



HAL
open science

Efficacité des protections collectives périphériques utilisées pour les travaux sur les toitures.

J. Paureau

► **To cite this version:**

J. Paureau. Efficacité des protections collectives périphériques utilisées pour les travaux sur les toitures.. [Rapport de recherche] Notes scientifiques et techniques de l'INRS NS 172, Institut National de Recherche et de Sécurité (INRS). 1999, 51 p., ill., bibliogr. hal-01420137

HAL Id: hal-01420137

<https://hal-lara.archives-ouvertes.fr/hal-01420137>

Submitted on 20 Dec 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

MAI 1999

N° ISSN 0397 - 4529

172

EFFICACITE DES PROTECTIONS COLLECTIVES PERIPHERIQUES UTILISEES POUR LES TRAVAUX SUR TOITURES

J. PAUREAU

INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE ET DE SECURITE

**SIEGE SOCIAL :
30, RUE OLIVIER-NOYER, 75680 PARIS CEDEX 14**

**CENTRE DE RECHERCHE :
AVENUE DE BOURGOGNE, 54501 VANDŒUVRE CEDEX**

SOMMAIRE

RÉSUMÉ.....	1
INTRODUCTION.....	2
1 - NOTATIONS	3
2 - DESCRIPTION DES MATÉRIELS ÉTUDIÉS	6
3 - SOLLICITATIONS DES MATÉRIELS.....	7
4 - MODÉLISATION.....	7
4.1 Matériel.....	7
4.2 Types de chocs.....	8
4.3 Calcul de la force dynamique.....	9
4.4 Calcul de la résultante dynamique maximale.....	11
5 - EXPERIMENTATION.....	13
5.1 Matériel et appareillage.....	13
5.2 Résultats expérimentaux.....	14
6 - COMPARAISON DES RÉSULTATS THÉORIQUES ET EXPÉRIMENTAUX.....	16
6.1 Force dynamique maximale.....	16
6.2 Réactions horizontales.....	18
7 - DISCUSSION ET INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS.....	20
7.1 Incertitudes expérimentales.....	20
7.2 Approximations du modèle.....	21
8 - ORDRES DE GRANDEUR DES FORCES.....	25
8.1 Cas des échafaudages.....	25
8.2 Cas des garde-corps	26
8.3 Réactions de la structure d'accueil.....	27
8.4 Comportement de la structure d'accueil.....	29
9 - MESURES PROPRES À RÉDUIRE LES RISQUES.....	30
9.1 Démystification de la protection collective.....	30
9.2 Mesures techniques visant à réduire les risques.....	30

10 - CONCLUSION.....	33
ANNEXE I - FORCE ET RÉSULTANTE DYNAMIQUES AGISSANT SUR LE RESSORT DU MODÈLE D'UNE PROTECTION COLLECTIVE.....	34
I-1 Masse effective pendant le choc.....	34
I-2 Résultante dynamique maximale générée par un choc mou sur le modèle de la protection collective.....	34
I-3 Choc additionnel.....	38
I-4 Discussion.....	42
ANNEXE II - CHUTE DE PLAIN-PIED SUR UN ECHAFAUDAGE SUSPENDU DÉTERMINATION DE LA RÉACTION VERTICALE DE LA STRUCTURE D'ACCUEIL LORS DU CHOC	44
II-1 Définitions	44
II-2 Mise en équation.....	45
BIBLIOGRAPHIE.....	51

RÉSUMÉ

Les protections collectives périphériques de toitures ont été modélisées par un système masse-ressort et les relations permettant de calculer les réactions des structures d'accueil ont été établies dans l'hypothèse du choc mou d'une masse contre ces protections collectives et d'une chute de plain-pied sur un échafaudage de couvreur. Des essais de choc sur un échafaudage de ce type ont été effectués à l'aide du sac sphéro-conique normalisé de 50 kg. Dans la configuration de cet échafaudage pour laquelle les déformations latérales restent faibles, il est constaté un bon accord entre la théorie et l'expérimentation. Dans l'hypothèse des déformations élastiques du matériel, la réaction verticale de la structure d'accueil peut dépasser 10 kN et les réactions horizontales 20 kN. Les structures d'accueil peuvent être en outre le siège d'efforts qui peuvent atteindre 30 kN. Les structures d'accueil sur lesquelles les protections collectives périphériques sont installées ne sont généralement pas prévues pour supporter de telles forces. Cette cause pourrait expliquer le nombre élevé des accidents (30 %) qui se produisent par rupture des structures d'accueil ou des liaisons des matériels à celles-ci. Il importe de prendre conscience de l'insécurité que peut engendrer l'utilisation de ces matériels. Il importe également de réduire les forces transmises à la structure d'accueil, notamment par l'incorporation aux matériels d'un absorbeur d'énergie à force constante. Enfin il est essentiel de normaliser les interfaces structure d'accueil / matériels.

INTRODUCTION

La protection collective contre les chutes de hauteur en périphérie des bâtiments est réalisée par des échafaudages de pied, par des plates-formes en porte-à-faux ou par des écrans garde-corps.

Les échafaudages de pied sont normalisés, ne posent plus de problèmes... En principe. Les plates-formes de travail en encorbellement susceptibles de recevoir des banches pour les bâtiments en cours de construction, font l'objet de la norme AFNOR 93-351 [1]. La résistance mécanique des autres plates-formes en porte-à-faux, non encore normalisées, des écrans garde-corps et surtout des modes de fixation de ces matériels aux bâtiments, suscitent de nombreuses interrogations.

Dans une première étude, FOURNIER [2] a décrit les possibilités d'utilisation, puis exposé les avantages et inconvénients des protections collectives périphériques des toitures de maisons individuelles. Dans une seconde étude [3], il a classé ces protections puis établi leurs conditions de stabilité sous l'effet du poids propre et des charges d'utilisation.

Plusieurs Caisses Régionales d'Assurance Maladie ont demandé que cette deuxième étude soit complétée par une évaluation de la résistance des matériels. D'autres ont évoqué des insuffisances d'étude de certains de ces matériels, notamment dans les retours d'angle des bâtiments. La D.D.T.E. du Bas-Rhin s'interroge, pour sa part, sur l'efficacité des écrans garde-corps en rive de toiture.

L'évaluation de la résistance mécanique d'un système (défini dans le cas présent par le bâtiment et la protection collective) suppose que les sollicitations les plus sévères de ce système soient connues en cours d'utilisation. Aux charges statiques évaluées par FOURNIER [3], s'ajoutent les effets dynamiques des déplacements des personnes et surtout de leur chute éventuelle ou de celle de charges quelconques, qui peuvent donner lieu à des forces internes très élevées, notamment aux liaisons des matériels aux bâtiments, et conduire à des ruptures catastrophiques. Ces liaisons constituent bien le point faible des ensembles bâtiments-matériels puisque sur un échantillon de 35 accidents mortels survenus entre 1967 et 1983 en Ile-de-France, 31% d'entre eux ont eu la rupture de ces liaisons pour origine [3].

Les insuffisances d'étude des matériels, sans en méconnaître l'importance, posent des problèmes dont les solutions incombent aux fabricants. Le problème de fond ne réside pas dans ce fait, mais dans celui que les matériels concernés sont, dans la majorité des cas, fixés à des structures non prévues à cet effet et qui pour cette raison, n'offrent aucune garantie de résistance. Dès lors, l'utilisation de ces matériels expose inévitablement leurs utilisateurs à un risque qu'il faut absolument réduire.

L'objet de cet article est de compléter la seconde étude de FOURNIER, notamment par l'établissement des relations permettant d'évaluer les réactions de la structure d'accueil lors de chocs, par la confrontation de la théorie à l'expérimentation et par la proposition de certaines mesures destinées à limiter les risques liés à l'utilisation des protections collectives considérées.

1 - NOTATIONS

A	Facteur d'amplification des poids (cf. relation (6))
F	Force dynamique agissant sur l'élément élastique du modèle de la protection collective
F_n	Valeur de la force dynamique maximale F_M dans les cas de chocs d'une masse inerte sur la protection collective ou de chutes de plain-pied sur un échafaudage (n : I, II, III)
\mathcal{F}	Résultante dynamique ou encore, force s'exerçant sur le ressort du modèle de la protection collective
\mathcal{F}_n	valeur de la résultante dynamique maximale dans les cas de chocs d'une masse inerte sur la protection collective ou de chutes de plain-pied sur un échafaudage (n = I, II, III)
G	Facteur de proportionnalité d'une réaction de la structure d'accueil à la résultante dynamique
g	Accélération de la pesanteur
H	Hauteur de chute sur un échafaudage ou quantité définie par la relation $H = V^2/2g$, V étant la vitesse d'impact
k_1	Raideur effective de la protection collective
k_R	Raideur du rachis
l	Espacement des liaisons du matériel à la structure d'accueil (fig. 1)
M_c	Masse ajoutée effective sur l'échafaudage au moment du choc
M	Masse définie par la relation $M = m_1 + m_2$
M_n	Masse définie par la relation $M_n = m_1 + m_{2n}$ (n = I, II, III)
M	Notation de M_{III}
m_1	Masse effective de la protection collective
m_s	Masse effective de la structure de la protection collective
m_p	Masse effective du platelage d'un échafaudage ou des lisses d'un garde-corps
m_2	Masse d'un corps inerte quelconque frappant la protection collective
m'_2	Masse définie par la relation $m'_2 = \mu' + \mu''$
m_{2n}	Masse frappante effective sur un échafaudage (n : I, II, III : voir relation (4b))
Q_n	Coefficient dépendant des constantes du matériel et de la vitesse d'impact (n : I, II, III)
q	Facteur par lequel la masse effective de la structure doit être multipliée pour en donner la masse effective pendant le choc
r_n	Rapport de la masse frappante effective m_{2n} à la masse m_1 (n : I, II, III)

R_m	Réactions de la structure d'accueil
R_m^*	Composante définie par la relation $R_m^* = R_m - r_m$
r_m	Réactions à vide de la structure d'accueil sur l'échafaudage essayé
\mathcal{R}	Réaction du ressort du modèle de protection collective sur la masse m_1
S_M	Force dynamique maximale dans la structure d'accueil
s	Flèche de la protection collective suivant la direction du choc sous la force m_2g
T	Période propre du modèle de protection collective
u	Paramètre défini par la relation $u = \omega\tau$
V	Vitesse d'impact de la masse frappante
V_c	Vitesse d'impact de la masse ajoutée
v_1	Vitesse de la masse m_1 après le choc
v_2	Vitesse de la masse m_2 après le choc
x_0	Déplacement de la masse m_1 , à la fin du choc par rapport à la position qu'elle occuperait si le ressort du modèle de l'échafaudage était totalement détendu
x_1	Déplacement de la masse $M = m_1 + m_2$, à partir de la position occupée par elle à la fin du choc
x_{1s}	Compression du ressort du modèle d'un échafaudage sous son poids propre
X_{1s}	Compression du ressort du modèle d'un échafaudage sous le poids de la masse M
y	(voir figure I-3)
y_0	(voir figure I-3)
Z	"Bras de levier" de la force de choc (voir figures 3 et 4)
μ'	Masse effective du bas du corps dans une chute de plain-pied sur le séant, buste vertical
μ''	Masse effective du haut du corps dans une chute de plain-pied sur le séant, buste verticale
ω	Pulsation propre de la protection collective munie de la masse frappante $\omega = k_1/(m_1 + m_2)$
ω_1	Pulsation propre de l'échafaudage chargée de la masse μ'
ω_2	Pulsation propre du corps humain lorsque le bas du corps (masse μ') est fixe

ω_3	Pulsation propre de l'échafaudage chargé de la masse μ' du bas du corps, lorsque le haut du corps (masse μ'') est bloqué.
τ	Durée du choc de la masse m_2 sur la masse m_1
ρ	Voir expression (I-6)
ρ'	Voir expression (I-29)
Δ	Déplacement relatif du centre de gravité du sac sphéro-conique pendant le choc
ξ	Compression du ressort du modèle d'un échafaudage, déduction faite de la compression sous le poids de la masse M
ζ	Déplacement de la masse M_c
ζ_s	Compression du ressort du modèle de l'échafaudage sous l'effet du poids des masses M et M_c
Ω	Pulsation propre de la protection collective munie de la masse frappante et de la masse ajoutée

INDICES

$k = a, b, c :$	relatifs, respectivement, aux configurations a, b, c de l'échafaudage de couvreur
$\ell = 1$	relatif aux liaisons supérieures
$\ell = 2$	relatif aux liaisons inférieures
$m = 1$	relatif à la direction verticale
$m = 2$	relatif à la direction horizontale
$n = I :$	relatif au choc d'une masse inerte sur la protection collective
$n = II :$	relatif au choc dû à une chute de plain-pied dans le cas où $k_R \geq k_1$
$n = III :$	relatif au choc dû à une chute de plain-pied dans le cas où $k_R \leq k_1$
$M :$	Valeur maximale de la grandeur indiquée

2 - DESCRIPTION DES MATÉRIELS ÉTUDIÉS

Les protections collectives concernées sont soit des échafaudages dit de couvreurs, soit des garde-corps de toiture. Ces deux types de matériels sont constitués d'une structure qui supportent

les éléments empêchant les chutes de personnes et d'objets. Les protections collectives périphériques de toiture sont d'une grande diversité. On distingue notamment [2, 3] :

- 1 - les échafaudages suspendus
- 2 - les échafaudages sur consoles de baies
- 3 - les échafaudages en applique sur gros-oeuvre
- 4 - les échafaudages rampants
- 5 - les échafaudages sur échelles
- 6 - les garde-corps avec fixation sur chevron et appui sur mur
- 7 - les garde-corps sur chevrons
- 8 - les garde-corps sur acrotère
- 9 - les garde-corps avec reprise en tête
- etc...

