

$$C_{ref_{e}}(X_{e}, Y_{e}, R_{a}, R_{b}, \gamma_{D}, \gamma_{I}, \theta) = \frac{\pi \cdot R_{a} \cdot R_{b}}{\sqrt{(D^{2} + R_{a}^{2})(D^{2} + R_{b}^{2})}}$$
(18)

A notre connaissance, l'expression analytique du facteur de configuration d'une surface elliptique S_e excentrée de l'origine du repère n'a pas été établie. La précision de la méthode proposée n'a donc pas été étudiée dans cette configuration.

3.2.2. Erreur commise sur le calcul des facteurs de configuration $C_{i}(C_{r}, C_{c}, C_{c})$ des surfaces de géométries simples

Les valeurs de C_i obtenues au moyen de la méthode des éléments finis, en supposant $\alpha_{ei}=10mrd$, ont été comparées aux valeurs de C_{ref_i} déterminées à l'aide des expressions analytiques présentées ci-dessus. Les écarts E_c correspondants ont été calculés à l'aide de la relation (6). La variation des écarts E_c , pour les surfaces de géométries simples S_r , S_t , S_c et S_e centrées à l'origine du repère, en fonction de la distance d'observation à l'origine D (D variant de 0,10m à 20m), est représentée sur la figure 14. Les écarts E_c correspondant aux surfaces S_r , S_t et S_c centrées en (x=0, y=2m) sont représentés sur la figure 15. Les courbes de la figure 14 (figures géométriques centrées) sont similaires à celles représentées sur la figure 10c1 lorsque la surface élémentaire ds est proche de l'origine de repère. De même, les courbes de la figure 15 peuvent être directement comparées à celles de la figure 10c1 lorsque la surface élémentaire ds est proche de l'origine de repère.

Les figures 14 et 15 montrent que, dans tous les cas étudiés, les écarts sont inférieurs à $E_c = 5.10^{-3}$ %. En outre, l'écart maximal a la même valeur, que la surface soit centrée ou non à l'origine du repère. Cet écart maximal est de l'ordre de $E_c = 3,3.10^3$ % pour les surfaces rectangulaires, $E_c = 2.10^3$ % pour les surfaces triangulaires, $E_c = 4,9.10^3$ % pour les surfaces circulaires, et $E_c = 4,7.10^3$ % pour les surfaces elliptiques.

Si la surface considérée est centrée à l'origine du repère, l'écart atteint sa valeur maximale et reste constant dès que la distance d'observation est supérieure à D=3m. Cette valeur représente environ 3 fois la plus grande dimension de la source.

Ainsi, l'erreur maximale commise sur le calcul du facteur de configuration C_i d'une surface de géométrie simple peut donc être estimée lorsque la source est centrée à l'origine du repère et observée à une distance supérieure ou égale à trois fois sa plus grande dimension.



Figure 14 : Evaluation de l'erreur commise sur le calcul des facteurs de configuration $C_i(C_r, C_t, C_c, C_e)$ des surfaces $S_i(S_r, S_t, S_c, S_e)$ centrées à l'origine du repère : variation de l'écart en fonction de la distance d'observation à l'origine D.



Figure 15 : Evaluation de l'erreur commise sur le calcul des facteurs de configuration $C_i(C_r, C_l, C_c)$ des surfaces $S_i(S_r, S_l, S_c)$ centrées en x=0 et y=2m: variation de l'écart en fonction de la distance d'observation à l'origine D.

3.3. Influence de la valeur de l'angle élémentaire α_{el} sur l'écart E_c et sur la durée du calcul

L'angle élémentaire α_{el} est un paramètre d'entrée dans la démarche proposée pour le calcul du facteur de configuration *C*. Sa valeur détermine, d'une part, la précision du calcul de *C*, comme l'indique le §3.1 et, d'autre part, sa durée. L'influence de l'angle élémentaire α_{el} sur ces 2 paramètres a donc été évaluée pour les surfaces de géométries simples S_i (S_r , S_t , S_c et S_e) dans les conditions les plus défavorables : surfaces centrées à l'origine du repère et observées à une distance D=3m de l'origine de ce repère. Les figures 16a et 16b représentent respectivement les variations de l'écart E_c et du temps d'exécution t en fonction des valeurs données à l'angle élémentaire α_{el} .

A titre d'exemple, le temps nécessaire pour estimer le facteur de configuration C_i d'une source S_i , avec un angle élémentaire $\alpha_{el}=10mrd$, est inférieur à t=0,3 seconde avec une précision $E_c=5.10^3$ %. Précisons que ce temps d'exécution correspond à une distance d'observation à l'origine Dégale à 3 fois la plus grande dimension de la source. Si cette distance D est inférieure (ou supérieure) à cette valeur le temps d'exécution sera allongé (ou diminué).



Figure 16 : Variation de l'écart (a) et du temps d'éxécution (b) en fonction de l'angle élémentaire α_{el} pour les surfaces S_i (S_r , S_t , S_c , S_e) centrées à l'origine du repère et observées à une distance D=3m de l'origine du repère.

4. CALCUL DU FACTEUR DE CONFIGURATION D'UNE SOURCE INDUSTRIELLE DE FORME COMPLEXE

La démarche proposée a été utilisée pour déterminer le facteur de configuration d'une source industrielle de forme complexe et pour obtenir ainsi l'éclairement produit par cette source en différents points de son environnement.

4.1. Description de la source utilisée

La source industrielle étudiée est l'ouverture d'un four destiné à réchauffer des pièces métalliques avant laminage. La température de fonctionnement du four est d'environ 1100°C. Les personnes chargées de prélever les pièces métalliques ainsi que celles travaillant dans l'environnement du four sont donc exposées au rayonnement infrarouge qu'il émet. Or, l'exposition chronique au rayonnement infrarouge compris entre 770 et 3000 nm est susceptible de provoquer, à terme, des lésions oculaires (cataractes). Le risque d'apparition de telles lésions dépend essentiellement

du niveau d'éclairement énergétique E_{ir} produit par la source dans ce domaine spectral.

La source considérée est l'ouverture du four, représentée à la figure 17. Cette source est décomposée en surfaces de géométries simples : un rectangle S_r de 2m par 0,57m et un quart d'ellipse S_e de demi-axes $R_e = 2m$ et $R_b = 0,43m$. La surface réceptrice se trouve au niveau des yeux des opérateurs et sa normale est dirigée vers le centre du four. La zone de risque étudiée est repérée par "plan yeux" à la figure 17. Elle est matérialisée par le plan situé à la hauteur des yeux des opérateurs et l'étendue de ce plan correspond à la zone de déplacement des opérateurs. Il s'agit donc de calculer l'éclairement énergétique E_{ir} en différents points de ce plan, à partir de l'éclairement énergétique E_{mes} mesuré parallèlement à la source, au point repéré P_{mes} . Si C_{Pmes} est le facteur de configuration de la source calculé en P_{mes} et $C_{(p)}$ le facteur de configuration de la source calculé en P_{mes} et configuration de la source calculé en un point P de "plan yeux", alors $E_{ir(p)}$ peut être déterminé comme suit :

$$E_{ir(p)} = E_{mes} \cdot \frac{C_{(p)}}{C_{Pmes}}$$
(19)

Le plan repéré "plan yeux" a donc été quadrillé avec un pas de 0,25 m sur sa longueur et sur sa largeur et l'éclairement $E_{ir(p)}$ a été calculé à l'aide de la relation (19) à chaque noeud du maillage.