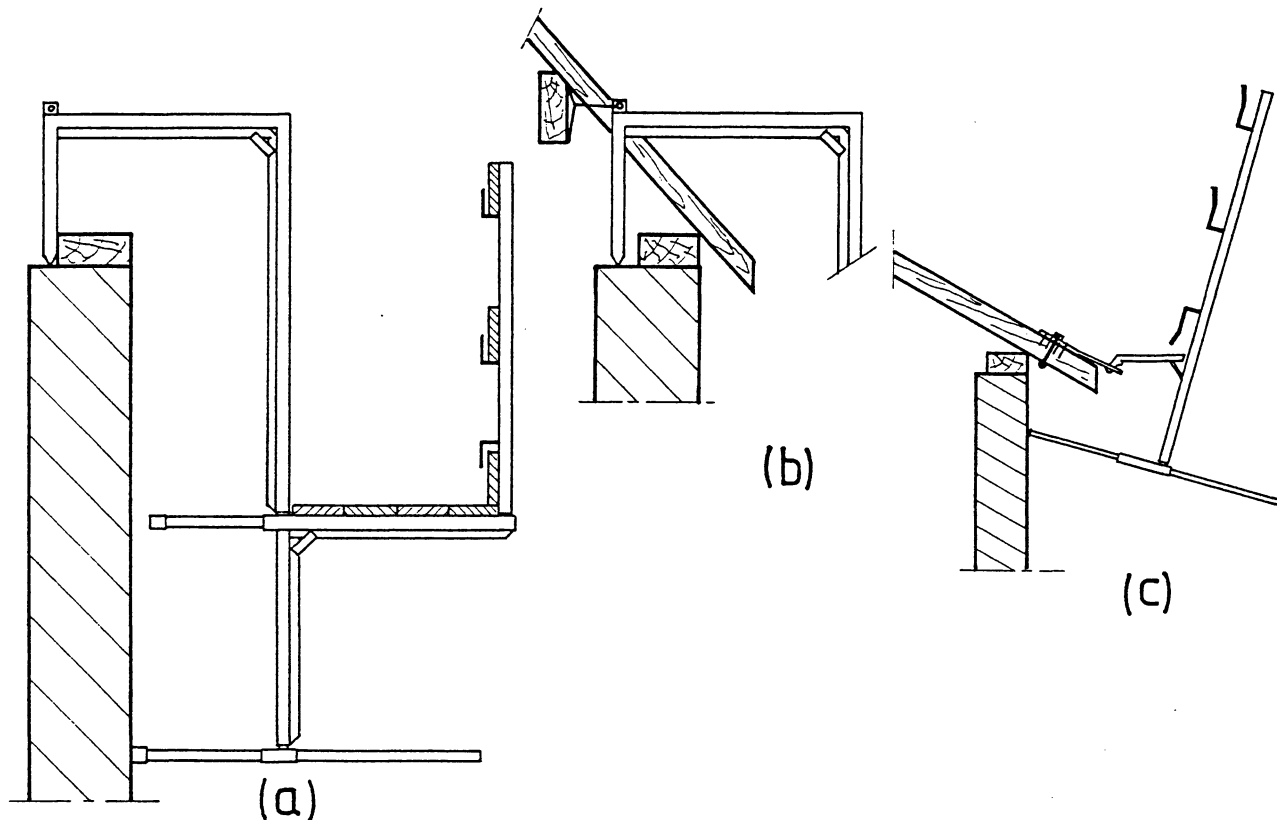


Fig. 1

- a - Echafaudage reposant sur arase de maçonnerie et en appui sur mur.
 b - Variante avec amarrage sur charpente par un câble.
 c - Garde-corps avec fixation sur chevron et en appui sur mur

La figure 1 représente les matériels des types 1 et 7 ci-dessus, à titre d'illustration.

L'utilisation des échafaudages légers de couvreurs est propre à la France. En Allemagne et au Royaume-Uni, il est fait usage d'échafaudages de pied [4]. Il en est de même en France pour les travaux effectués sur les bâtiments publics et les monuments historiques [2].

3 - SOLLICITATIONS DES MATERIELS

Les protections collectives considérées sont sollicitées, de la manière la plus générale, par:

a) des forces statiques se décomposant en :

- poids propre du matériel,
- poids des utilisateurs en période de stationnement,
- poids des charges ajoutées (outils, matériaux...);

b) des forces variables survenant lors :

- du déplacement des utilisateurs sur le matériel,
- de la chute de charges ou des utilisateurs ;

c) des forces climatiques (neige et vent). Celles-ci ne seront pas considérées car elles ne sont susceptibles d'être notables qu'en périodes d'intempéries pendant lesquelles les matériels ne sont pas normalement utilisés.

Les forces statiques peuvent être aisément évaluées [3]. Il n'en est pas de même des forces variables. Les situations les plus défavorables surviennent lors de chocs produits par les chutes de personnes, d'objets ou de matériaux.

En général, les phénomènes de choc sont d'une grande complexité. Celle-ci ne doit cependant pas constituer un obstacle à l'évaluation des efforts transmis à la structure d'accueil. Sans la connaissance de ces forces, les risques auxquels les utilisateurs sont exposés ne peuvent être correctement appréhendés.

Le premier objectif est donc de modéliser les phénomènes de choc sur les matériels, d'une manière aussi simple que possible, tout en restant néanmoins réaliste, afin de déterminer les valeurs maximales des réactions de la structure d'accueil. Nous n'envisagerons donc que les cas de choc directs de corps avec les matériels, c'est à dire de chocs dans lesquels la surface d'impact, supposée quasiment ponctuelle, se trouve sur la ligne joignant les centres de gravité des masses entrant en contact. Les cas envisagés seront, de plus, ceux des chocs verticaux sur les échafaudages, les résultats obtenus avec ces matériels étant transposables sous certaines conditions, aux garde-corps.

Le second objectif est de proposer des mesures visant à limiter l'intensité des réactions de la structure d'accueil.

4 - MODÉLISATION

4.1 Matériel

Lors d'un choc, le matériel subit des déformations dont la description peut être très complexe. Dans les cas les plus simples, la majeure partie du matériel se déplace suivant la direction de la force de choc. Lorsque les déformations demeurent élastiques, le matériel peut alors être modélisé, en première approximation, par un système masse-ressort du type de celui représenté sur la figure 2.

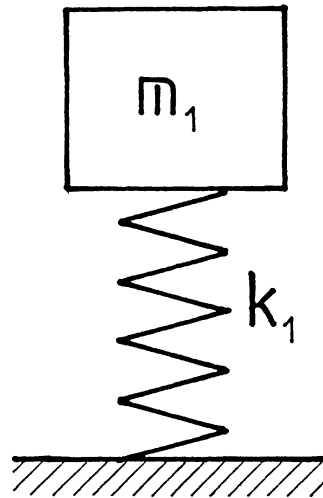


Fig. 2 : Modélisation d'un échafaudage de couvreur par un système masse-ressort

Soient m_1 la masse équivalente du système et k_1 la raideur du ressort. on admet (voir annexe I) que $m_1 = q m_s + m_p$, m_s et m_p étant respectivement les masses effectives de la structure et du platelage dans le cas d'un échafaudage, ou des lisses dans celui d'un garde-corps. q est un coefficient tenant compte de la configuration de cette structure. Typiquement, $q \approx 1$ pour une plateforme suspendue sur arase et $q = 0,5$ pour un garde-corps appuyé en partie inférieure et supérieure. (voir annexe I).

Remarque : Les éléments qui ne restent pas solidaires de la structure pendant le choc ne participent pas à la masse m_1 , mais à la masse ajoutée (cf. § 4.2.1).

4.2 Types de chocs

4.2.1 Cas de la chute d'une masse inerte

Ce cas est celui de la chute accidentelle d'un objet quelconque dont la masse est notée m_2 . Juste avant le choc, cette masse est animée de la vitesse V . La vitesse de l'échafaudage est évidemment nulle. En fin de choc, les masses m_1 et m_2 ont respectivement acquis les vitesses v_1 et v_2 . L'échafaudage peut supporter d'autres masses au voisinage de l'impact : celles de personnes, de matériaux et d'outils. Il se peut que certains éléments de l'échafaudage tels que les lisses horizontales ou certaines planches de platelage, non frappées par la masse m_2 , ne soient pas solidaires de la structure du matériel. Ces éléments ne participent pas à la masse m_1 , mais à la masse ajoutée sur l'échafaudage. Le choc libère ces masses de l'échafaudage. Le mouvement de celui-ci s'effectue comme si ces masses additionnelles n'existaient pas, jusqu'à ce qu'elles retombent sur cet échafaudage en y produisant un choc additionnel dont les effets s'ajoutent à ceux du choc principal. La masse m_2 , à son tour, rebondit ou tend à rebondir sur la platelage (sauf s'il s'agit d'un choc mou) et produit un choc secondaire qui sera suivi, le cas échéant, d'une succession d'autres chocs, dont les effets viendront s'ajouter à ceux du choc principal et du choc additionnel.

4.2.2 Cas de la chute de plain-pied

Le corps humain peut être modélisé par deux masses $\mu' = 41,2$ kg et $\mu'' = 37,6$ kg reliées entre elles par un ressort de raideur $k_R = 105$ kN/m, en parallèle sur un amortisseur de coefficient $C = 8,8 \times 10^2$ Ns/m [5]. Les masses μ' , μ'' et leur liaison simulent respectivement, le bas du corps, le haut du corps et le rachis.

On suppose que la platelage est frappé par la masse μ' d'abord (chute sur le séant). Le choc qui en résulte communique, comme dans le cas précédent, une vitesse v_1 au platelage ; mais le mouvement de la masse μ' n'est plus seulement gouverné par la vitesse v_1 après le choc, mais aussi par celui de la masse μ'' qui lui est couplée. Comme dans le cas précédent, des chocs additionnels (effet des masses présentes sur le platelage) et des chocs secondaires successifs (rebonds de μ') peuvent se produire.

4.2.3 Choc mou, choc élastique, choc partiellement élastique

Le choc est dit mou lorsque les vitesses v_1 et v_2 des masses m_1 et m_2 , immédiatement à la fin du choc sont égales. Le choc est dit élastique lorsque l'énergie dissipée au cours du choc est nulle. Le choc est dit partiellement élastique lorsqu'il y a dissipation d'énergie pendant le choc, les vitesses v_1 et v_2 étant différentes à la fin de celui-ci.

4.3 Calcul de la force dynamique maximale

La force dynamique F est égale à la force agissant sur le ressort du modèle de la protection collective, déduction faite des forces permanentes.

4.3.1 Hypothèses

- 1) La structure d'accueil est supposée indéformable.
- 2) La durée des chocs est inférieure à $0,2 \pi \sqrt{(m_1 + m_2) / k_1}$.
- 3) Le matériel se déforme selon la direction, supposée invariable, de la force de choc.
- 4) Les déformations des matériels sont élastiques.
- 5) Tous les chocs sont supposés de type mou.
- 6) Le choc additionnel dû aux charges présentes sur la platelage est supposé se produire au moment où la force élastique due au choc principal est maximale. La durée du choc additionnel est infiniment courte.
- 7) Les chocs sont supposés se produire au droit des consoles du matériel où les conditions de sollicitation de celles-ci sont normalement les plus sévères.
- 8) La force de choc est colinéaire ou perpendiculaire au champs de pesanteur.

4.3.2 Relations

On démontre que la force dynamique maximale transmise au ressort équivalent, F_M est donnée par les relations suivantes selon le cas considéré (voir annexe I) :

4.3.2.1 choc mou d'une masse inerte

$$F_M = F_I = m_2 g Q_I \left(\frac{2r_I}{1+r_I} \right)^{0.5} \left(\frac{H}{s_k} \right)^{0.5} \quad (1)$$

g : accélération de la pesanteur

m_1 : masse effective de la plate-forme au droit du choc (pratiquement, masse effective d'une travée)

m_2 : masse du corps de choc

r_I : rapport de masses $r_I = m_2/m_1$

s_k : déformation verticale statique de la structure du matériel sous l'effet du poids $m_2 g$ dans la configuration k du matériel

Q_I : facteur voisin de l'unité, dépendant des constantes du matériel, de la hauteur de chute et de la durée du choc

4.3.2.2 Chute de plain-pied

1) $k_R \geq k_I$

Le corps humain se comporte comme une masse indéformable. La relation (1) s'applique en remplaçant m_2 par $m'_2 = \mu' + \mu''$

Cette relation peut alors se mettre sous la forme

$$F_M = F_{II} = m_2 g Q_{II} \left(\frac{m'_2}{m_2} \right)^{0.5} \left(\frac{2r_{II}}{1+r_{II}} \right)^{0.5} \left(\frac{H}{s_k} \right)^{0.5} \quad (2)$$

avec $r_{II} = \frac{m'_2}{m_1}$

2) $k_R \leq k_I$

Le rachis n'est plus indéformable par rapport à la structure. En première approximation (voir annexe I), la formule (1) s'applique en remplaçant m_2 par μ' . Elle peut alors se mettre sous la forme :

$$F_M = F_{III} = m_2 g Q_{III} \left(\frac{\mu'}{m_2} \right)^{0.5} \left(\frac{2r_{III}}{1+r_{III}} \right)^{0.5} \left(\frac{H}{s_k} \right)^{0.5} \quad (3)$$

avec $r_{III} = \frac{\mu'}{m_1}$

3) k_R quelconque

Le système homme-matériel est un système à deux degrés de liberté. En prenant l'origine des temps au moment de l'impact, la vitesse initiale de la masse, $\mu' + m_1$, est égale à $V \frac{\mu'}{\mu' + m_1}$, en vertu de l'hypothèse 5 (§ 4.3.1), tandis que celle de μ'' est égale à V . En supposant que m_1 et μ' restent toujours en contact, les déplacements des masses μ'' et $\mu' + m_1$, pendant la phase de déformations positives de la plate-forme, sont des sommes de deux termes sinusoïdaux du temps. (Voir annexe II).

4.4 Calcul de la résultante dynamique maximale

La résultante dynamique \mathcal{F} est la force qui s'exerce sur le ressort de raideur k_1 du modèle de la protection collective.

Soit M_c la valeur de la masse ramenée au point d'impact due aux charges ajoutées sur le platelage et \mathcal{F}_n ($n = I, II, III$) la résultante dynamique maximale due à l'action des forces statiques et du choc. L'expression de \mathcal{F}_n peut être obtenue avec ou sans masse ajoutée et en tenant compte du choc additionnel de cette masse.

4.4.1 Expression de \mathcal{F}_n en l'absence de masse ajoutée

Le calcul de la force dynamique est effectué au paragraphe I-2 de l'annexe I. On obtient les résultats suivants :

4.4.1.1 *Force de choc parallèle au champ de pesanteur (cas des échafaudages)*

$$\mathcal{F}_n = F_n + (m_1 + m_{2n})g \quad (n = I, II, III) \quad (4a)$$

avec $m_{2I} = m_2, m_{2II} = m'_2, m_{2III} = \mu'$ (4b)

4.4.1.2 *Force de choc perpendiculaire au champ de pesanteur (cas des garde-corps)*

Les forces permanentes sont maintenant perpendiculaires à la force de choc. Par suite,

$$\mathcal{F}_1 = F_1 \quad (5)$$

m_2 étant, ici, la masse équivalente frappant la protection.

Les cas $n = I$ et $n = II$ n'ont pas de sens dans ce cas.

4.4.2 Expression de \mathcal{F}_n en présence de masse ajoutée en tenant compte du choc additionnel

On admet (voir § I-3 de l'annexe I) que le choc additionnel ne se produit que si

$$F_n > (M_n - M_c)g$$

où $M_n = m_1 + m_{2n}$ ($n = I, II, III$)

La résultante dynamique maximale s'écrit alors sous la forme suivante (Voir annexe I)

$$\mathcal{F}_n = A (M_n + M_c)g \quad (6)$$

A est un facteur d'amplification dont l'expression est donnée en annexe I. Ce facteur est fonction notamment du rapport de deux quantités \mathcal{E}_p et \mathcal{E}_c , \mathcal{E}_p s'interprétant comme un terme d'énergie potentielle élastique et \mathcal{E}_c comme l'énergie cinétique de M_c au point d'impact de la masse M_c lors du choc additionnel.

La relation (6) se simplifie grandement dans le cas extrême où $\mathcal{E}_p/\mathcal{E}_c$ est très supérieur à l'unité et dans celui où F_n tend vers $M_c g$.

Si $\mathcal{E}_p/\mathcal{E}_c \gg 1$, on démontre que tout se passe comme si M_c n'existait pas.

Lorsque F_n tend vers $M_c g$, A tend vers $1 + \left(\frac{M_c}{M + M_c}\right)^{1,5} \left(2 \frac{m_2}{M_c}\right)^{0,5}$. Par suite, si M_c est notablement supérieur à M_n , A est peu supérieur à l'unité.

4.5 Réactions aux liaisons

Dans le cas où le système est isostatique, les composantes horizontales et verticales des réactions peuvent s'écrire dans l'hypothèse d'un équilibre quasi statique des forces :

$$R_{\ell m} = G_{\ell m} \mathcal{F} \quad (7a)$$

ℓ valant 1 pour la liaison supérieure, 2 pour la liaison inférieure et m , 1 pour les composantes verticales et 2 pour les composantes horizontales.

Dans le cas du choc d'une masse inerte, en l'absence de masse ajoutée, la relation (7a) compte tenu de (4a) s'écrit, en omettant l'indice n :

$$R_{\ell m} = R_{\ell m}^* + G_{\ell m} m_1 g \quad (7b)$$

avec :

$$R_{\ell m}^* = G_{\ell m} F + G_{\ell m} m_2 g \quad (7c)$$

Dans le cas de la plate-forme du type de la figure 1a, soumise ci-après à expérimentation (fig. 4), on obtiendrait d'après cette dernière figure, en négligeant les frottements aux liaisons :

$$G_{11} = -1 \quad (8)$$

$$G_{12} = -G_{22} = Z/l \quad (9)$$

$$G_{21} = 0$$

Dans le cas d'un garde-corps vertical soumis à un choc horizontal (fig. 3), on aurait, dans le cadre des mêmes hypothèses que précédemment :

$$G_{12} = -\frac{\ell}{Z-\ell}$$

$$G_{22} = \frac{Z}{Z-\ell}$$

Z et ℓ étant définis sur les figure 3 et 4.

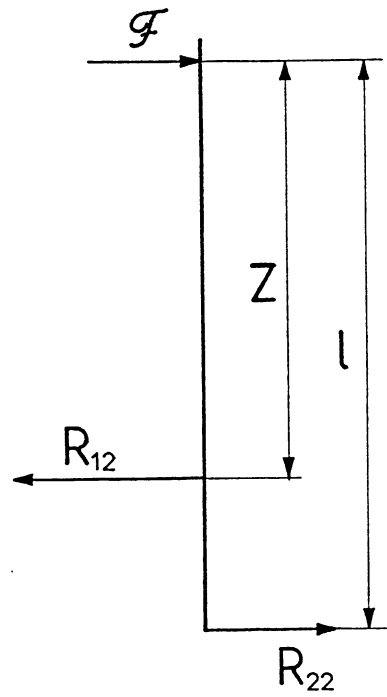


Fig. 3 : Réactions sur un garde-corps vertical en applique sur mur

5 - EXPERIMENTATION

5.1 Matériel et appareillage (fig. 4)

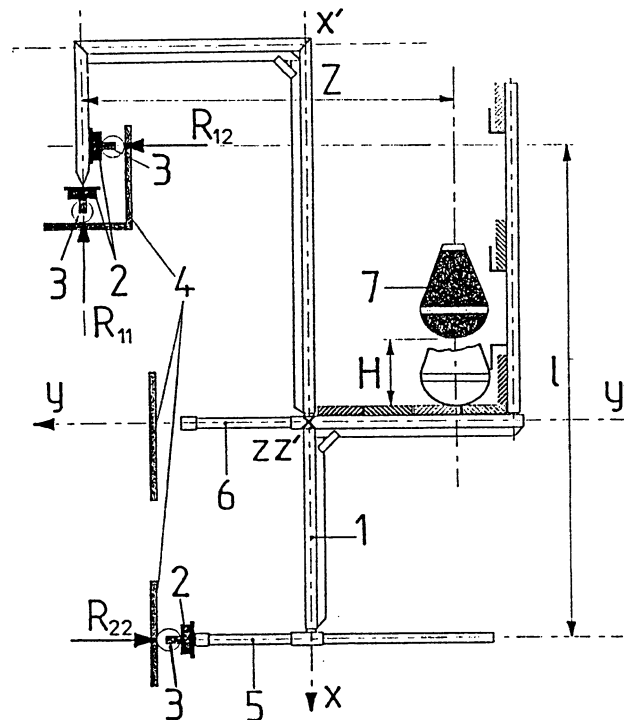


Fig. 4 Essai au choc d'un échafaudage léger de couvreur

1 - échafaudage, 2 - capteurs de force (50 kN), 3 - appuis sur galets, 4 - structure du banc d'essais, 5 - appui amovible réglable en hauteur, 6 - appui non amovible, 7 - sac sphéro-conique de 50 kg

Un échafaudage suspendu du type de la figure 1a a été montée dans les conditions normales d'utilisation sur une structure métallique construite à cet effet. Des capteurs de 50 kN d'étendue de mesure ont été intercalés entre les parties de l'échafaudage destinées à venir en contact avec la structure d'accueil et celle-ci. Pour réduire les composantes tangentielles des réactions, les têtes de ces capteurs s'appuient sur la structure d'accueil par l'intermédiaire de galets orientables montés sur un axe. Ces capteurs ont été reliés par l'intermédiaire de conditionneurs à un enregistreur graphique à 3 voies dans lequel les signaux analogiques sont convertis en données numériques à une fréquence d'échantillonnage de 333 Hz.

Les chocs sont produits par la chute d'un sac sphéro-conique de 50 kg rempli de billes de verre selon la norme NFP 08-301 [6]. Le sac est suspendu à un pont roulant par un dispositif de largage télécommandé. Il est positionné au droit d'un support de l'échafaudage et à une distance donnée du plan vertical du montage simulant le mur.

Les essais ont été effectués pour les trois configurations possibles du matériel :

Configuration *a* : appui inférieur amovible placé en position haute ;

Configuration *b* : appui inférieur amovible placé en position basse ;

Configuration *c* : appui amovible ôté, matériel sur appui non réglable en hauteur.

5.2 Résultats expérimentaux

5.2.1 Masse effective m_1 , raideurs et flèches statiques s_x

Selon nos estimations, la masse des éléments susceptibles de se comporter comme une masse ajoutée est de l'ordre de 7 à 10 kg. Cette masse étant relativement faible, nous supposons, dans un but de simplification, qu'elle s'intègre à la masse m_1 .

Avant les essais de choc, les réactions $R_{11} = r_{11}$, $R_{12} = r_{12}$ et $R_{22} = r_{22}$ du support du banc d'essais sur le matériel ont été mesurées. On obtient $r_{11} = 51$ daN. La masse effective m_1 du matériel se calcule par la relation : $m_1 = r_{11}/g = 52$ kg. Les capteurs ont ensuite été mis à zéro, échafaudage en place sur son support. Cet échafaudage, alors, a été soumis à différents choc de hauteurs de chute H variables du sac sphéro-conique. Après essais, la composante verticale de la flèche de l'échafaudage au droit de la zone d'impact a été mesurée sous l'effet d'un poids de 295 daN pour les 3 configurations *a*, *b* et *c* de ce matériel. Aucune déformation permanente de celui-ci n'a été constatée après déchargement.

Des mesures de flèches, on détermine les raideurs correspondantes du matériel et les flèches statiques sous le poids du corps de choc. Ces mesures, les valeurs de raideurs et de s sont donnés dans le tableau I.

Configurations	Flèches verticales (mm)	Observations	Raideurs verticales (kN/m)	Flèches statiques verticales s_k sous 50 kg (mm)
<i>a</i>	34,5	-	85,5	5,85
<i>b</i>	46	déformations latérales ≈ 35 mm	64,1	7,75
<i>c</i>	53,5	rotation angulaire du platelage $\approx 10^\circ$ autour de son axe longitudinal	55,1	9,07

Tableau I : Flèches verticales de la plate-forme essayée, sous une charge de 2,95 kN.

5.2.2 Réactions verticales (R_{11}) et horizontales (R_{12} et R_{22}) du support

La figure 5 montre un enregistrement des quantités :

$$|R^*_{11}| = |R_{11}| - |r_{11}| \quad (10)$$

$$|R^*_{12}| = |R_{12}| - |r_{12}| \quad (11)$$

$$|R^*_{22}| = |R_{22}| - |r_{22}| \quad (12)$$

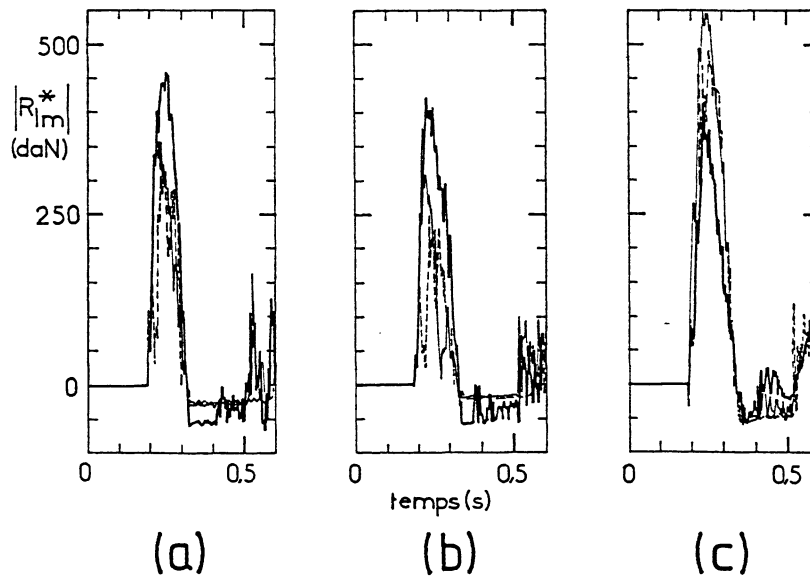


Fig. 5 : Enregistrement des variations des réactions de la structure du banc d'essais en fonction du temps, lors du choc d'un sac sphéro-conique normalisé de 50 kg, d'une hauteur de chute de 0,5 m sur l'échafaudage.

(a) configuration *a*

(b) configuration *b*

(c) configuration *c*

— $|R^*_{11}|$ - - - $|R^*_{12}|$ $|R^*_{22}|$

En supposant négligeables les réactions tangentielles de la structure porteuse du banc d'essais aux appuis, la relation (7a) s'applique en remplaçant \mathcal{F} par m_1g . On obtient alors les relations suivantes, avec les conventions de signe de la figure 4 :

$$r_{11} = G_{11} m_1g = - m_1g \quad (13)$$

$$r_{12} = G_{12} m_1g = -G_{22} m_1g = - r_{22} = m_1g Z/l \quad (14)$$

6 - COMPARAISON DES RÉSULTATS THÉORIQUES ET EXPÉRIMENTAUX

6.1 Force dynamique maximale

Puisque nous sommes dans le cas de chutes d'une masse inerte, nous omettrons l'indice I. Affectons en revanche les grandeurs qui dépendent de la configuration du matériel de l'indice k.

Nous avons :

$$r = \frac{m_2}{m_1} = \frac{50}{52} = 0,96 \quad \left(\frac{2r}{1+r} \right)^{0,5} = 0,99$$

La relation (1) s'écrit alors :

$$\frac{F_{Mk}}{m_2g} = 0,99Q_k \left(\frac{H}{s_k} \right)^{0,5} \quad (k = a, b, c) \quad (15)$$

D'après (7a) et (8), \mathcal{F} est estimé par $- R_{11k}$ ou encore, d'après (7b) et (8) par $- R_{11k}^* + m_1g$. $\mathcal{F} - m_1g$ est donc estimé par $- R_{11k}^*$ et par suite, $- R_{11k}^*$ est une estimation de $F_k + m_2g$ d'après (4a). $\frac{R_{11k}^*}{m_2g} - 1$ est donc une estimation de $\frac{F_k}{m_2g}$. Posons

$$X_k = \frac{H}{s_k} \quad \text{et} \quad Y_k = -\frac{R_{11k}^*}{m_2g} - 1 \quad (k = a, b, c)$$

(R_{11k}^* représentant la valeur de R_{11}^* mesurée dans la configuration k).

La figure 6 compare les résultats expérimentaux représentés par les points de coordonnées (X_k, Y_k) à la courbe traduisant la relation (15)

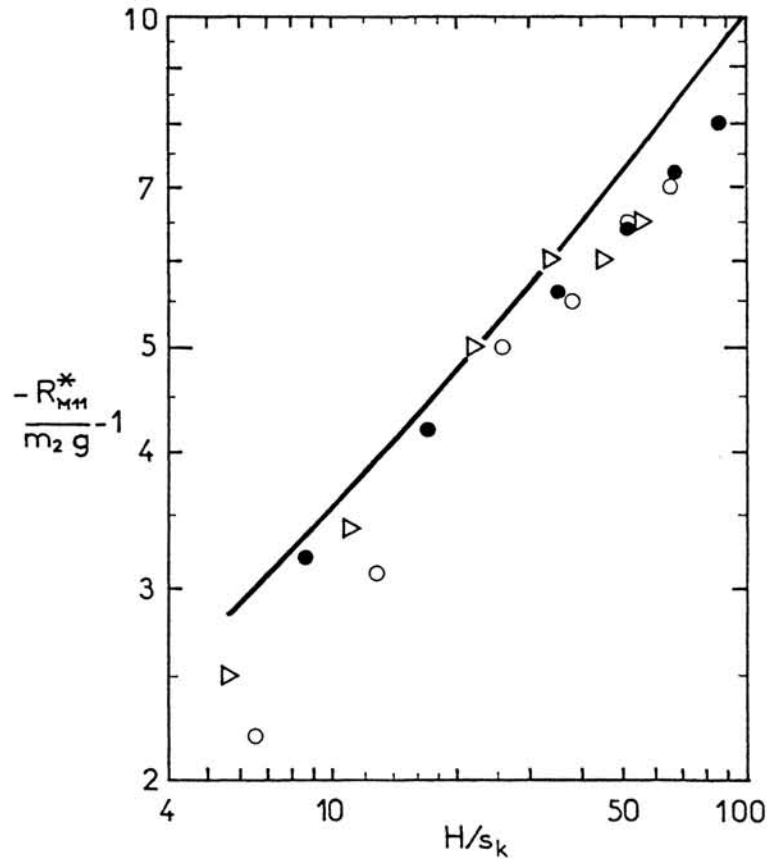


Fig. 6 : Accroissements de la réaction verticale maximum de la structure du banc d'essais sur l'échafaudage, en fonction de la hauteur de chute d'un sac sphéro-conique normalisé de 50 kg.

Résultats expérimentaux	Configuration de l'échafaudage
●	<i>a</i>
○	<i>b</i>
▷	<i>c</i>

Résultats théoriques —————

Après calcul de F_M selon le paragraphe I-2 de l'annexe I, on constate que les courbes théoriques relatives aux 3 cas de configuration sont pratiquement confondues.

Les prévisions théoriques du choc mou sont assez bien suivies dans les configurations *a* (support inférieur amovible en position haute) et *c* (support fixe) lorsque les hauteurs de chute sont inférieures respectivement à 0,23 m et 0,36 m. Lorsque H est supérieur à ces valeurs, la force dynamique est inférieure de 15% environ aux prévisions théoriques. Dans la configuration *b* (support amovible en position basse), la force dynamique maximale est inférieure de 15% environ aux prévisions du modèle mathématique lorsque H est supérieur à 0,10 m ; lorsque H est inférieur à cette valeur, l'écart est de l'ordre de 30%.