4.2. Résultats

Les valeurs de $E_{ir(p)}$ calculées en différents points du plan repéré "plan yeux" sont présentés sur la figure 17 b.

Le calcul des facteurs de configuration par la méthode décrite dans le présent document a donc permis d'établir rapidement une cartographie des éclairements dans l'environnement d'une source de rayonnement optique de forme complexe.



Figure 17 : a) caractéristiques de la source industrielle étudiée b) Eclairement E_{ir} calculés dans l'environnement de la source.

5. CONCLUSION

Le programme de calcul présenté ci-avant a été développé pour estimer les facteurs de configuration de sources planes de formes complexes qui peuvent être décomposées en figures géométriques simples. Un des paramètres essentiels de ce programme est l'angle élémentaire

 α_{el} , qui détermine la précision de l'estimation et par conséquent le temps d'exécution. En effet, l'angle élémentaire choisi sera nécessairement un compromis entre la précision désirée et le temps d'exécution correspondant. Une analyse de la précision de la méthode dans des configurations particulières a montré que l'écart maximal est de l'ordre de 5.10³ % pour un angle

élémentaire α_{el} égal à 10mrd. Dans ces mêmes conditions, le temps d'exécution qui correspond à une distance d'observation à l'origine de 3 m est inférieur à 0,3 seconde. Ce programme de calcul n'est donc pas adapté au calcul de facteur de configuration nécessitant une précision très inférieure à 10⁻³%, car les temps d'exécution seraient trop importants. Pour cette même raison, ce programme ne convient pas pour le calcul du facteur de configuration de formes trop complexes, dont la composition excède une dizaine de surfaces de géométries simples. En revanche, cette méthode de calcul est adaptée à toutes les situations qui ne requièrent pas une telle précision.

Dans le futur, il est prévu d'intégrer ce programme à un programme plus global, destiné à évaluer les risques présentés par diverses sources de rayonnements optiques utilisées dans des configurations différentes. En effet, la répartition spectrale de la source est généralement relevée en un point de la zone de travail située dans l'environnement de la source et les risques qu'elle présente sont ensuite estimés dans toute la zone de travail. Or, cette dernière n'est pas rigoureusement délimitée. De plus, les valeurs limites d'exposition [13] utilisées pour évaluer ces risques ne sont pas des limites absolues entre une situation dangereuse et non dangereuse. Dans ces conditions, une précision comprise entre 10⁻² et 10⁻¹ % est suffisante pour calculer le facteur de configuration de la source de rayonnement optique. Par conséquent, le temps d'exécution requis est tout à fait acceptable.

Remerciements

Les auteurs remercient M. J.J. Embrechts² pour son aide apportée à la rédaction de cet article.

² Chercheur Qualifié du Fonds National de la Recherche Scientifique, laboratoire acoustique, électroacoustique et éclairage, Université de LIEGE, Belgique.

6. BIBLIOGRAPHIE

- 1. S. SALSI, A. BARLIER Lampes tungstène halogène Risques et limites d'utilisation. *Cahiers de notes documentaires*, 1992, pp 329 - 343.
- 2. CIE. Publ. N° 17.4 Vocabulaire international de l'éclairage. Genève, Bureau central de la Commission Electrotechnique internationale, 1987, 364 p.
- 3. LIGHTING CALCULATION Lighting handbook, reference and application, 8 th Edition. Illuminating Engineering Society of North America, 1993, chap. 9, pp 383 - 446.
- 4. R. SIEGEL, J.R. HOWELL Thermal radiation heat transfer. Hemisphere publishing corporation, third edition, Washington, 1992, 1072 p.
- 5. D.C. HAMILTON, W.R. MORGAN Radiant interchange configurations factors. Technical note 2836, Washington, national advisory committee for aeronautics, 1952, updata 1975, 110 p.
- 6. R.FLORESCU, GH. SAVITESCU, C. BOTEZ Sur le calcul de l'éclairement dans les installations munies avec des panneaux lumineux rectangulaires. Buletinul Institutulu Politehnic Din IASI, Tomul XXII (XXVI), Fasc. 3 4, Sectia III, 1976, pp 95 98.
- 7. W. PIERPOINT, J. HOPKINS The derivation of a new area-source equation. *Journal of Illuminating Engineering Society*, Avril 1984, pp 314 316.
- 8. I. Mc EWAN, D.J. CARTER Some approaches to the treatment of obstruction in interior lighting design. *Lighting Research & Technology*, vol.17, N°3, 1985, pp 107 115.
- 9. R.G. MISTRICK A priority based dual density finite element interreflected component calculation. *Journal of the Illuminating Engineering Society.* Summer 1989, pp 19 22.
- 10. R.G. MISTRICK, D.L. DILAURA A new finite orthogonal transform applied to radiative transfert calculation. *Journal of the illuminating engineering society*. Summer 1987, pp 115 128.
- 11. A.F. EMERY, O. JOHANSSON, M. LORD, A. ABROUS A comparative study of methods for computing the diffuse radiation viewfactors for complex structures. *Journal of Heat Transfert*, May 1991, vol.113, pp 413 422.
- 12. M. COHU Photométrie Eclairage intérieur et extérieur. Masson et C^e, Editeurs, Paris, 1966, 234p.

- 13. ACGIH 1995 -1996 Threshold Limit Values for chemical substances and physical agents and biological exposure indices. American Conference of Governmental Industrial Hygienist, Cincinnati, 1995, pp 104 -107.

ر

,

7. LISTE DES NOTATIONS, DES GRANDEURS ET DES UNITES

- α_{el} Angle sous lequel est observée une surface émettrice élémentaire *ds*, de dimension I_{an} placée à l'origine du repère [rd].
- *C* Facteur de configuration d'une surface de forme complexe *S* calculé à l'aide de la méthode proposée.
- C_c Facteur de configuration d'une surface circulaire S_c calculé à l'aide de la méthode proposée.
- *C*, Facteur de configuration d'une surface elliptique *S*, calculé à l'aide de la méthode proposée.
- *C_{el}* Facteur de configuration d'une surface émettrice élémentaire *ds* calculé à l'aide de la méthode proposée.
- C_i Facteur de configuration d'une surface de géométrie simple S_i calculé à l'aide de la méthode proposée.
- *C*_r Facteur de configuration d'une surface rectangulaire *S*_r calculé à l'aide de la méthode proposée.
- C_{ref_c} Facteur de configuration d'une surface circulaire S_c calculé à l'aide des expressions analytiques connues dans une configuration particulière.
- *Cref*, Facteur de configuration d'une surface elliptique *S*, calculé à l'aide des expressions analytiques connues dans une configuration particulière.
- *Cref*, Facteur de configuration d'une surface rectangulaire *S*, calculé à l'aide des expressions analytiques connues dans une configuration particulière.
- *Cref*, Facteur de configuration d'une surface triangulaire *S*, calculé à l'aide des expressions analytiques connues dans une configuration particulière.
- C_t Facteur de configuration d'une surface triangulaire S_t calculé à l'aide de la méthode proposée.
- *D* Distance entre la surface réceptrice *ds*' et l'origine du repère [m].
- *da* Aire de la surface élémentaire *ds* [m²].
- *ds* Désignation d'une surface émettrice élémentaire.
- *ds'* Désignation d'une surface réceptrice élémentaire.
- *E* Eclairement énergétique produit par une surface émettrice [W. m⁻²].
- $\gamma_{\rm p}, \gamma_{\rm l}$ Angle d'inclinaison et angle au centre du secteur angulaire d'une surface émettrice

circulaire S_c et de la surface émettrice elliptique S_e [rd].

- L Luminance énergétique de la surface émettrice de forme complexe S $[W. m^{-2}.sr^{-1}].$
- I_{el} Dimension d'une surface élémentaire ds [m].
- L_s Luminance de la surface émettrice élémentaire ds [W. m⁻².sr⁻¹].
- N Désignation de la normale à une surface émettrice ds.
- N' Désignation de la normale à une surface réceptrice ds'.
- \vec{N} Désignation du vecteur normal à une surface émettrice *ds*.
- \vec{N} Désignation du vecteur normal à une surface réceptrice ds'.
- N_c Nombre de surfaces émettrices circulaires S_c qui composent une surface émettrice de forme complexe S.
- *N_e* Nombre de surfaces émettrices elliptiques *S_e* qui composent une surface émettrice de forme complexe *S*.
- *N*, Nombre de surfaces émettrices rectangulaires *S*, qui composent une surface émettrice de forme complexe *S*.
- N_t Nombre de surfaces émettrices triangulaires S_t qui composent une surface émettrice de forme complexe S_t
- θ Angle d'inclinaison du grand axe d'une surface émettrice elliptique S_{ρ} par rapport à l'axe X [rd].
- R Rayon d'une surface émettrice circulaire S_c [m].
- R_{a}, R_{b} Demi-grand axe et demi-petit axe d'une surface émettrice elliptique S_{a} [m].
- *S* Désignation d'une surface émettrice de forme complexe.
- *S*_c Désignation d'une surface émettrice circulaire.
- S_a Désignation d'une surface émettrice elliptique .
- *S*, Désignation d'une surface émettrice de géométrie simple.
- *signe* Signe d'une surface émettrice circulaire *S*
- *signe*, Signe d'une surface émettrice elliptique S_e.
- *signe*, Signe d'une surface émettrice rectangulaire *S*,
- signe, Signe d'une surface émettrice triangulaire S_t

- *S*_r Désignation d'une surface émettrice rectangulaire.
- S_t Désignation d'une surface émettrice triangulaire.
- X_c, Y_c Coordonnées du centre C d'une surface émettrice circulaire S_c dans le plan XY [m].
- X, Y, Coordonnées du centre E d'une surface émettrice elliptique S, dans le plan XY [m].
- $X_{r1}, Y_{r1}, X_{r2}, Y_{r2}$ Coordonnées de 2 sommets diagonalement opposés d'une surface émettrice rectangulaire *S*r dans le plan XY [m].
- $X_{ta}, Y_{ta}, Coordonnées des sommets A, B et C d'une surface émettrice triangulaire <math>S_t$ dans le plan XY [m].
- X_{tc}, Y_{tc}
- X'_n , Y'_n , Coordonnées du vecteur \vec{N} normal à la surface réceptrice ds' dans le repère XYZ. Z'_n

ANNEXE A

•

A - 1

ANNEXE A DESCRIPTION DETAILLEE DU CALCUL DES FACTEURS DE CONFIGURATION $C_i (C_r, C_t, C_c, C_e)$

Les surfaces S_i (S_r , S_t , S_c , S_e) sont discrétisées selon une méthode décrite au §2.3. et les facteurs de configuration C_i (C_r , C_t , C_c , C_e) correspondants sont calculés en intégrant le facteur de configuration C_{ei} (relation 5) de la surface élémentaire ds à toute la surface S_i considérée. Pour chaque surface S_i étudiée, il est donc nécessaire de déterminer les **dimensions de la surface élémentaire** ds, son **aire** da, et les **coordonnées (X, Y) de son centre**.

A.1. Surface rectangulaire S,

A.1.1. Dimensions de la surface élémentaire ds

Les valeurs de dx et dy ont été déterminées comme suit :

$$dx = dy = l_{el}$$
 (A1)

A.1.2. Aire da de la surface élémentaire ds

L'aire *da* de la surface élémentaire rectangulaire *ds*, d'indice n_x , n_y (avec $0 < n_x \le N_x$ et $0 < n_y \le N_y$) a pour expression :

$$da_{(n_x,n_y)} = dx.dy \tag{A2}$$

A.1.3. Coordonnées du centre de la surface élémentaire ds

Le centre de la surface élémentaire ds d'indice n_x , n_y a pour coordonnées :

$$X_{(n_x,n_y)} = X_{r1} + (n_x - 1).dx + \frac{dx}{2}$$

$$Y_{(n_x,n_y)} = Y_{r1} + (n_y - 1).dy + \frac{dy}{2}$$
(A3)

A - 2

A.2. Surface triangulaire S_t

A.2.1. Dimensions de la surface élémentaire ds

Les pas d'intégration d l et db (ou dx) sont calculés comme suit :

$$dl = I_{el} \quad (A4) \quad \text{et} \qquad db = \frac{I_{el} \cdot (Y'_{med} - a. X'_{med})}{\sqrt{X'_{med}^2 + Y'_{med}^2}} \quad \text{si} \quad X'_{S1} \neq X'_{S2} \\ dx = \frac{I_{el} \cdot X'_{med}}{\sqrt{X'_{med}^2 + Y'_{med}^2}} \quad \text{si} \quad X'_{S1} = X'_{S2} \quad (A5)$$

 X'_{med} et Y'_{med} sont les coordonnées, dans le repère X'Y'Z', du point d'intersection de la médiane de la surface triangulaire S_t issue de S_o et de la droite $S_t S_2$. X'_{med} et Y'_{med} sont calculés comme suit :

$$X'_{med} = \frac{X'_{S1} + X'_{S2}}{2}$$
$$Y'_{med} = \frac{Y'_{S1} + Y'_{S2}}{2}$$

A.2.2. Aire da de la surface élémentaire ds

La surface élémentaire ds d'indice n_{ℓ} , n_b (avec $0 < n_{\ell} \le N_{\ell}$ et $0 < n_b \le N_b$) est trapézoïdale si n_b >1 ou triangulaire si $n_b=1$.