6.2 Réactions horizontales

D'après les relations (7a), (7b), (8) et (9), $|R_{12k}^*|$ et $|R_{22k}^*|$ sont estimées par $|R_{11k}^*| Z/l_k$. Pour le matériel considéré $Z = 1,15$ m ; le tableau II donne les valeurs théoriques de l_k et de Z/l_k , ($k = a, b, c$) pour les trois configurations du matériel.

Configurations	l_k (m)	Z/l_k
<i>a</i>	1,67	0,69
<i>b</i>	2,17	0,53
<i>c</i>	0,90	1,28

Tableau II

La figure 7 représente les points de coordonnées

$$X_k = \frac{|R_{M11k}^*|}{m_2 g}, \quad Y_k = \frac{|R_{M12k}^*|}{m_2 g}$$

et

$$X_k = \frac{|R_{M21k}^*|}{m_2 g}, \quad Y_k = \frac{|R_{M22k}^*|}{m_2 g}$$

ainsi que les courbes d'équation $Y_k = (Z/l_k) X_k$ pour les valeurs de Z/l_k correspondant à chacune des configurations (tableau II).

La relation (9) est bien suivie par R_{M22} dans les configurations *a* et *b* et par R_{M12} pour $H \leq 0,3$ m. R_{M12} excède de 10 à 15% les prévisions de cette relation dans ces configurations au delà de $H = 0,3$ m. Dans la configuration *b*, R_{M22} suit les prévisions théoriques jusqu'à $H = 0,2$ m et leur est supérieure de 15% au delà. R_{M12} est supérieur de 30% aux prévisions de la relation (9).

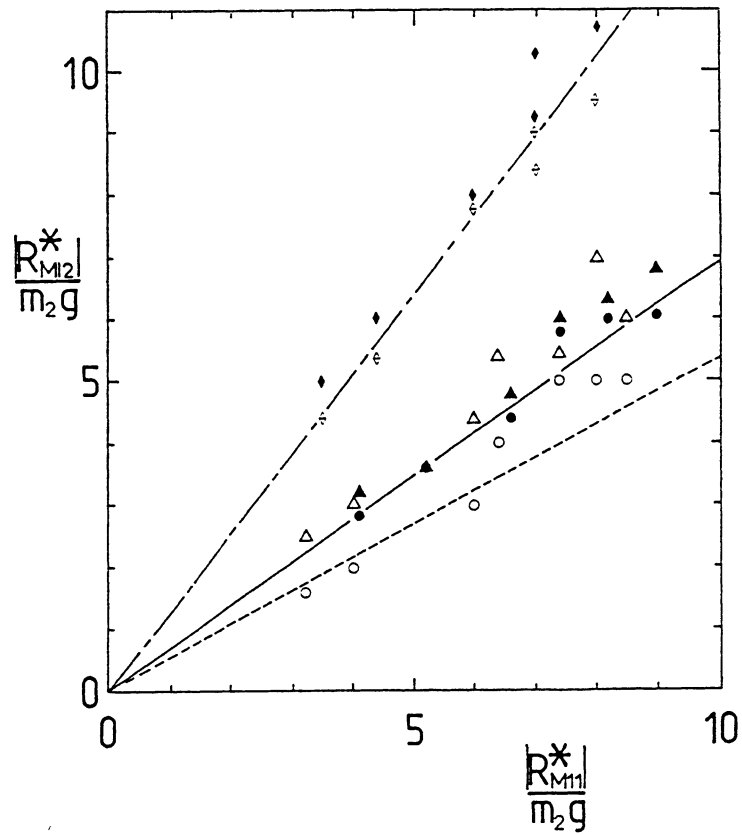


Fig. 7 : Relations entre les accroissements maximums de la réaction verticale $|R^*_{M11}|$ et les accroissements maximums des réactions horizontales $|R^*_{M12}|$ du banc d'essais, à la suite de la chute d'un sac sphéro-conique de 50 kg sur l'échafaudage, d'une hauteur inférieure ou égale à 0,5 m pour les trois configurations de ce matériel $k = a, b, c$.

Configurations	l	Résultats	
		expérimentaux	théoriques
a	1	▲	—————
	2	●	
b	1	△
	2	○	
c	1	◆	- - - - -
	2	◇	

7 - DISCUSSION ET INTERPRETATION DES RÉSULTATS

Les écarts entre les courbes théoriques et les résultats expérimentaux trouvent leur origine dans les incertitudes de nature expérimentale et les approximations du modèle.

7.1 Incertitudes expérimentales

Il y a tout d'abord les incertitudes sur les valeurs des paramètres géométriques et les incertitudes de mesure sur les forces. Les premières portent sur les cotes du matériel car celles-ci varient notablement du fait de ses déformations et sur la position de la surface d'impact du corps de choc sur le platelage qui n'est connue qu'à 10% près. Les secondes peuvent donc être négligées par rapport aux premières.

Il y a ensuite les résistances au roulement des galets sur ou contre leur appui. Elles sont la cause d'erreurs systématiques sur les réactions.

Si $R_{\mu m}$ représente la valeur mesurée de la réaction R_m et δR_m la résistance au roulement due à cette réaction, la figure 8 montre que les relations d'équilibre s'écrivent (dans l'hypothèse d'un équilibre quasi-statique) :

$$R_{\mu 11} = -\mathcal{F} - (\delta R_{12} + \delta R_{22}) \quad (16)$$

$$R_{\mu 12} - (-R_{\mu 22}) = -\delta R_{11} \quad (17)$$

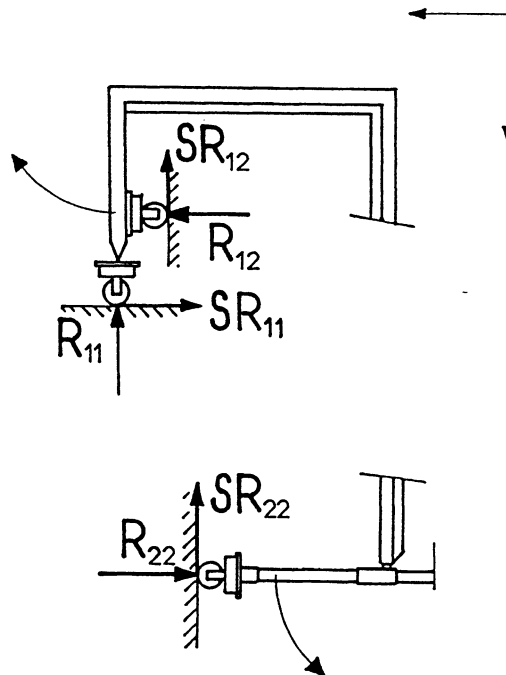


Fig. 8 : Représentation des réactions de la structure du banc d'essais.

Dans l'hypothèse d'un mode de sollicitations quasi statiques, les mouvements des capteurs pendant une phase de croissance de \mathcal{F} sont indiqués sur la figure 8 par des flèches. Par suite, δR_{11} , δR_{22} et δR_{12} sont négatifs en vertu des conventions de signe de cette figure. \mathcal{F} étant positif, $|R_{11}|$ est mesuré par défaut de la quantité $|\delta R_{12} + \delta R_{22}|$ d'après la relation (16). R_{22} et R_{12} étant de signe contraire, la relation (17) met en évidence le fait que $|R_{\mu 12}|$ est supérieur à $|R_{\mu 22}|$ de $|\delta R_{11}|$. Lors des chargements statiques à l'aide du poids de 295 daN notamment, il est apparu que $|\delta R_{11}|$ était de l'ordre de 10% de $|R_{12}|$ et que $|\delta R_{12} + \delta R_{22}|$ pouvait être négligé.

Les galets ont ensuite été montés sur roulements à billes. Il a pu alors être constaté à vide et en charge avec le sac sphéro-conique, que les résistances au roulement pouvaient être considérées comme négligeables. Deux essais de choc ont ensuite été réalisés à une hauteur de 0,5 m dans la configuration *c* du matériel. Dans ces deux essais, les deux composantes des réactions horizontales R_{M12}^* et R_{M22}^* ont pris la même valeur, 5,25 kN, très proche de la valeur théorique et le montage des galets sur roulements à billes n'a pas eu d'effets sur l'intensité de la réaction verticale R_{M11}^* , restée égale à 4 kN. Ces essais complémentaires nous confortent dans l'idée que les galets montés sur axe ne perturbent pas la mesure de R_{11}^* , mais qu'ils donnent lieu à un écart systématique entre R_{12}^* et R_{22}^* , les résultats confirmant que cet écart est de l'ordre de 10% de R_{22}^* .

7.2 Approximations du modèle

Les écarts entre la théorie et l'expérimentation doivent surtout être attribués à une représentation imparfaite de la réalité par le modèle à un degré de liberté et par un défaut de vérification des hypothèses.

Les observations du tableau I suggèrent qu'un modèle à 3 degrés de liberté (deux degrés de liberté de translation suivant les axes x' , y' et un degré de liberté de rotation autour de l'axe z' , (fig. 4) aurait pu permettre de traduire plus fidèlement la réalité, mais au détriment de la simplicité. Il nous a semblé préférable de nous en tenir au modèle le plus simple qui soit, et d'expliquer qualitativement les écarts auxquels il peut conduire par rapport à la réalité.

Le choc communique au matériel une énergie qui, dans l'hypothèse d'un choc uniaxial mou et bref, s'exprime par la relation :

$$\mathcal{E} = \frac{m_2^2}{m_1 + m_2} \frac{V^2}{2}$$

En réalité, celle-ci donne lieu à trois termes d'énergie : \mathcal{E}_x , \mathcal{E}_y et \mathcal{E}_z , relativement à chacun des degrés de liberté du système, chaque terme étant lui même la somme d'une énergie potentielle de déformation (en l'absence de déformations plastiques du matériel) et d'une énergie cinétique.

Nous admettons pour simplifier, que chaque terme d'énergie, donne naissance à une composante des réactions $R_{11}^* - G_{11} m_2 g$, $R_{12}^* - G_{12} m_2 g$ et $R_{22}^* - G_{22} m_2 g$. Soient alors, r'_{11} , r'_{12} et r'_{22} les composantes dues à \mathcal{E}_x , r''_{11} , r''_{12} et r''_{22} , celles dues à \mathcal{E}_y et r'''_{11} , r'''_{12} et r'''_{22} celles dues à \mathcal{E}_z .

Les résultats relatifs à la configuration *c* où la rotation du platelage est importante, suggèrent que r''_{12} et r''_{22} sont faibles. Pour simplifier le raisonnement nous les négligeons. Tout se passe dans cette configuration, comme si le matériel ne comportait que le degré de liberté vertical. Dans cette hypothèse et dans le cas de chocs brefs, l'allure des variations de la force dynamique et donc de $R_{11}^* - m_2g$, est semi-sinusoidale. En vertu des relations (8) et (9) il doit en être de même dans

l'approximation des sollicitations quasi statiques de $R_{12}^* - G_{12}m_2g$ et de $R_{22}^* - G_{22}m_2g$. De plus, la durée de la variation semi-sinusoidale des trois réactions doit être égale à la demi-période propre de vibrations du matériel. Expérimentalement, on constate bien des allures sensiblement semi-sinusoidales des variations de ces réactions. Leur durée de 0,145 s (temps de choc inclus), est bien

comparable à la demi-période théorique $\frac{T}{2}$, car en effet,

$$\frac{T}{2} = \pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k_1}} = \pi \sqrt{\frac{102}{55,1 \times 10^5}} = 0,135 \text{ s.}$$

La relation (9) est également assez bien vérifiée en ce qui concerne la configuration *c*, d'après la figure 7.

La figure 6 met en évidence un déficit de 15% environ de $R_{M,11}^*$ par rapport aux prévisions théoriques, au delà d'une hauteur de chute de 0,25 - 0,3 m. Celui-ci pourrait en partie s'expliquer par l'apparition, aux forces de choc élevées, de déformations plastiques du matériel, comme en témoigne la figure 9 dans le cas de la configuration *a*.

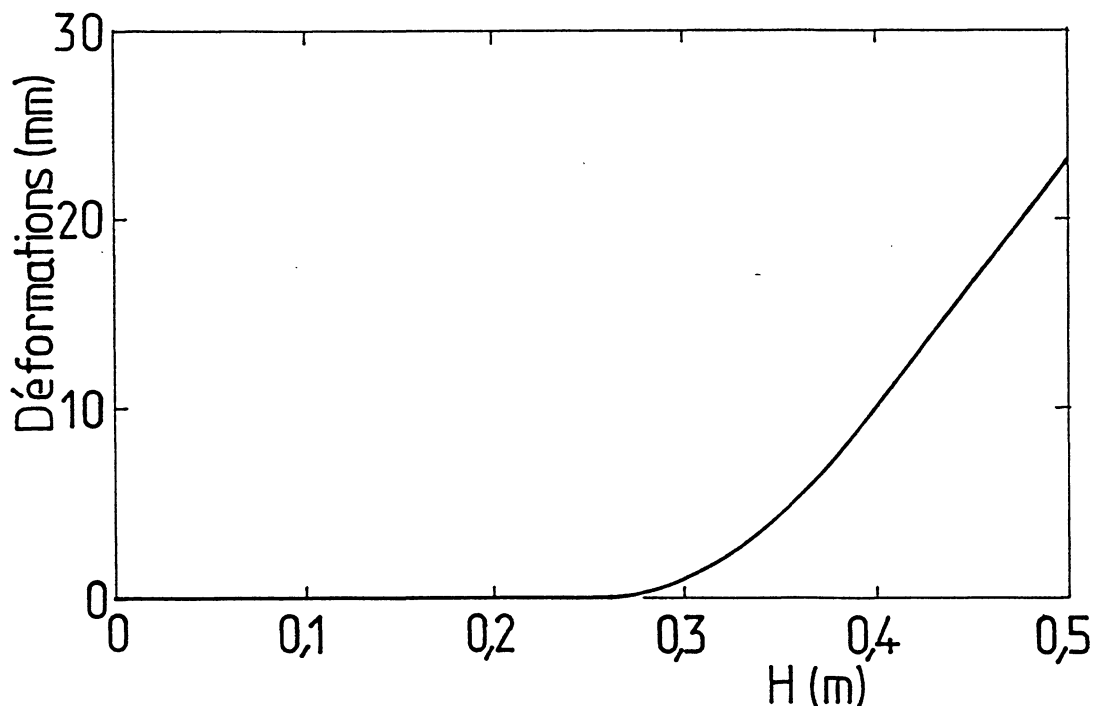
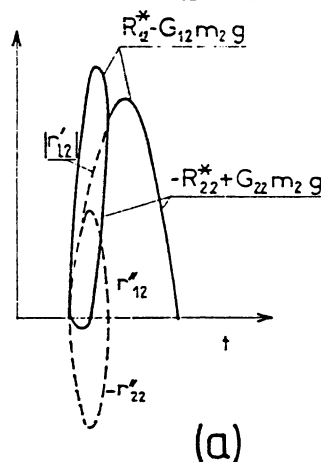


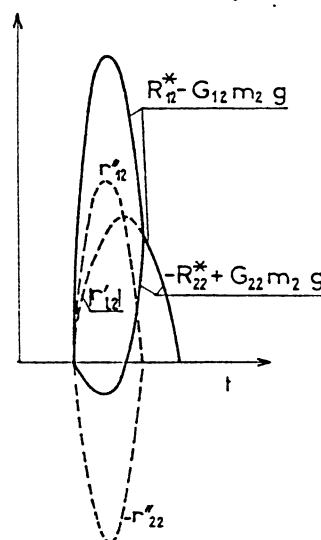
Fig. 9 : Déformation permanente verticale de l'échafaudage en fonction de la hauteur de chute du sac sphéro-conique de 50 kg sur l'échafaudage dans la configuration *a*.