a) cas des surfaces élémentaires ds trapézoïdales

Soit la situation décrite à la figure 5, d'une surface élémentaire trapézoïdale *ds* d'indice n_{l} , n_{b} (avec $0 < n_{l} \le N_{l}$ et $1 < n_{b} \le N_{b}$), deux côtés du trapèze élémentaire *ds* coïncident avec les droites d'équation $Y' = a_{1} X'$ et $Y' = a_{2} X'$ issues de S_{0} et les deux autres côtés coïncident avec les droites d'équations Y'=aX'+b et Y'=aX'+(b+db) si $X'_{s1} \ne X'_{s2}$ ou les droites d'équation $X'=X'_{s}$ et $X' = (X_{s}+dx)$ si $X'_{s1} = X'_{s2}$. En se référant aux notations de la figure 5, les pentes a_{1} et a_{2} ont pour expression :

$$\begin{array}{ll} -\operatorname{si} X'_{a1} \neq 0 & a_{1} = \frac{Y'_{a1}}{X'_{a1}} \\ & \operatorname{avec} \ (si \ X'_{S1} \neq X'_{S2} \ , \mathrm{cf \ figure \ 5a}) & X'_{a1} = X'_{s1} + \frac{\ell}{\sqrt{a^{2} + 1}} & \mathrm{et} \ Y'_{a1} = a. X'_{a1} + B \\ & (si \ X'_{S1} = X'_{S2} \ , \mathrm{cf \ figure \ 5b}) & X'_{a1} = X'_{S1} & \mathrm{et} \ Y'_{a1} = Y'_{S1} + \ell \end{array}$$

$$-\operatorname{si} X'_{a1} = 0 \qquad a_1 = \infty$$

$$- \operatorname{si} X'_{a2} \neq 0 \qquad a_{2} = \frac{Y'_{a2}}{X'_{a2}} \operatorname{avec} (\operatorname{si} X'_{S1} \neq X'_{S2}, \operatorname{cf figure 5a}) \qquad X'_{a2} = X'_{s1} + \frac{(\ell + d\ell)}{\sqrt{a^{2} + 1}} \quad \operatorname{et} \quad Y'_{a2} = a.X'_{a2} + B (\operatorname{si} X'_{S1} = X'_{S2}, \operatorname{cf figure 5b}) \qquad X'_{a1} = X'_{S1} \qquad \operatorname{et} \quad Y'_{a1} = Y'_{S1} + (\ell + d\ell)$$

- si $X'_{a2} = 0$ $a_2 = \infty$

Les sommets P'_1 , P'_2 , P'_3 et P'_4 de la surface élémentaire trapézoïdale ds ont pour coordonnées respectives $(X'_1, Y'_1), (X'_2, Y'_2), (X'_3, Y'_3)$ et (X'_4, Y'_4) avec :

-si	X' _{S1} ≠X' _{S2}	et	si	a ₁ ≠ ∞	<i>X</i> ' ₁ =	$\frac{b}{a_1-a}$	et	$Y'_1 = a_1 X'_1$
	(cf figure 5a)				X' ₄ =	$\frac{b+db}{a_1-a}$	et	$Y'_{4} = a_{1} X'_{4}$
			si	a ₁ = ∞	<i>X</i> ' ₁ =	0	et	Y' ₁ =b
					X' ₄ =	0	et	$Y'_4 = b + db$
			si	a ₂ ≠ ∞	X' ₂ =	$=\frac{b}{a_2-a}$	et	$Y'_2 = a_2 X'_2$
					X' ₃ =	$=\frac{b+db}{a_2-a}$	et	$Y'_{3} = a_{2} \cdot X'_{3}$
			si	<i>a</i> ₂ = ∞	X'2 =	= 0	et	$Y'_2 = b$
					X' ₃ =	= 0	et	$Y'_3 = b + db$
- s	i X' _{S1} =X' _{S2}		ر	(' ₁ =X' _S	et	$Y'_{1} = a_{1} X'_{1}$		
	(cf figure 5b)		X	' ₂ = X' _S	et	$Y'_2 = a_2 \cdot X'_2$		
			X	$X'_3 = X'_S + dx$	et	$Y'_{3} = a_{2} \cdot X'_{3}$		
			X	$x'_4 = X'_S + dx$	et	$Y'_{4} = a_{1} \cdot X'_{4}$		

.

Ainsi, l'aire da de la surface élémentaire trapézoïdale ds d'indices n_l , n_b (avec avec $0 < n_l \le N_l$ et $1 < n_b \le N_b$) a pour expression :

$$\frac{da_{(n_{1},n_{b})} = \frac{1}{2} |(X'_{1} - X'_{2})(Y'_{1} + Y'_{2}) + (X'_{2} - X'_{3})(Y'_{2} + Y'_{3}) + (X'_{3} - X'_{4})(Y'_{3} + Y'_{4}) + (X'_{4} - X'_{1})(Y'_{4} + Y'_{1})|}{(A6)}$$

b) cas des surfaces élémentaires ds triangulaires

La surface élémentaire triangulaire ds est délimitée par les droites d'équation $Y' = a_1 X'$ et $Y' = a_2 X'$ issues de S_o et par la droite d'équation Y' = aX'+b si $X'_{S1} \neq X'_{S2}$ (cf figure 5a) ou la droite d'équation $X' = X'_S$ si $X'_{S1} = X'_{S2}$ (figure 5b).

Les sommets S_0 , P'_1 et P'_2 de la surface élémentaire triangulaire ds ont respectivement pour coordonnées (0, 0), (X'_1 , Y'_1) et (X'_2 , Y'_2). Les pentes a_1 et a_2 des droites ainsi que les coordonnées de P'_1 et P'_2 sont calculées de la même manière que pour les surfaces élémentaires trapézoïdales.

Ainsi, l'aire da de la surface élémentaire triangulaire ds d'indices n_{ℓ} , n_b (avec $0 < n_{\ell} \le N_{\ell}$ et $n_b = 1$) a pour expression :

$$da_{(n_{\prime},1)} = \frac{1}{2} |(-X'_{1},Y'_{1}) + (X'_{1}-X'_{2})(Y'_{1}+Y'_{2}) + (X'_{2},Y'_{2})|$$
(A7)

A.2.3. Coordonnées du centre de la surface élémentaire ds

a) cas des surfaces élémentaires trapézoïdales

Le centre de la surface élémentaire *ds* correspond au point d'intersection de ses médianes. En se référant aux notations de la figure 5, les surfaces élémentaires trapézoïdales *ds* ont pour médianes les droites d'équation :

$$Y' = a_{m0}.X' \text{ (avec } a_{m0} = \frac{Y'_{a1} + Y'_{a2}}{X'_{a1} + X'_{a2}} \text{ et } Y' = a.X' + (b + \frac{db}{2}) \text{ si } X'_{S1} \neq X'_{S2}$$
$$X' = X'_{s} + \frac{dx}{2} \text{ si } X'_{S1} = X'_{S2}$$

Dans le repère X'Y'Z', le centre de la surface élémentaire trapézoïdale d'indice n_{ℓ} , n_b (avec avec $0 < n_{\ell} \le N_f$ et $1 < n_b \le N_b$) a donc pour coordonnées :

$$- \operatorname{si} X'_{S1} = X'_{S2} \qquad X'_{(n_{l},n_{b})} = X'_{S} + \frac{dx}{2} \quad \text{et} \quad Y'_{(n_{l},n_{b})} = a_{m0} \cdot X'_{(n_{l},n_{b})} \quad (A8)$$

$$- \operatorname{si} X'_{S1} \neq X'_{S2} \quad \text{et} \quad \text{si} \ a_{m0} \neq \infty \qquad X'_{(n_{l},n_{b})} = \frac{b + \frac{db}{2}}{a_{m0} - a} \quad \text{et} \quad Y'_{(n_{l},n_{b})} = a_{m0} \cdot X'_{(n_{l},n_{b})} \quad (A9)$$

$$\operatorname{si} \ a_{m0} = \infty \qquad X'_{(n_{l},n_{b})} = 0 \qquad \text{et} \quad Y'_{(n_{l},n_{b})} = b + \frac{db}{2} \quad (A10)$$

b) cas des surfaces élémentaires triangulaires

Pour <u>les surfaces élémentaires triangulaires</u>, les médianes issues des sommets S_o et P'_2 de coordonnées respectives (0, 0) et (X'_2 , Y'_2) sont les droites d'équations (en se référant aux notations de la figure 5) :

$$Y' = a_{m0} \cdot X'$$
 (avec $a_{m0} = \frac{Y'_{a1} + Y'_{a2}}{X'_{a1} + X'_{a2}}$)
et

$$Y' = a_{m2}.X' + b_2$$
 (avec $a_{m2} = \frac{Y'_2 - \frac{Y'_1}{2}}{X'_2 - \frac{X'_1}{2}}$ et $b_2 = Y'_2 - a_{m2}.X'_2$)

Remarque : Cette dernière relation est toujours vérifiée car le sommet S1 est choisi de telle sorte que $X'_{s1} \le X'_{s2}$ (cf. §2.3.2.), par conséquent $X'_1 \le X'_2$, ainsi $X'_2 - \frac{X'_1}{2} \ne 0$.

Dans le repère X'Y'Z', le centre de la surface élémentaire triangulaire ds d'indice n_l , n_b (avec $0 < n_l \le N_l$ et $n_b = 1$) a donc pour coordonnées :

$$-\operatorname{si} X'_{2} \neq \frac{X'_{1}}{2} \quad \text{et} \quad -\operatorname{si} a_{m0} \neq \infty \quad X'_{(n_{\ell},1)} = \frac{b_{2}}{a_{m0} - a_{m2}} \quad \text{et} \quad Y'_{(n_{\ell},1)} = a_{m0} \cdot X'_{(n_{\ell},1)} \quad (A11)$$
$$-\operatorname{si} a_{m0} = \infty \quad X'_{(n_{\ell},1)} = 0 \quad \text{et} \quad Y'_{(n_{\ell},1)} = b_{2} \quad (A12)$$

Dans le repère général XYZ, les surfaces élémentaires *ds* triangulaires ou trapézoïdales ont donc pour coordonnées :

$$X_{(n_{\ell},n_{b})} = X_{(n_{\ell},n_{b})} + X_{S0}$$
 et $Y_{(n_{\ell},n_{b})} = Y_{(n_{\ell},n_{b})} + Y_{S0}$ (A13)

A.3. Surface circulaire S_c

A.3.1. Dimensions de la surface élémentaire ds

Les valeurs de do et dr ont été déterminées comme suit :

$$d\phi = 2.\arcsin(\frac{l_{el}}{2R})$$
 (A14) et $dr = l_{el}$ (A15)

A.3.2. Aire da de la surface élémentaire ds

Soit la surface élémentaire *ds* d'indices n_{φ} , n_r (avec $0 < n_{\varphi} \le N_{\varphi}$ et $0 < n_r \le N_r$) appartenant au secteur d'angle $d\varphi$ et à la couronne circulaire de petit rayon *r* et de grand rayon (*r*+*dr*), l'aire *da* de cette surface élémentaire *ds* a pour expression :

$$ds_{(n_{\varphi},n_{r})} = (r + \frac{dr}{2}).dr.d\phi \qquad (A16)$$

A.3.3. Coordonnées du centre de la surface élémentaire ds

En se référant aux notations données à la figure 7, le centre de la surface élémentaire d'indices n_{φ} , n_r , a pour coordonnées :

$$X_{(n_{\varphi},n_{r})} = X_{c} + (r + \frac{dr}{2}).\cos(\varphi + \frac{d\varphi}{2})$$

$$Y_{(n_{\varphi},n_{r})} = Y_{c} + (r + \frac{dr}{2}).\sin(\varphi + \frac{d\varphi}{2})$$
(A17)

A.4. Surface elliptique S_e

A.4.1. Dimensions de la surface élémentaire ds

Les valeurs de do et dr ont été déterminées comme suit :

$$d\varphi = 2.\arcsin(\frac{l_{el}}{2R_a})$$
 (A18) et $dr = l_{el}$ (A19)

A.4.2. Aire da de la surface élémentaire ds

Soit la surface élémentaire ds d'indices n_{i} , n_{r} (avec $0 < n_{\varphi} \le N_{\varphi}$ et $0 < n_{r} \le N_{r}$), appartenant au secteur d'angle $d\phi$ et à la couronne circulaire de petit rayon r et de grand rayon (r+dr), l'aire da de cette surface élémentaire ds a pour expression :

$$da_{(n_{\varphi},n_{r})} = (r + \frac{dr}{2}).dr.d\phi \qquad (A20)$$

A.4.3. Coordonnées du centre de la surface élémentaire ds

Dans le repère X'Y'Z', le centre de la surface élémentaire ds d'indices n_{φ} , n_{r} a pour coordonnées:

$$X'_{(n_{\varphi},n_{r})} = (r + \frac{dr}{2}) \cdot \cos(\varphi + \frac{d\varphi}{2})$$

$$Y'_{(n_{\varphi},n_{r})} = (r + \frac{dr}{2}) \cdot \sin(\varphi + \frac{d\varphi}{2})$$
(A21)

Les coordonnées ($X_{(n^{\phi}, nr)}$, $Y_{(n^{\phi}, nr)}$) du centre de la surface élémentaire ds dans le repère général XYZ sont déduites de ses coordonnées $X'_{(n^{p_{.}},n_{.})}, Y'_{(n^{p_{.}},n_{.})}$) dans le repère X'Y'Z', en prenant en compte les coordonnées (X_e , Y_e) du centre de l'ellipse et l'angle d'inclinaison θ de l'ellipse par rapport à l'axe X (cf figure 3d), ainsi :

$$X_{(n_{\varphi},n_{r})} = X_{\theta} + X'_{(n_{\varphi},n_{r})} \cdot \cos(\theta) - Y'_{(n_{\varphi},n_{r})} \cdot \sin(\theta)$$

$$Y_{(n_{\varphi},n_{r})} = Y_{\theta} + X'_{(n_{\varphi},n_{r})} \cdot \sin(\theta) + Y'_{(n_{\varphi},n_{r})} \cdot \cos(\theta)$$
(A22)