Les observations précédentes suggèrent de négliger r'''_{12} et r'''_{22} . Si l'on admet que les déformations du matériel suivant les axes x' et y' sont proportionnelles (comme en chargement statique dans le domaine élastique), r'_{12} et r'_{22} varient en fonction du temps, selon une loi semi-sinusoidale. Suivant les conventions de signes de la figure 8, r'_{12} et r'_{22} sont respectivement positif et négatif. Mais pendant le choc, les variations de l'accélération du centre de gravité des masses m_1 et m_2 et par suite, r''_{12} et r''_{22} , présentent l'allure d'impulsions positives.

En ajoutant algébriquement les variations impulsionnelles de r''_{12} aux variations semi-sinusoidales de r'_{12} et les variations impulsionnelles de r''_{22} aux variations semi-sinusoidales de r'_{22} , on obtient l'allure globale des variations de $R_{12}^* - G_{12} m_2 g$ et de $-R_{22}^* + G_{22} m_2 g$ (fig. 10).



(a)



(b)

Fig. 10 : Allures des variations théoriques des composantes $R_{12}^* - G_{12} m_2 g$ et $-R_{22}^* + G_{22} m_2 g$ des réactions horizontales du banc d'essais lors d'un choc. Ces composantes résultent de la somme algébrique d'un terme sinusoidal (r'_{12} ou r'_{22}) dû au degré de liberté vertical de l'échafaudage et d'un terme impulsionnel (r''_{12} ou r''_{22}) dû à son degré de liberté horizontal. Les variations des composantes r'_{12} , r''_{12} d'une part, r'_{22} et r''_{22} de l'autre, sont représentées en traits discontinus et les résultantes de ces composantes le sont en traits continus. Les termes dus au degré de liberté en rotation perpendiculairement aux deux axes précédents ont été négligés. En réalité, le pic négatif de la quantité $-R_{22}^* + G_{22} m_2 g$ ne peut dépasser $G_{22} m_1 g$ en valeur absolue. La figure (a) montre les allures obtenues des composantes $R_{12}^* - G_{12} m_2 g$ et $R_{22}^* + G_{12} m_2 g$ lorsque les déformations latérales de l'échafaudage sont faibles et la figure (b), les allures de ces mêmes composantes lorsque ces déformations sont grandes.

Les allures des variations, par rapport au temps, des réactions R_{ℓ}^* et des quantités $|R_{\ell}^* - G_{\ell} m_2 g|$ (avec $\ell = 1, 2$) sont similaires puisque $G_{\ell} m_2 g$ est constant. Ces allures dépendent de l'importance relative des composantes r''_{ℓ} par rapport aux composantes r'_{ℓ} . Dans la configuration *a*, la raideur du matériel suivant l'axe horizontal $y'y$ est relativement grande. Les composantes r'_{ℓ} se présentent alors, sous la forme d'impulsions d'intensité modérée et de durée brève. A valeur de ℓ donnée, le maximum de $|R_{\ell}^* - G_{\ell} m_2 g|$ est peu différent de celui de $|r'_{\ell}|$ ou lui est égal. Comme $r'_{12} = -r'_{22}$ et que $G_{12} = -G_{22}$, les maxima de R_{12}^* et de R_{22}^* diffèrent peu en valeur absolue (fig. 10(a)).

Dans la configuration *b* au contraire, la raideur du matériel suivant l'axe horizontal est faible. Les composantes r'_{ℓ} se présentent alors, sous la forme d'impulsions plus intenses et de durée plus longue que dans le cas de la configuration *a*. Le maximum de R_{12}^* se situe sensiblement à l'instant de celui de r'_{12} , tandis que le maximum de $|R_{22}^*|$ est égal ou inférieur à celui de $|r'_{22}|$. r'_{12} (et r'_{22}) étant relativement faibles en raison du grand écartement des liaisons dans cette configuration, la figure 10(b) montre que le maximum de R_{12}^* peut être notablement supérieur à celui de $|R_{22}^*|$ comme l'indique la figure 7.

Cette analyse permet d'expliquer dans leurs grandes lignes, les allures des variations de R_{12}^* et de R_{22}^* mais non la "structure fine" de leurs enregistrements en fonction du temps, le modèle à deux degrés de liberté de l'échafaudage étant impuissant à le faire.

Les variations considérées de R_{11}^* , R_{12}^* et R_{22}^* ont la même durée dans la configuration *a* ; cette durée est de 0,12 s, en bon accord avec la demi-période théorique qui, d'après un calcul identique à celui du 6ème alinéa de ce paragraphe, est de 0,11 s.

Dans la configuration *b*, la durée des variations de R_{11}^* , R_{12}^* et R_{22}^* est de 0,144 s, toujours en assez bon accord avec la demi-période théorique qui est de 0,127 s.

L'énergie \mathcal{E}_x étant inférieure à l'énergie cinétique après le choc, la force maximale dynamique est inférieure à la valeur qui aurait été obtenue dans le cas d'un matériel de même raideur qui ne présenterait que le degré de liberté suivant l'axe $x'x$. L'importance des déformations latérales dans le cas de la configuration *b* peut expliquer alors, au moins pour une partie, le déficit de 15% à 30% de la réaction R_{11} par rapport aux prévisions théoriques.

Le fait que, dans la configuration *a*, le modèle soit en bon accord avec la théorie jusqu'à une hauteur de chute de 0,2 m, laisse supposer que les énergies \mathcal{E}_x et \mathcal{E}_z sont faibles, au moins jusqu'à cette valeur de H , par rapport à l'énergie cinétique après le choc. L'écart grandissant au delà de $H = 0,2$ m pourrait s'expliquer par la survenue de déformations permanentes du matériel (fig. 9) plus que par l'augmentation relative de \mathcal{E}_x et de \mathcal{E}_z .

7.4 Durée de choc

L'hypothèse 2) suppose que la durée du choc est très inférieure à la demi-période de vibrations du matériel. Cette durée de choc est liée à la déformation du sac pendant ce choc. Soit Δ , le déplacement du centre de gravité du sac par rapport au platelage pendant le choc. La durée τ de celui-ci peut s'écrire en première approximation :

$$\tau \approx \frac{\Delta}{v} \quad (18)$$

\bar{v} étant la vitesse relative moyenne du corps de choc par rapport au platelage.

Soit \dot{x}_2 la vitesse du centre de gravité du sac. Alors,

$$\bar{v} = (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = \dot{x}_2 - \dot{x}_1$$

Admettons les relations approximatives suivantes : $\dot{x}_2 = \frac{V + v_1}{2}$, $\dot{x}_1 = \frac{v_1}{2}$. \bar{v} est donc égal à $\frac{V}{2}$.

Or, $V = \sqrt{2gH}$ d'où :

$$\tau = \Delta \sqrt{\frac{2}{gH}}$$

L'hypothèse 2) s'exprime alors par la condition

$$H > \frac{5k_1}{g(m_1 + m_2)} \Delta^2 \quad (19)$$

Lors de la pose du sac sphéro-conique sur le sol, on constate un aplatissement de celui-ci de l'ordre de 2 cm. Si l'on identifie Δ à cette valeur, la condition (19) s'écrit $H > 0,17$ m

Remarque : La non satisfaction de cette condition peut être prise en compte, en première approximation, par l'intermédiaire du facteur Q_k .

8 - ORDRES DE GRANDEUR DES FORCES

8.1 Cas des échafaudages

8.1.1 Chute d'une masse inerte avec choc additionnel

Considérons la chute d'une masse m_2 de 50 kg d'une hauteur de 1 m sur l'échafaudage essayé en supposant qu'il n'entre pas dans le domaine des déformations plastiques.

Dans le cas du matériel essayé, la structure portait le poids d'une demi-travée de planches. Dans le cas réel, il y a lieu de rajouter à celui-ci le poids de la travée symétrique soit 18 kg environ. La masse morte par travée, m_1 est alors de 70 kg. Admettons comme charges avec FOURNIER [3], la masse supplémentaire de deux travailleurs de 90 kg, celle de leur outillage 20 kg et 60 kg de matériaux. Cette masse ajoutée, notée M_c , est égale à :

$$(2 \times 90) + 20 + 60 = 260 \text{ kg.}$$

$$M = m_2 + m_1 = 70 + 50 = 120 \text{ kg}$$

$$M + M_c = 120 + 260 = 380 \text{ kg}$$

$$\text{et } \rho' = \frac{260}{380} = 0,68$$

$$r = \frac{50}{52} = 1,04$$

Q étant voisin de l'unité dès que la hauteur de chute est notable, l'application de la relation (1) donne :

$$F_M \approx 50 \times 9,89 \times 10^{-3} \times \left(\frac{1000}{5,85} \right)^{0,5} = 6,41 \text{ kN}$$

L'expression (II-37) du coefficient d'amplification A nous conduit à calculer les quantités suivantes :

$$E_1 = F_M - (M_c - m_2)g = 6,41 - (260 - 50) \times 10^{-3} \times 9,81 = 4,35 \text{ kN}$$

$$E_2 = (M + M_c)g = 380 \times 10^{-3} \times 9,81 = 3,73 \text{ kN}$$

$$E_3 = F_M - M_c g = 6,41 - 260 \times 9,81 \times 10^{-3} = 3,86 \text{ kN}$$

$$E_4 = M_c g = 260 \times 10^{-3} \times 9,81 = 2,55 \text{ kN}$$

D'après (II-37),

$$A = 1 + \rho' \left(\frac{2E_1}{E_2} \right)^{0,5} \left(1 + \frac{E_3^2}{2\rho' E_4 E_1} \right)^{0,5} = 2,46$$

La relation (6) s'écrivant $\mathcal{F}_M = AE_2$, on obtient :

$$\mathcal{F}_M = 2,46 \times 3,73 = 9,19 \text{ kN.}$$

8.1.2 Chute de plain-pied sur une plate-forme sans effet de la masse ajoutée

Nous nous plaçons dans le cas du paragraphe 4.4.1.1 lorsqu'il n'y a pas de masse ajoutée ou dans celui du paragraphe 4.4.2, lorsque le rapport $\mathcal{E}_p / \mathcal{E}_c$ est très supérieur à l'unité. En négligeant l'influence de l'amortissement dans le modèle du corps humain, la force sur le ressort du modèle de l'échafaudage exprimée en Newton ou encore au signe près, la réaction verticale de la structure d'accueil, dans le cadre des hypothèses (§ 4.3.1), dans le cas de la configuration *a* du matériel essayé, a pour expression (voir annexe II) :

$$\mathcal{F}(t) = 1459 - 851 \sin 62,97t + 32 \cos 62,97t + 8009 \sin 23,27t - 804 \cos 23,27t$$

t étant le temps exprimé en secondes. La valeur maximale de $\mathcal{F}(t)$ est supérieure à 10 kN.

8.2 Cas des garde-corps

Les relations (1), (5) et (7a) s'appliquent dans le cadre des hypothèses (1) à (5) et (7). Il y a cependant lieu de redéfinir les masses m_1 et m_2 .

Si le choc a lieu sur la main courante au droit d'un montant et si celui-ci peut être assimilé à une poutre encastree, la masse équivalente du montant pourra être prise égale à 0,23 fois sa masse [7]. A cette masse équivalente, il y aura lieu d'ajouter une fraction de la masse d'une travée de main courante. En première approximation, on pourra prendre cette fraction égale à l'unité et l'on aura :

$$m_1 = 0,23 m_b + m_c \quad (20)$$

m_b et m_c étant respectivement les masses du montant et de la main courante sur une travée. Il y aurait lieu également de tenir compte de la masse des lisses horizontales. Le fait de les négliger conduit à des calculs plus simples allant dans le sens d'une plus grande sécurité.

Lors du choc d'une personne contre un garde-corps, toute la masse de celle-ci ne vient pas frapper la protection au même instant. On peut admettre, comme dans la chute de plain-pied, qu'une fraction seulement de cette masse n'est effective. Nous admettrons que cette masse effective est de 75 kg, par analogie avec le raisonnement suivi pour la détermination de la masse effective dans la chute de plain-pied [5]. \mathcal{F}_M se réduit à F_1 qui se calcule par la relation (1) en prenant pour valeur de m_1 , celle donnée par (20) et pour m_2 , 75 kg. Habituellement, m_2 est notablement supérieur à m_1 et la formule (5) pour les garde-corps s'écrit en première approximation :

$$\mathcal{F}_M \approx m_2 g \sqrt{2H/s} \quad (21)$$

relation dans laquelle le facteur Q a été pris égal à l'unité. s désigne la flèche du garde-corps sous l'action de la force $m_2 g$, supposée appliquée dans la direction du choc et H , la hauteur de chute libre qui produirait une vitesse égale à la vitesse d'impact.

Dans le cas du projet CEN/TC 53 WG 10 N 66 [8], les garde-corps de bas de pente dits de classe B et de classe C (?) doivent pouvoir absorber 500 J au droit de la main courante, ce qui correspond à une hauteur de chute de m_2 de 0,68 m. Ce même projet fixe la flèche du montant à 35 mm pour une force de 0,3 kN. Pour une force égale à $m_2 g$, la flèche s de ce montant est égale à $\frac{75 \times 9,81}{300} \times 35 = 86$ mm. La relation (21) donne alors :

$$\mathcal{F}_M = 75 \times 9,81 \sqrt{\frac{2 \times 680}{86}} \approx 2,93 \text{ kN}$$

Le projet de norme cité spécifie aussi des chocs de 1,1 kJ et 2,2 kJ selon la classe des garde-corps dans leur partie inférieure sur 0,2 m de haut, mais avec une obligation de déformations de 0,2 m au moins. De telles déformations ne peuvent être que plastiques. Les modèles utilisés dans cet article ne s'appliquent plus.

8.3 - Réactions de la structure d'accueil

Ces réactions se calculent par la relation (7a) à partir des coefficients G_m .

8.3.1 Echafaudages

Dans le cas des systèmes isostatiques, $|G_{11}| = 1$. $|G_{12}| = |G_{22}| = \text{tg}\alpha = Z/l$, α étant définie sur la figure 11.