2)

ANNEXE B

ANNEXE B

PROGRAMME DE CALCUL DU FACTEUR DE CONFIGURATION D'UNE SOURCE DE FORME COMPLEXE

B.1. UNITE" DEFTYPE" : DECLARATIONS DES TYPES DES VARIABLES

UNIT DEFTYPE;

INTERFACE

CONST

maxcoord=10;

TYPE

```
droite = record
      case orient : (incline,vertical) of
             incline : (a,b : extended);
             vertical :(X0 :extended);
end;
```

```
cercle=record
      signe:integer;
      Xc,Yc:extended;
      angleD,angleI:extended;
      rayon :extended;
end;
```

```
ellipse=record
      signe:integer;
      Xc,Yc:extended;
      angleD,angleI:extended;
      rayA, rayB :extended;
      inclin: extended;
```

end;

```
rectg=record
      signe:integer;
      Xr0,Yr0,Xr1,Yr1 :extended;
end;
```

```
triangle=record
      signe:integer;
      Xta, Xtb, Xtc, Yta, Ytb, Ytc:extended;
end;
```

```
triangle0 = record
xs1,ys1,xs2,ys2:extended;
xS0,yS0:extended;
S1S2:droite;
```

end;

Tabcerc = ARRAY [1.. maxcoord] of cercle;Tabrect = ARRAY [1.. maxcoord] of rectg;Tabtrg = ARRAY [1.. maxcoord] of triangle;Tabellipse = ARRAY [1..maxcoord] of ellipse;

```
decrit_source = record
    Ntb, Nrect,Ntrg,Ncerc,Nelps :integer;
    Trectangle :Tabrect;
    Tcercle : Tabcerc;
    Ttriangle : Tabtrg;
    Tellipse : Tabellipse;
end;
```

end;

```
Observateur = record
dist :extended;
Xvis,Yvis :extended;
xn :extended;
yn :extended;
zn :extended;
```

end;

```
IMPLEMENTATION
```

END.

B.2. UNITE "MATH" : FONCTIONS MATHEMATIQUES

UNIT MATH;

INTERFACE

FUNCTION tg (angle:extended):extended;

FUNCTION Arcsin (x:double):double;

PROCEDURE echange (var x,y :extended);

IMPLEMENTATION

(* calcul de la tangente *)

FUNCTION tg (angle:extended):extended; begin tg:=sin(angle)/cos(angle); end;

(* calcul de l'arcsinus *)

FUNCTION Arcsin (x:double):double;

(* échange 2 variables *)

PROCEDURE echange (var x,y :extended);

```
var
z: extended;
begin
z := x;
x := y;
y := z;
end;
```

```
END.
```

B.3. UNITE "FORMCPLX" : CALCUL DU FACTEUR DE CONFIGURATION DES SOURCES DE FORMES COMPLEXES PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

UNIT FORMCPLX;

INTERFACE

USES

Math, DeFType;

FUNCTION pas (d,lim:extended):extended;

FUNCTION integr_num_rect (rect : rectg; obs : observateur):extended;

FUNCTION integr_num_cerc (obs:Observateur;crcl:cercle):extended;

FUNCTION integr_num_elps (obs:Observateur;elps:ellipse):extended;

FUNCTION integr_num_trng (obs:Observateur;trng0:triangle0):extended;

FUNCTION Calcul_rect (rect : rectg; obs : observateur) :extended;

FUNCTION calcul_crcl (crcl:Cercle ; obs : Observateur): extended;

FUNCTION calcul_elps (elps:Ellipse ; obs : Observateur): extended;

FUNCTION calcul_trng (trng: Triangle;obs: Observateur):extended;

PROCEDURE Calc_coord (xpente,ypente:extended; seg: droite; var xr,yr:extended);

PROCEDURE init_trng (trng :triangle; var trng0: triangle0);

PROCEDURE Calc_FormSource_Cplx (FSource : Decrit_Source; Obs:Observateur; ang_elfini:extended;var result : extended);

IMPLEMENTATION

VAR

lim_ef:extended;

(* ajustement du pas *)

FUNCTION pas (d,lim:extended):extended;

var

ent :extended;

begin

```
ent:=int(d/lim);
if ent > 0 then
pas:=d/ent
else
pas:=d;
```

end;

(* calcul facteur de configuration élémentaire *)

FUNCTION angle_elmt (X,Y :extended;Surf:extended; obs: observateur) :extended;

var

r2 :extended;

begin

```
r2:=sqr(X)+sqr(Y)+sqr(Obs.dist);
angle_elmt:= Surf*obs.dist*(obs.xn *X+obs.yn*Y-obs.zn*obs.dist)/sqr(r2);
end;
```

```
(* calcul des coordonnées du point d'intersection de la droite y=ax+b *)
(* et de la droite issue de l'origine du repère de pente = Ypente/Xpente *)
```

PROCEDURE Calc_coord (xpente, ypente:extended; seg: droite; var xr, yr:extended);

```
begin
```

```
if seg.orient = incline then
begin
      if (xpente<-1E-10) or (xpente>1E-10) then (* Xpente <>0 *)
      begin
             xr:=seg.b/((ypente/xpente)-seg.a);
             yr:=(seg.a*xr)+seg.b;
      end
      else
      begin
            xr:=0;
            yr:=seg.b;
      end;
end
else
begin
      xr:=seg.x0;
      yr:=xr*(ypente/xpente);
end:
```

end;

```
(* intégration numérique du rectangle *)
```

FUNCTION integr_num_rect (rect :Rectg; obs:Observateur):extended;

var

```
x1,y1,x2,y2,xm,ym:extended;
res_el,Surf :extended;
pasx,pasy: extended;
```

begin

```
res_el:=0;
```

```
y2:=Rect.yr0;
pasy:=lim_ef;
repeat (* intégration entre Rect.yr0 et Rect.yr1 *)
y1:= y2;
if (y1+pasy)>Rect.yr1 then (* calcul du pasy à la dernière boucle *)
pasy:=abs(Rect.yr1-y1);
y2:=y1+pasy;
x2:=Rect.xr0;
pasx:=lim_ef;
repeat (* intégration entre Rect.xr0 et Rect.xr1 *)
```

```
integr_num_rect:=res_el;
```

end;

```
(* intégration numérique du cercle *)
```

FUNCTION integr_num_cerc (obs:Observateur;crcl:cercle):extended;

var

```
phi1,phi2,ray1,ray2,phim,raym :extended;
xm,ym,x2,y2,res_el,Surf :extended;
pas_phi,pas_R:extended;
```

begin

```
res_el:=0;
pas_phi:= 2*arcsin(lim_ef/(2.*crcl.rayon));
phi2:=(crcl.angleD);
```

```
ray2:=0;
pas_R:=lim_ef;
```

```
repeat (* Intégration entre 0 et Rayon *)
ray1:=ray2;
```

```
(* Calcul du pas_R à la dernière boucle *)
if (ray1+pas_R)>crcl.rayon then
pas_R:=crcl.rayon-ray1;
ray2:=ray1+pas_R;
```

```
phim:=(phi1+phi2)/2;
raym:=(ray1+ray2)/2;
```

```
(* coordonnées de la surface élémentaire dans le repère général *)
xm:=crcl.Xc+(raym*cos(phim));
ym:=crcl.Yc+(raym*sin(phim));
```

```
Surf:=pas_phi*raym*pas_R;
res_el:=res_el+angle_elmt (xm,ym,Surf,obs);
```

```
until (ray2>(crcl.rayon-(1E-10))) ;
until (phi2>((crcl.angleD+crcl.angleI)-(1E-10))) ;
```

integr_num_cerc:=res_el;

end;

(* intégration numérique de l'ellipse *)

FUNCTION integr_num_elps (obs:Observateur;elps:ellipse):extended;

var

```
phi1,phi2,ray1,ray2,phim,raym,rayon :extended;
xm,ym,xprim,yprim,res_el,Surf :extended;
pas_phi,pas_R:extended;
```

begin

res_el:=0; pas_phi:=lim_ef/ elps.rayA;

```
phi2:=(elps.angleD);
```

```
repeat (* Intégration entre AngleD et angleD+AngleI *)
phi1:=phi2;
```

phim:=(phi1+phi2)/2;

```
rayon :=elps.rayA*elps.rayB/
sqrt(sqr(elps.rayB)+(sqr(elps.rayA)-sqr(elps.rayB))*sqr(sin(phim)));
```

ray2:=0;

```
pas_R:=lim_ef; (* pas(rayon,lim_ef); *)
repeat (* Intégration entre 0 et rayon *)
ray1:=ray2;
```

```
raym:=(ray1+ray2)/2;
```

```
(* calcul des coordonnées de la surface élémentaire *)
(* dans le repère de l'ellipse *)
xprim:=(raym*cos(phim));
yprim:=(raym*sin(phim));
```

```
(* calcul des coordonnées de la surface élémentaire *)
(* dans le repère général *)
xm:=elps.xc+xprim*cos(elps.inclin)-yprim*sin(elps.inclin);
ym:=elps.yc+xprim*sin(elps.inclin)+yprim*cos(elps.inclin);
```

```
surf:=raym*pas_phi*pas_R;
res_el:=res_el+angle_elmt (xm,ym,Surf,obs);
```

```
until (ray2>(rayon-(1E-10)));
until (phi2>((elps.angleD+elps.angleI)-(1E-10)));
```

```
integr_num_elps:=res_el;
```

end;

```
(* intégration numérique du triangle *)
```

FUNCTION integr_num_trng (obs:Observateur;trng0:triangle0):extended;

var

```
xdeb,ydeb,xmed,ymed,xfin,yfin:extended;
xm,ym,x1,y1,x2,y2,x1p,y1p,x2p,y2p :extended;
Xmedt,Ymedt :extended;
res_el:extended;
surf:extended;
pas_S,pas_b:extended;
ligne_ext,ligne_moy,med_cote : droite;
fin:boolean;
D_S1S2,D_p2S1:extended;
```

begin

```
res_el:=0;
```

```
with trng0 do
begin
      D_S1S2:=sqrt(sqr(Xs2-Xs1)+sqr(Ys2-Ys1));
      pas_S:= lim_ef;
      (* coordonnées point intersection de la médiane du triangle issue de S0 *)
      (* et de la droite S1 S2 *)
       Xmedt:=(Xs2+Xs1)/2;
       Ymedt:=(Ys2+Ys1)/2;
      if S1S2.orient=incline then
      begin
            ligne_ext.orient:=incline;
            ligne_moy.orient:=incline;
            ligne_ext.a:=S1S2.a;
            ligne_moy.a:=S1S2.a;
      end
      else
      begin
            ligne_ext.orient:=vertical;
            ligne_moy.orient:=vertical;
      end;
      xfin:=Xs1;
      yfin:=Ys1;
      D_p2S1:=0;
      repeat (* Intégration entre 0 et la distance qui sépare S1 et S2 *)
            xdeb:=xfin;
            ydeb:=yfin;
            (* calcul du pas_S à la dernière boucle *)
            if (D_p2S1+pas_S) > D_S1S2 then
pas_S:=D_S1S2-D_p2S1;
            D_p2S1:=D_p2S1+pas_S;
```

```
if S1S2.orient=incline then begin
```

```
xfin:=XS1+(D_p2S1/sqrt(sqr(S1S2.a)+1));
yfin:=S1S2.a*xfin+S1S2.b;
```

ligne_ext.b:=0; ligne_moy.b:=0;

pas_b:=(Ymedt-S1S2.a*Xmedt)*lim_ef/sqrt(sqr(Xmedt)+sqr(Ymedt));

end

```
else
begin
xfin:=S1S2.X0;
yfin:=Ys1+D_p2S1;
```

ligne_ext.x0:=0; ligne_moy.X0:=0;

```
pas_b:=Xmedt*lim_ef/sqrt(sqr(Xmedt)+sqr(Ymedt));
```