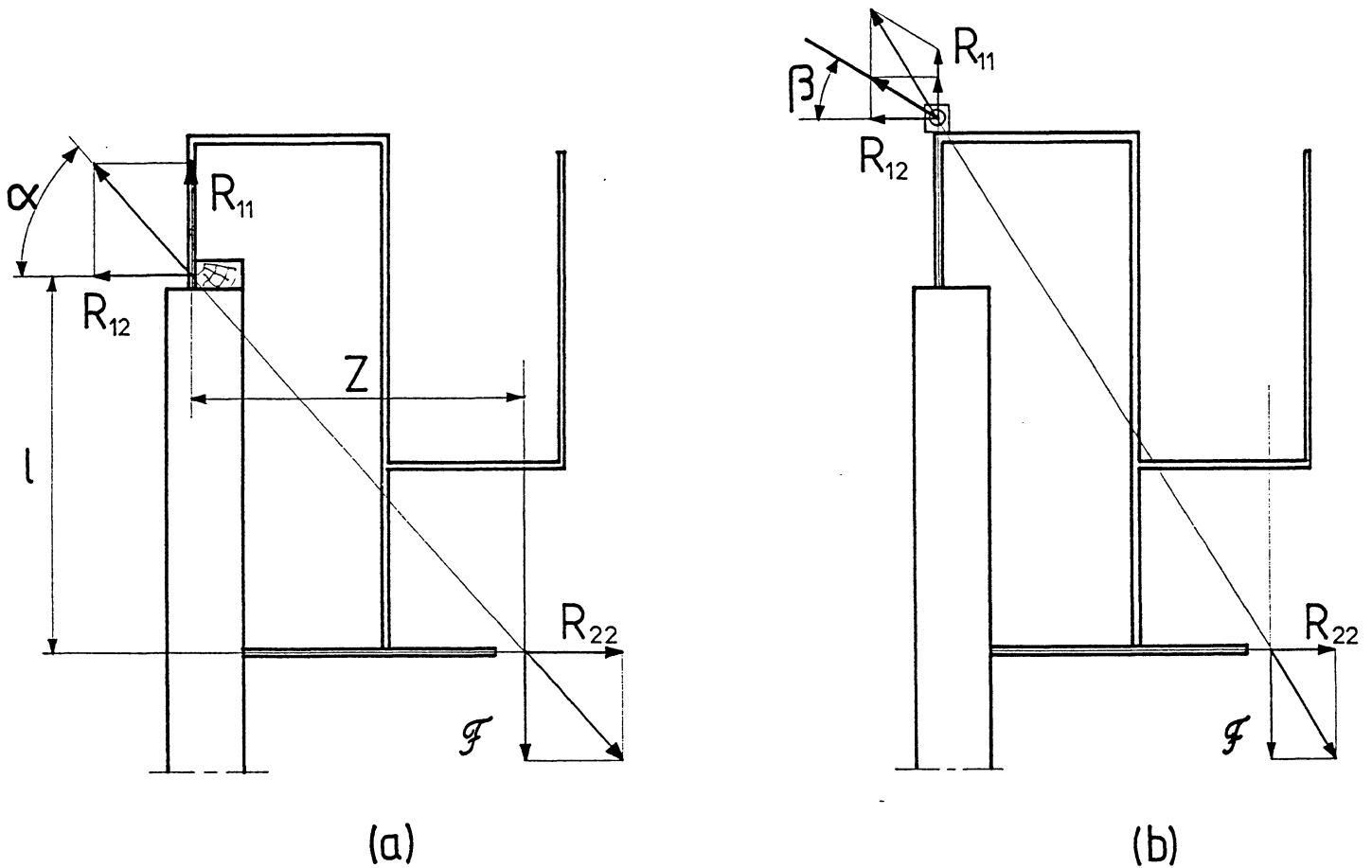


Fig. 11 Equilibre d'échafaudages reposant sur arase
 a) appui sur panne sablière
 b) amarrage sur charpente par un câble

Dans le cas de la figure 11(b) où la stabilité de l'échafaudage est assurée par un câble, la réaction R_{11} résulte de la réaction de l'arase et de la composante verticale de la réaction du câble R_{12} $\text{tg}\beta$, β étant défini sur cette figure.

Dans le cas extrêmes, Z/l peut être de l'ordre de 2. L'intensité des réactions horizontales peut donc atteindre 20 kN.

8.3.2 Garde-corps

Les situations de montage sont très nombreuses. Dans le cas le plus simple d'un garde corps en applique (fig.3), on a de nouveau :

$$|G_{12}| = 1 + \frac{Z}{\ell - Z} \quad \text{et} \quad |G_{22}| = \frac{Z}{\ell - Z}$$

$|G_{12}|$ peut être de l'ordre de 5, d'où des valeurs de R_{12} pouvant atteindre 15 kN.

8.4 - Comportement de la structure d'accueil

Supposons que les ouvrages reprenant les réactions R_{12} et R_{22} soient différents (cas par exemple d'un échafaudage attaché à la charpente en partie supérieure et en appui en partie inférieure). Sous l'action du choc, ces ouvrages entrent en vibrations. Supposons que l'on puisse les considérer en première approximation comme des oscillateurs à un degré de liberté non amorti et admettons que leurs déformations sous l'action du choc soit suffisamment faible pour ne pas modifier sensiblement le comportement de la protection étudiée. Soit f_p la fréquence propre de vibrations de ces ouvrages et X_p la déformation qu'ils prendraient sous une force égale à leur poids ou au poids qu'ils portent, appliquée suivant la direction de la réaction qu'ils exercent sur la protection collective. Alors,

$$f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{X_p}} \quad (22)$$

$\tau = \pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k_1}}$ représentant toujours la durée pendant laquelle s'exercent les sollicitations de la structure d'accueil, la force maximale S_M générée dans celle-ci est une fonction de τf_i [9]. Classiquement, lorsque $\tau f_i \ll 1$, $S_M \approx 4 \tau f_i$. Lorsque $\tau f_i \gg 2,5$, $S_M \approx F_M$. Le maximum de S_M a lieu au voisinage de $\tau f_i = 0,8$; Q_M est alors de l'ordre de $1,8 F_M$.

Un coefficient d'amplification de 1,5 des contraintes statiques auxquelles est soumise la structure d'accueil, est obtenu pour τf_i variant entre 0,5 et 1,5 soit, puisque τ est de l'ordre de 0,15 s, pour f_p variant entre 3,3 Hz et 10 Hz soit encore, pour X_p variant entre 20 mm et 2,5 mm. Cette plage de valeurs est typiquement celle rencontrée dans le bâtiment.

Tout risque de se passer, en cas de chute de plain-pied sur un échafaudage de coefficient G égal à 2, comme si la structure d'accueil était statiquement sollicitée par des forces de l'ordre de 30 kN ou plus. De telles valeurs supposent que les déformations du matériel restent élastiques. Toute déformation plastique de celui-ci tendra à réduire les forces transmises à la structure d'accueil.

Des conclusions similaires peuvent être tirées au sujet des garde-corps.

Les structures d'accueil et leur liaisons aux protections collectives concernées peuvent être soumises à des efforts particulièrement intenses pour lesquels elle n'ont généralement pas été prévues. L'utilisation de ces matériels entraîne donc des risques qu'il convient de réduire par un ensemble de mesures conjointes.

9 - MESURES PROPRES À REDUIRE LES RISQUES

9.1 - Démythification des protections collectives périphériques

Avant tout, il convient d'être conscient des risques liés à l'utilisation des matériels étudiés dans cet article.

Le décret du 8 janvier 1965 [10] donne, par principe, la primauté de la protection collective sur la protection individuelle ; mais il admet celle-ci par dérogation, notamment pour les travaux de durée inférieure à 24 h et lorsque la protection collective ne peut être assurée de manière satisfaisante. Le choix du mode de protection doit donc être décidé avec circonspection. L'application parfois aveugle du principe de primauté de la protection collective sur la protection individuelle [11], ou certains écrits mettant en exergue, l'efficacité supposée des protections collectives périphériques [12], ne risque-t-ils pas d'associer dans les esprits, la sécurité à l'utilisation de ces protections ? Les slogans publicitaires relatifs à l'installation de celles-ci, du genre "fixez vous partout" ne sont-ils pas également de nature à masquer les risques liés à l'utilisation de ces matériels ?

L'efficacité des protections collectives n'est pas partagée par tous [3]. Les pouvoirs publics, conscients de la précarité qu'elles offrent dans certaines situations, ont été amenés à réglementer la construction par voie d'arrêtés préfectoraux [13-15] et par décret. L'article R 235-5 du décret n° 92-332 du 31 mars 1992 [16] prévoit que doivent figurer notamment dans le "dossier de maintenance des lieux de travail" : "les moyens d'arrimage et de stabilisation d'échafaudage ou de nacelles", notamment "pour faciliter l'entretien des façades".

Mais quelle peut être l'utilité de tels textes s'ils ne sont pas relayés par des spécifications techniques précises de mise en oeuvre, si l'absence de normalisation des interfaces rend problématique l'adaptation aux structures d'accueil, de matériels extrêmement divers et si les réactions d'interface restent inconnues ?

Des travaux de normalisation des garde-corps temporaires sont actuellement en cours [8]. Mais quelle sera l'utilité d'une telle norme si la standardisation de l'interface avec la structure d'accueil et la détermination des forces transmises à cette dernière sont éludées ? Ne doit-on pas s'étonner d'un projet de norme qui se garde de jouer ce qui devrait être son rôle premier : la standardisation des formes et des cotes ?

9.2 - Mesures techniques visant à réduire les risques

La première mesure consisterait à normaliser les interfaces. Sans cette normalisation, les protections collectives périphériques de toiture risquent de ne rester que des moyens de fortune. Nonobstant cette condition, la diminution des risques inhérents à leur utilisation revient à réduire les forces transmises aux liaisons.

Il a été vu que les réactions horizontales, dans le cas d'un échafaudage, comportaient des composantes proportionnelles à la réaction verticale et, le cas échéant, une composante impulsionnelle due à des déformations du matériel perpendiculaire à l'action du choc. Ces dernières peuvent être réduites en diminuant ces déformations par renforcement de la structure. Les autres composantes, proportionnelles à la réaction verticale, peuvent également être réduites par :

a) la diminution du coefficient de proportionnalité G_m entre cette réaction verticale et les composantes concernées des réactions horizontales,

b) la réduction de la réaction verticale par diminution du rapport $r = m_2/m_1$ dans la relation (1),

c) la limitation de la réaction verticale par introduction d'un limiteur d'efforts.

La mesure a) consistera à écarter le plus possible l'une de l'autre, les zones de liaisons à la structure d'accueil. Mais cette mesure pourra avoir pour effet d'augmenter les déformations latérales.

La mesure b) conduit à augmenter la masse du matériel, solution qui va à l'encontre du souhait des utilisateurs. (Pour les échafaudages, on démontre qu'il existe une valeur optimale de r , généralement très inférieure à l'unité, ce qui conduit à une masse m_1 élevée).

La mesure c) consiste à introduire un dispositif absorbeur d'énergie dans le matériel, de sorte que la réaction verticale soit limitée à une certaine valeur. La solution idéale est obtenue lorsque la loi de variation temporelle de la réaction verticale prend l'allure d'une impulsion rectangulaire, car, à valeur donnée du maximum de cette réaction et du déplacement de l'échafaudage, l'énergie absorbée par le dispositif absorbeur est maximale lorsque cette réaction verticale est constante.

Ce résultat est obtenu par l'introduction d'un limiteur d'efforts. J. PAUREAU et M. JACQMIN [17] ont mis au point un tel dispositif qui s'allonge à force constante (fig. 12). Ce dispositif consiste en deux enroulements de même sens de fil rond en acier inoxydable autour d'un mandrin. Ces enroulements comportent une boucle de traction. En soumettant ce dispositif à un effort d'extension par l'intermédiaire de ces boucles, on provoque, à partir d'une certaine valeur de cet effort, le déroulement du fil. L'effort de déroulement ne dépend que du rapport du diamètre du fil à celui du mandrin.

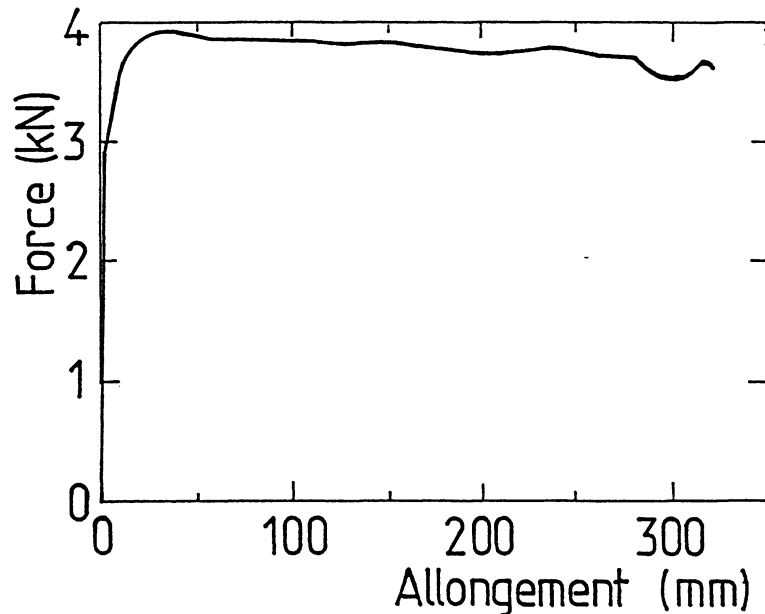


Fig. 12 : Relation efforts allongement de l'absorbeur de choc breveté [18]

L'échafaudage essayé au paragraphe 5 a été suspendu, au banc d'essais par l'intermédiaire d'un de ces limiteurs d'efforts "taré" à 3,80 kN et d'un capteur de 5 kN d'étendue de mesure, monté en série avec lui. Les enregistrements d'efforts obtenus dans le cas de la configuration *a*, pour une hauteur de chute de 1 m du sac sphéro-conique de 50 kg, sont représentés sur la figure 13. Ils montrent bien la limitation de la réaction verticale à une valeur de l'ordre de 4 kN. Les réactions horizontales R^*_{m} n'excèdent pas 1,2 kN, sauf en ce qui concerne R^*_{12} au voisinage de l'origine, qui, du fait de la composante r'_{12} due aux déformations latérales du matériel, atteint 2 kN. La comparaison de ces enregistrements à ceux de la figure 5(a), obtenue dans la même configuration, montre que l'introduction du limiteur d'efforts divise les réactions horizontales par deux environ, bien que la hauteur de chute soit deux fois plus grande.

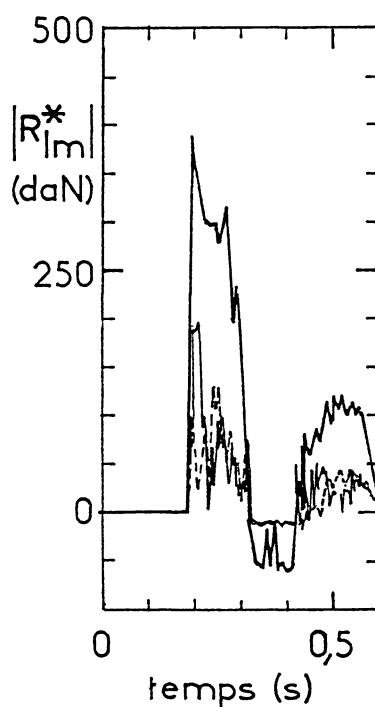


Fig. 13 : Enregistrement des réactions de la structure d'accueil en fonction du temps au cours d'un choc d'un sac sphéro-conique de 50 kg tombent d'une hauteur de 1 m sur un échafaudage suspendu par un limiteur d'effort taré à 3,8 kN. Cet enregistrement est à comparer avec celui de la figure 5(a) obtenu pour une chute du sac sphéro-conique de 0,5 m seulement.

— R^*_{11} — R^*_{12} R^*_{22}

Remarque : Compte tenu de la plage assez large des fréquences propres des structures d'accueil, on ne pourra pas éviter le risque de tomber parfois dans le cas où la réponse de la structure d'accueil est amplifiée par rapport à l'excitation. Mais les inconvénients d'une telle situation seront limités par la faible intensité de cette excitation.

10 - CONCLUSION

L'ensemble formé par une structure d'accueil et une protection collective périphérique de toiture constitue un système qui peut être le siège de forces internes supérieures à 20 kN, notamment, lors de chutes de plain-pied sur les échafaudages légers de couvreurs ou de chocs de personnes contre les garde-corps à la suite d'une perte d'équilibre.

En raison de l'absence de normalisation des interfaces structure d'accueil / matériel, de la méconnaissance des sollicitations de ces interfaces et de celle de la résistance des structures d'accueil, les protections collectives périphériques de toiture ne peuvent être, dans l'état actuel de la technique, que des installations de fortune.

Pour réduire les risques inhérents à la précarité des solutions fréquemment adoptées, la mise en oeuvre, dans l'immédiat, des mesures techniques permettant de réduire les efforts transmis à la structure d'accueil s'impose.

Ces mesures consistent à :

- écarter suffisamment l'une de l'autre, les liaisons du matériel à cette structure d'accueil,
- dimensionner les structures des échafaudages pour réduire le plus possible le rapport de la déformation horizontale à la déformation verticale résultant de l'action d'une charge verticale,
- introduire un limiteur d'effort permettant de maintenir à une valeur sensiblement constante, et égale à 4 kN environ, la force transmise à la structure du matériel.

Cependant, ces mesures ne resteront que d'une efficacité limitée tant que la standardisation des interfaces structures d'accueil / matériels ne sera pas entreprise.

En imposant des mesures qui, aujourd'hui, laissent la place à l'improvisation, la réglementation risque d'aller à l'encontre du but qu'elle vise. C'est pourquoi il importe de s'atteler sans tarder à la normalisation des interfaces structure d'accueil / matériel, d'autant plus que la diversité des matériels rend la tâche immense.

ANNEXE I

FORCE ET RESULTANTE DYNAMIQUES

AGISSANT SUR LE RESSORT DU MODÈLE D'UNE

PROTECTION COLLECTIVE

I - 1 MASSE EFFECTIVE PENDANT LE CHOC

Soit un élément élastique (ressort, poutre) de masse m_s et de raideur k_1 auquel est liée une masse m_p concentrée. La fréquence de vibrations du mode fondamental du système est proportionnelle à $\sqrt{\frac{qm_s + m_p}{k_1}}$ [7]. Les valeurs de q sont données dans le tableau I-1 pour quelques cas courants de systèmes.

Systèmes	masse-ressort	poutre en porte à faux	poutre sur deux appuis	poutre encadrées à ses extrémités
q	$\frac{1}{3}$	0,23	0,5	0,375

Tableau I-1 : Valeurs de q dans la relation $m_1 = qm_s + m_p$

**I - 2 RÉSULTANTE DYNAMIQUE MAXIMALE GÉNÉRÉE PAR UN CHOC
MOU SUR LE MODÈLE DE LA PROTECTION COLLECTIVE**

La présente analyse traite du cas du choc d'une masse inerte sur un échafaudage. Les résultats de celle-ci sont néanmoins applicables sans difficulté aux cas de la chute de plain-pied, dans les conditions précisées au paragraphe 4.3.2.2. Il suffit pour cela de remplacer respectivement M , F_M et \mathcal{Z}_M par M_n , F_n et \mathcal{Z}_n avec $n = \text{II}, \text{III}$.

I-2.1 Résultante dynamique maximale

Lors d'un choc infiniment bref sur la masse m_1 du modèle de l'échafaudage, la réaction \mathcal{R} du ressort de ce même modèle s'écrit au premier ordre (fig. I-1)

$$-\mathcal{R} - m_1 g \approx k_1 v_1 t$$

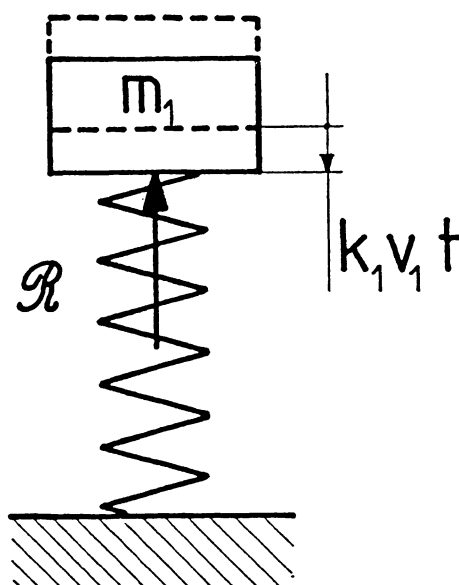


Fig. I-1 : Modèle d'un échafaudage de couvreur immédiatement après la fin du choc

v_1 étant la vitesse de m_1 à la fin du choc. Lorsque le choc n'est plus très bref, mais néanmoins de durée notablement inférieure à $T/4$, T étant la période propre du modèle, la vitesse v de la masse m_1 passe de 0 à v_1 pendant la durée τ du choc.

Pour une valeur quelconque de t inférieure à τ ,

$$-\mathcal{R}(t) - m_1 g = k_1 \int_0^t v(t') dt' \quad (\text{I-1})$$

Admettons pour simplifier que $v(t)$ soit de la forme :

$$v(t) = at \quad (\text{I-2})$$

entre $t = 0$ et $t = \tau$.

(I-1) devient :

$$-\mathcal{R}(t) - m_1 g = k_1 a \frac{t^2}{2} \quad (\text{I-3})$$

Lorsque le choc n'est plus bref, on doit tenir compte de l'impulsion des forces permanentes, et de celle de la réaction du ressort. V étant la vitesse d'impact de la masse m_2 , la variation de la quantité de mouvement entre le début et la fin du choc s'écrit alors :

$$(m_1 + m_2)v_1 - m_2 V = m_2 g \tau - \int_0^\tau [-\mathcal{R}(t) - m_1 g] dt \quad (\text{I-4})$$

En remplaçant la quantité entre crochets dans cette relation par son expression donnée par (I-3), il vient après calcul de l'intégrale :

$$(m_1 + m_2)v_1 - m_2 V = m_2 g \tau - \frac{k_1 a \tau^3}{6}$$

Soit, tous calculs effectués et compte tenu de (I-2)

$$v_1 = \frac{m_2 V + m_2 g \tau - \frac{k_1 v_1 \tau^2}{6}}{m_1 + m_2}$$

d'où

$$v_1 = \frac{m_2 V + m_2 g \tau}{m_1 + m_2 + \frac{k_1 \tau^2}{6}} \quad (\text{I-5})$$

Posons :

$$\rho = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \quad (\text{I-6})$$

(I-5) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$v_1 = \rho \frac{V + \frac{g}{\omega} u}{1 + \frac{u^2}{6}} \quad (\text{I-7})$$

en posant : $\omega^2 = k_1 / (m_1 + m_2)$ et $u = \omega \tau$.

Considérons le mouvement de l'ensemble $m_1 + m_2$ après le choc. L'équation de ce mouvement s'écrit (fig. I-2) :

$$\xi + \omega^2 \xi = 0 \quad (\text{I-8a})$$

avec

$$\xi = x_1 + x_0 - X_{1s} \quad (\text{I-8b})$$

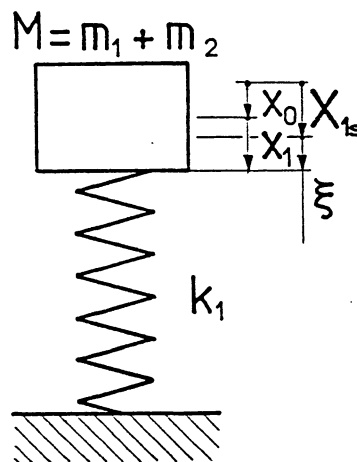


Fig. I-2 : Modèle d'un échafaudage de couvreur. Variables de déplacement et symboles

où x_1 est le déplacement de $M = m_1 + m_2$ à partir de la position occupée par cette masse à la fin du choc ; x_0 est le déplacement de m_1 au même instant par rapport à la position qu'occuperait cette masse, si le ressort était totalement détendu ; X_{1s} est défini par la relation :

$$X_{1s} = Mg / k_1 \quad (\text{I-9})$$

Prenons comme nouvelle origine des temps, l'instant où $x_1 = 0$. A cet instant $\dot{x}_1 = v_1$.

La solution générale de (I-8a) s'écrit :

$$\xi = \xi_M \sin(\omega t + \varphi)$$

Les conditions initiales permettent d'écrire :

$$x_0 - X_{1s} = \xi_M \sin \varphi \quad (\text{I-10})$$

$$v_1 = \omega \xi_M \cos \varphi \quad (\text{I-11})$$

d'où

$$\text{tg} \varphi = \frac{\omega(x_0 - X_{1s})}{v_1}$$

de (I-11), on obtient,

$$\xi_M = \frac{v_1}{\omega \cos \varphi} = \frac{v_1}{\omega} \sqrt{1 + \text{tg}^2 \varphi}$$

d'où

$$\xi_M = \frac{v_1}{\omega} \sqrt{1 + \frac{\omega^2(x_0 - X_{1s})^2}{v_1^2}} \quad (\text{I-12})$$

D'après (I-7) et (I-9), on obtient tous calculs effectués :

$$x_0 - X_{1s} = v_1 \frac{\tau}{2} - \frac{m_2 g}{k_1}$$

En reportant cette expression dans (I-12) on obtient :

$$\xi_M = \frac{v_1}{\omega} \sqrt{1 + \left(\frac{u}{2} - \rho \frac{g}{\omega v_1} \right)^2} \quad (\text{I-13})$$

ou encore d'après (I-7)

$$\xi_M = \frac{\rho V}{\omega} Q(u, \rho, V) \quad (\text{I-14})$$

avec

$$Q = \frac{1 + \alpha u}{1 + \frac{u^2}{6}} \left[1 + \left(\frac{u}{2} - \alpha \right)^2 \right]^{0.5} \quad (\text{I-15})$$

où $\alpha = g/\omega V$

Q est fonction de la configuration du matériel par l'intermédiaire de ω donc de k_1 .

Dans le cas où $m_2 \approx m_1$ ce qui est fréquent, $\left(\frac{u}{2} - \alpha\right)^2$ est tout à fait négligeable.

Q est alors pratiquement égal à $\frac{1 + \alpha u}{1 + \frac{u^2}{6}}$

Dès que H devient supérieur à 0,2 m, $\frac{u^2}{6}$ devient inférieur à 6% et Q peut être pris approximativement égal à $1 + \alpha u$.

αu décroît rapidement lorsque H croît. Q est de l'ordre de 1,2 pour H = 0,1 m. Il devient inférieur à 1,04 lorsque H devient supérieur à 0,5 m.

Par définition, $F_M = k_1 \xi_M$. Tous calculs effectués, d'après (I-14) et compte tenu de (I-6) et (I-9), on obtient :

$$F_M = m_2 g Q \sqrt{\frac{2r}{1+r}} \sqrt{\frac{H}{s}} \quad (\text{I-16})$$

r et s étant respectivement le rapport m_2/m_1 et la flèche statique du matériel sous le poids $m_2 g$.

I-2.2 Résultante dynamique maximale

Soit \mathcal{F}_M cette force. D'après la figure (I-2)

$$\mathcal{F}_M = k_1 (\xi_M + X_{1s}) = F_M + k_1 X_{1s}$$

soit, compte tenu de (I-9)

$$\mathcal{F}_M = F_M + Mg \quad (\text{I-17})$$

I - 3 CHOC ADDITIONNEL (fig. I-3)

Pour qu'il ait choc additionnel, de la masse ajoutée M_c , il faut que l'accroissement de la force élastique due au choc de m_2 sur m_1 soit supérieure à $M_c g$. Nous nous plaçons dans ce cas.

Considérons donc le mouvement de la masse $M = m_1 + m_2$ après le choc additionnel supposé mou de la masse M_c .

Soient (fig. I-3) :

ζ , le déplacement de la masse M par rapport à la position qu'elle occuperait si le ressort k_1 était totalement détendu.

ζ_s , déplacement statique de M sous l'effet de son propre poids et de celui de M_c .

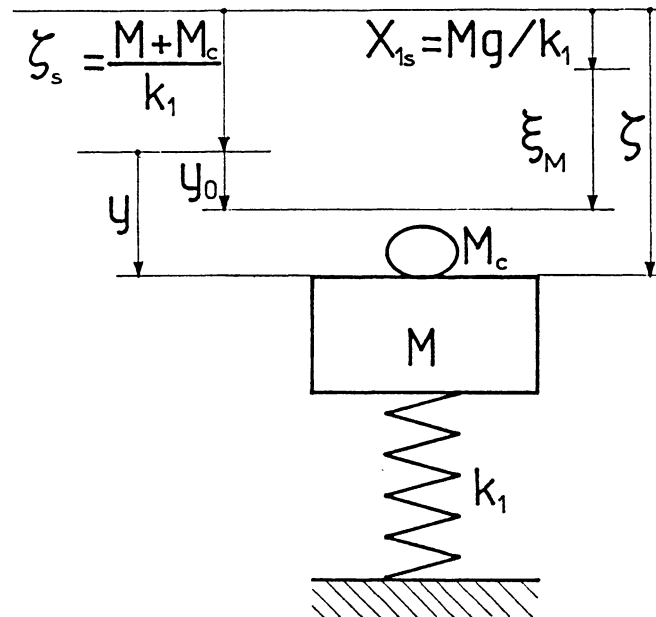


Fig I-3 : Choc additionnel sur un échafaudage de couvreur.
Variables de déplacement et symboles

Posons $y = \zeta - \zeta_s$ (I-18)

avec $\zeta_s = \frac{M + M_c}{k_1} g$ (I-19)

L'équation du mouvement s'écrit :

$$\ddot{y} + \Omega^2 y = 0 \quad (\text{I-20})$$

avec $\Omega^2 = \frac{k_1}{M + M_c}$ (I-21)