end;

```
(* coordonnées point intersection de la médiane du secteur angulaire *)
(* issue de S0 et de la droite S1 S2 *)
xmed:=(xdeb+xfin)/2;
ymed:=(ydeb+yfin)/2;
x1:=0; y1:=0; x2:=0; y2:=0;
fin:=false;
repeat (* Intégration entre 0 et B *)
      if S1S2.orient =incline then
      begin
             (* calcul du pas_b à la dernière boucle *)
            if abs(ligne_ext.b+pas_b) > abs(S1S2.b) then
                   pas_b:=S1S2.b-ligne_ext.b;
            ligne_ext.b:=ligne_ext.b+pas_b;
            ligne_moy.b:=ligne_ext.b-(pas_b/2);
      end
      else
      begin
             (* calcul du pas_x à la dernière boucle *)
            if abs(ligne_ext.X0+pas_b) > abs(S1S2.X0) then
                  pas_b:=S1S2.X0-ligne_ext.X0;
            ligne_ext.X0:=ligne_ext.X0+pas_b;
            ligne_moy.X0:=ligne_ext.X0-(pas_b/2);
      end;
      x1p:=x1;
      y1p:=y1;
      x2p:=x2;
      y2p:=y2;
      calc_coord (xdeb,ydeb,ligne_ext,x1,y1);
      calc_coord (xfin,yfin,ligne_ext,x2,y2);
```

```
(* calcul de la 1ère surface élémentaire :de forme triangulaire *)
                          if ((S1S2.orient=incline) and (ligne_ext.b=pas b)) or
                          ((S1S2.orient=vertical) and (ligne_ext.x0=pas_b)) then
                          begin
                                if x^{2} <> (x^{1}/2) then
                                begin
                                       med_cote.orient:=incline;
                                       med_cote.a:=(y2-(y1/2))/(x2-(x1/2));
                                       med_cote.b:=y2-med_cote.a*x2;
                                end
                                else
                                begin
                                       med_cote.orient:=vertical;
                                       med_cote.X0:=(x1/2);
                                end;
                                surf:=(1/2)^{*}((-x1^{*}y1)+(x1-x2)^{*}(y1+y2)+(x2^{*}y2));
                                calc_coord (xmed,ymed,med_cote,xm,ym);
                          end
                          (* calcul des surfaces élémentaires suivantes : de forme trapézoïdales*)
                          else
                          begin
                                surf:=(1/2)^{*}((x1p-x1)^{*}(y1p+y1)+(x1-x2)^{*}(y1+y2)+
                                       (x2-x2p)^{*}(y2+y2p)+(x2p-x1p)^{*}(y2p+y1p));
                                calc_coord (xmed,ymed,ligne_moy,xm,ym);
                          end:
                          (* calcul des coordonnées de la surface élémentaire dans le repère général *):
                          xm:=xm+Xs0;
                          ym:=ym+Ys0;
                          surf:=abs(surf);
                          res_el:=res_el+angle_elmt (xm,ym,Surf,obs);
                          if((S1S2.orient=incline) and (abs(ligne_ext.b) = abs(S1S2.b))) or
                          ((S1S2.orient=vertical) and (abs(ligne_ext.X0) = abs(S1S2.X0))) then
                                fin:=TRUE;
                   until fin ;
             until (D_p2S1>(D_S1S2-(1E-8)));
      end; (* with *)
      integr_num_trng:=res_el;
end;
```

PROCEDURE init_trng (trng :triangle; var trng0:triangle0);

var

at,bt,ct :extended; (* cotés du triangle *)

begin

```
with trng0 do
begin
    at:= sqrt(sqr(trng.Xtb-trng.Xtc)+sqr(trng.Ytb-trng.Ytc));
    bt:= sqrt(sqr(trng.Xta-trng.Xtc)+sqr(trng.Yta-trng.Ytc));
    ct:= sqrt(sqr(trng.Xtb-trng.Xta)+sqr(trng.Ytb-trng.Yta));
```

(* l'origine S0 de coord Xs0, Ys0 correspond à l'angle au sommet le + grand *)

```
if (at >=bt) and (at>=ct) then
       begin
             Xs0:=trng.Xta;
             Ys0:=trng.Yta;
             Xs1:=trng.Xtb;
             Ys1:=trng.Ytb;
             Xs2:=trng.Xtc;
             Ys2:=trng.Ytc;
      end
      else
      begin
             if (bt >= ct) then
             begin
                   Xs0:=trng.Xtb;
                   Ys0:=trng.Ytb;
                   Xs1:=trng.Xta;
                   Ys1:=trng.Yta;
                   Xs2:=trng.Xtc;
                   Ys2:=trng.Ytc;
             end
             else
             begin
                   Xs0:=trng.Xtc;
                   Ys0:=trng.Ytc;
                   Xs1:=trng.Xta;
                   Ys1:=trng.Yta;
                   Xs2:=trng.Xtb;
                   Ys2:=trng.Ytb;
            end;
      end;
      (* changement de repère : origine du repère déplacé en Xs0, Ys0 *);
      xs2:=xs2-Xs0;
      ys2:=ys2-Ys0;
      xs1:=xs1-Xs0;
      ys1:=ys1-Ys0;
      (* calcul des coefficients a et B de la droite S1S2 *)
      if xs1=xs2 then
      begin
             S1S2.orient:=vertical;
            S1S2.X0:=xs1;
                   if (ys1 > ys2) then
             begin
                   echange (ys1,ys2);
                   echange (xs1,xs2);
             end;
      end
      else
      begin
            S1S2.orient:=incline;
             S1S2.a:=(ys2-ys1)/(xs2-xs1);
             S1S2.b:=ys2-(S1S2.a*xs2);
                   if (xs1 > xs2) then
                   begin
                         echange (Xs1,Xs2);
                         echange (Ys1,Ys2);
                   end;
      end;
end; (* with *)
```

end;

(* calcul du facteur configuration d'un rectangle *)

FUNCTION calcul_rect (rect :Rectg ; obs : Observateur) :extended;

```
begin
with rect do
begin
if (xr0 > xr1) or (yr0 > yr1) then
begin
echange (xr0,xr1);
echange (yr0,yr1);
end;
end;
calcul_rect:=integr_num_rect (rect,obs);
ond;
```

end;

(* calcul du facteur configuration d'un cercle *)

FUNCTION calcul_crcl (crcl:Cercle ; obs : Observateur): extended;

begin

```
calcul_crcl:=integr_num_cerc (obs,crcl);
```

end;

(* calcul du facteur de configuration d'une ellipse *)

```
FUNCTION calcul_elps (elps:Ellipse ; obs : Observateur): extended;
```

(* Calcul du facteur de configuration d'un triangle *)

FUNCTION calcul_trng (trng: Triangle;obs: Observateur):extended; var trng0: triangle0;

begin init_trng(trng,trng0); calcul_trng:=integr_num_trng (obs,trng0); end:

```
(******** procédure principale *******)
```

PROCEDURE Calc_FormSource_Cplx (FSource : Decrit_Source; Obs :Observateur; ang_elfini:extended; var result : extended) ;

VAR

j : integer; res_interm,norm_vise : extended;

begin

```
result :=0.0;
with Fsource do
begin
       (* Détermination du vecteur de visée *)
      norm_vise := sqrt(sqr(obs.Xvis)+sqr(obs.Yvis) + sqr(obs.dist));
      obs.xn := Obs.Xvis/norm_vise;
      obs.yn := Obs.Yvis/norm_vise;
      obs.zn := -(obs.dist/norm_vise);
      (* dimension minimale d'un élément *)
      lim_ef:= 2*Obs.dist*tg(ang_elfini/2);
      (* détermination du facteur de configuration des rectangles *)
      for j:=1 to Nrect do
      begin
             res_interm:= calcul_rect(Trectangle[j],obs) * Trectangle[j].signe ;
             result := result+res_interm ;
      end:
      (* détermination du facteur de configuration des triangles *)
       for j:=1 to Ntrg do
      begin
             res_interm := calcul_trng(Ttriangle[j],obs) *Ttriangle[j].signe ;
             result := result+res_interm ;
      end;
       (* détermination du facteur de configuration des cercles *)
       for j:=1 to Ncerc do
      begin
             res_interm := calcul_crcl(Tcercle[j],obs) * Tcercle[j].signe ;
             result := result+res_interm ;
      end;
      (* détermination du configuration des ellipses *)
      for j:=1 to Nelps do
      begin
             res_interm := calcul_elps(Tellipse[j],obs) * Tellipse[j].signe ;
             result := result+res_interm ;
      end;
end; (*with*)
```

END.

end;