La solution générale de cette équation s'écrit :

$$y = y_M \sin(\Omega t + \psi) \quad (\text{I-22})$$

Prenons l'origine des temps lorsque $\zeta = \xi_M + X_{1s}$. Le choc additionnel a lieu en ce point d'après l'hypothèse 6 (§ 4.3.1). Au temps $t = 0$, on peut donc écrire d'après la figure I-3

$$\dot{\zeta} = \dot{\zeta}_0 = \dot{y}_0 \quad (\text{I-23})$$

$$y = y_0 = \xi_M + X_{1s} - \zeta_s \quad (\text{I-24})$$

Compte tenu de (I-22) et de ces relations :

$$y_M = \frac{(\xi_M + X_{1s} - \zeta_s)}{\sin \psi} \quad (\text{I-25})$$

Par dérivation de (I-22), on obtient :

$$\dot{y}_0 = \Omega y_M \cos \psi = 0 \quad (\text{I-26})$$

En portant (I-25) dans (I-26), on obtient, compte tenu de (I-21) et (I-24) :

$$\dot{\zeta}_0 = \Omega \frac{\xi_M + X_{1s} - \zeta_s}{\text{tg} \psi}$$

d'où

$$\text{tg} \psi = \Omega \frac{\xi_M + X_{1s} - \zeta_s}{\dot{\zeta}_0} \quad (\text{I-27})$$

En vertu de l'hypothèse 6 du § 4.3.1, on peut écrire :

$$\dot{\zeta}_0 = \rho' V_c \quad (\text{I-28})$$

V_c désignant la vitesse d'impact de M_c sur M et ρ' étant défini ainsi :

$$\rho' = \frac{M_c}{M + M_c} \quad (\text{I-29})$$

D'après (I-24) et (I-26) on obtient la relation

$$y_M = \frac{\dot{\zeta}_0}{\Omega} \sqrt{1 + \text{tg}^2 \psi}$$

Puis en remplaçant $\text{tg} \psi$ par son expression (I-27) on aboutit à la relation suivante :

$$y_M = \frac{\dot{\zeta}_0}{\Omega} \left[1 + \Omega^2 \frac{(\xi_M + X_{1s} - \zeta_s)^2}{\dot{\zeta}_0^2} \right]^{0.5} \quad (\text{I-30})$$

$$\text{Or,} \quad X_{1s} - \zeta_s = -\frac{M_c g}{k_1} \quad (\text{I-31})$$

$$\text{et} \quad \xi_M = \frac{F_M}{k_1} \quad (\text{I-32})$$

En portant dans (I-30), les expressions (I-21), (I-28), (I-31) et (I-32), on obtient l'expression suivante, compte tenu de (I-29) :

$$y_M = \frac{\rho' V_c}{\Omega} \left(1 + \frac{(F_M - M_c g)^2}{k_1 \rho' M_c V_c^2} \right)^{0.5} \quad (\text{I-33})$$

avec la condition $F_M > M_c g$ pour qu'il y ait choc additionnel.

$$\text{En posant } \mathcal{E}_p = \frac{(F_M - M_c g)^2}{2k_1} \text{ et } \mathcal{E}_c = \frac{M_c V_c^2}{2}$$

(I-33) peut s'écrire sous la forme :

$$y_M = \frac{\rho' V_c}{\Omega} \left(1 + \frac{\mathcal{E}_p}{\rho' \mathcal{E}_c} \right)^{0.5} \quad (\text{I-34})$$

\mathcal{E}_p s'interprète comme un terme d'énergie potentielle et \mathcal{E}_c comme l'énergie cinétique de la masse M_c au moment du choc additionnel.

La résultante dynamique a pour expression :

$$\mathcal{F}_M = k_1 \xi_M \quad (\text{I-35})$$

ξ_M étant la compression maximale du ressort du modèle.

Or, d'après (I-18), $\zeta_M = y_M + \zeta_s$

soit d'après (I-19) et (I-34) et (I-35)

$$\mathcal{F}_T = \frac{k_1 \rho' V_c}{\Omega} \left(1 + \frac{\mathcal{E}_p}{\rho' \mathcal{E}_c} \right)^{0.5} + (M + M_c)g \quad (\text{I-36})$$

Or la hauteur de chute libre de M_c est égale à $y_0 + m_2 g / k_1$, d'après la figure I-3, d'où

$$V_c = \sqrt{2g \left(y_0 + \frac{m_2 g}{k_1} \right)} = \sqrt{2g \left[(\xi_M + X_{1s} - \zeta_s) + \frac{m_2 g}{k_1} \right]}$$

Soit, compte tenu de (I-24)

$$V_c = 2g \frac{F_M - M_c g + m_2 g}{k_1}$$

Or,

$$\mathcal{E}_c = \frac{M_c V_c^2}{2} = M_c g \frac{F_M - M_c g + m_2 g}{k_1}$$

et

$$\frac{\mathcal{E}_p}{\rho' \mathcal{E}_c} = \frac{(F_M - M_c g)^2}{2\rho' M_c g (F_M - M_c g + m_2 g)}$$

En reportant les expressions de V_c et de $\mathcal{E}_p/\rho' \mathcal{E}_c$ dans (I-36), on obtient :

$$\mathcal{F}_M = \frac{k_1 \rho'}{\Omega} \left(\frac{2g(F_M - M_c g + m_2 g)}{k_1} \right)^{0.5} \left(1 + \frac{(F_M - M_c g)^2}{2\rho' M_c g (F_M - M_c g + m_2 g)} \right)^{0.5} + (M + M_c)g$$

Soit encore :

$$\mathcal{F}_M = (M + M_c)g \underbrace{\left[1 + \rho' \left(2 \frac{F_M - M_c g + m_2 g}{(M + M_c)g} \right)^{0.5} \left(1 + \frac{(F_M - M_c g)^2}{2\rho' M_c g (F_M - M_c g + m_2 g)} \right)^{0.5} \right]}_A \quad (\text{I-37})$$

Le facteur A peut être interprété comme un facteur amplificateur de la masse totale $(M + M_c)g$.

I - 4 DISCUSSION

Cas ou $\mathcal{E}_p / \mathcal{E}_c \gg 1$

(I-36) se réduit à l'expression :

$$\mathcal{F}_M \approx \frac{k_1 \rho'^{0.5} V_c}{\Omega} \left(\frac{\mathcal{E}_p}{\mathcal{E}_c} \right)^{0.5} + (M + M_c)g$$

soit encore d'après (I-21) et (I-29) et les définitions de \mathcal{E}_p et \mathcal{E}_c ci-dessus :

$$\mathcal{F}_M \approx F_M + Mg$$

Tout se passe donc comme si la masse M_c n'existait pas.

Cas où F_M tend vers $M_c g$

A tend alors vers :

$$1 + \rho' \left(\frac{2m_2}{(M + M_c)} \right)^{0,5}$$

Soit encore, compte tenu de (I-29) vers :

$$1 + \rho'^{1,5} \left(2 \frac{m_2}{M_c} \right)^{0,5}$$

Le cas intéressant est celui où M_c est notablement supérieur à M . ρ' est proche de l'unité et $\frac{m_2}{M_c}$ est petit. A est donc peu supérieur à l'unité.

ANNEXE II

CHUTE DE PLAIN-PIED SUR UN ECHAFAUDAGE SUSPENDU

DETERMINATION DE LA REACTION VERTICALE DE LA STRUCTURE D'ACCUEIL LORS DU CHOC

II - 1 DEFINITIONS (Fig. I-2)

$$M_{III} = m_1 + \mu'$$

$$x_{1s} = m_1 g / k_1$$

$$\frac{k_1 + k_R}{M_{III}} = \omega_3^2 = \frac{k_1}{M_{III}} + \frac{k_R}{k_1} \frac{k_1}{M_{III}} = \omega_1^2 + \lambda \omega_1^2 = \omega_1^2 (1 + \lambda)$$

avec $\frac{k_R}{k_1} = \lambda$ $\frac{k_1}{M_{III}} = \omega_1^2$

$$\frac{k_R}{\mu''} = \omega_2^2 \quad z = \frac{\mu'}{M_{III}}$$

$$P = \omega_2^2 + \frac{\lambda}{z} \omega_1^2$$

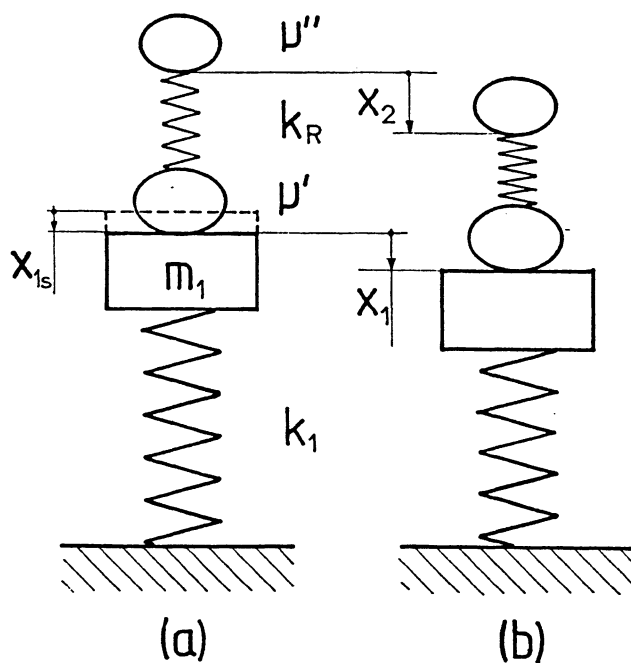


Fig. II-1 Modélisation d'une chute de plain-pied sur un échafaudage de couvreur.
 a) Au moment de l'impact
 b) Pendant le choc

II - 2 MISE EN EQUATION

Pour simplifier les notations, M_{III} sera noté M .

L'application du principe fondamental de la dynamique permet d'écrire

$$\begin{cases} M\ddot{x}_1 + (k_1 + k_R)x_1 - k_R x_2 = Mg - k_1 x_{1s} & \text{(II-1)} \\ \mu''\ddot{x}_2 + k_R(x_2 - x_1) = \mu''g & \text{(II-2)} \end{cases}$$

Or, $k_1 x_1 = m_1 g$; d'où $Mg - k_1 x_{1s} = \mu'g$

II - 3 RESOLUTION DES EQUATIONS

Conditions initiales

$$t = 0, x_1 = x_2 = 0 \quad \dot{x}_1 = \varepsilon V = \frac{\mu'}{M} V \quad \dot{x}_2 = V$$

En prenant la transformée de Laplace des deux membres de (II-1) et (II-2) on obtient :

$$\begin{cases} (p^2 + \omega_3^2)X_1 - \lambda\omega_1^2 X_2 = \frac{\varepsilon g}{p} + \varepsilon V \\ -\omega_2^2 X_1 + (p^2 + \omega_2^2)X_2 = \frac{g}{p} + V \end{cases}$$

d'où

$$X_1 = \frac{N_1}{D}$$

avec

$$D = (p^2 + \omega_3^2)(p^2 + \omega_2^2) - \lambda\omega_1^2\omega_2^2$$

$$N_1 = \varepsilon \left(\frac{g}{p} + V \right) (p^2 + \omega_2^2) + \lambda\omega_1^2 \left(\frac{g}{p} + V \right)$$

soit compte tenu de la définition de λ

$$D = p^4 + p^2(\omega_2^2 + \omega_3^2) + \omega_1^2\omega_2^2$$

Après calcul et arrangement des termes on obtient pour N_1

$$\frac{N_1}{\varepsilon V} = \frac{1}{p} \left[\left(p + \frac{g}{V} \right) (p^2 + P) \right]$$

d'où

$$\frac{X_1}{zV} = \frac{(p + \frac{g}{V})(p^2 + P)}{pD}$$

Cette fraction rationnelle peut se décomposer en éléments simples de première espèce et s'écrire sous la forme :

$$\frac{X_1}{zV} = \frac{A}{p} + \frac{B}{p - \alpha} + \frac{C}{p + \alpha} + \frac{D}{p + \beta} + \frac{E}{p - \beta} \quad (\text{II-3})$$

α , $-\alpha$, β , $-\beta$ étant les racines de l'équation $D = 0$. Après calculs, on obtient pour A, B, C, D et E les expressions suivantes :

$$A = \frac{P \frac{g}{V}}{\alpha^2 \beta^2} \quad C = \frac{\left(-\alpha + \frac{g}{V}\right)(\alpha^2 + P)}{D_\alpha}$$

$$B = \frac{\left(\alpha + \frac{g}{V}\right)(\alpha^2 + P)}{D_\alpha} \quad D = \frac{\left(\beta + \frac{g}{V}\right)(\beta^2 + P)}{D_\beta}$$

$$E = \frac{\left(-\beta + \frac{g}{V}\right)(\beta^2 + P)}{D_\beta}$$

$$\text{avec : } D_\alpha = 2 \alpha^2 (\alpha^2 - \beta^2)$$

$$D_\beta = 2 \beta^2 (\beta^2 - \alpha^2)$$

En prenant la transformée de Laplace inverse des membres de (II-3), on obtient :

$$\frac{x_1}{zV} = \frac{\bar{x}_1}{zV} + \frac{\tilde{x}_1}{zV}$$

avec $\bar{x}_1 = A z V$ et

$$\tilde{x}_1 = zV(Be^{\alpha t} + Ce^{-\alpha t} + De^{\beta t} + Ee^{-\beta t}) \quad (\text{II-4})$$

La résolution de l'équation $D = 0$ donne pour expressions des racines :

$$\alpha^2 = -\frac{\omega_2^2 + \omega_3^2}{2} [1 + \sqrt{\mathcal{D}}]$$

$$\beta^2 = -\frac{\omega_2^2 + \omega_3^2}{2} [1 - \sqrt{\mathcal{D}}]$$

$$\text{avec } \mathcal{D} = 1 - \frac{4\omega_1^2\omega_2^2}{(\omega^2 + \omega_3^2)^2}$$

d'où

$$\alpha = ia \text{ avec } a = \left(\frac{\omega_2^2 + \omega_3^2}{2} [1 + \sqrt{\mathcal{D}}] \right)^{0.5} \quad \text{et}$$

$$\beta = ib \text{ avec } b = \left(\frac{\omega_2^2 + \omega_3^2}{2} [1 - \sqrt{\mathcal{D}}] \right)^{0.5}$$

$$\text{où } i = \sqrt{-1}$$

Par suite,

$$\alpha^2 - \beta^2 = -(\omega_2^2 + \omega_3^2)\sqrt{\mathcal{D}}$$

$$D_\alpha = 2\alpha^2(\alpha^2 - \beta^2) = +2a^2(\omega_2^2 + \omega_3^2)\sqrt{\mathcal{D}}$$

$$D_\beta = 2\beta^2(\beta^2 - \alpha^2) = -2b^2(\omega_2^2 + \omega_3^2)\sqrt{\mathcal{D}}$$

Le calcul des termes de (II-4) donne alors :

$$\begin{aligned} Be^{\alpha t} + Ce^{-\alpha t} &= \frac{\alpha^2 + P}{D_\alpha} \alpha (e^{\alpha t} - e^{-\alpha t}) + \frac{g}{V} \frac{\alpha^2 + P}{D_\alpha} (e^{\alpha t} + e^{-\alpha t}) \\ &= -2 \frac{\alpha^2 + P}{D_\alpha} a \sin at + \frac{2g}{V} \frac{\alpha^2 + P}{D_\alpha} \cos at \end{aligned}$$

De manière analogue on obtient, en substituant β à α :

$$De^{\beta t} + Ee^{-\beta t} = -2 \frac{\beta^2 + P}{D_\beta} b \sin bt + \frac{2g}{V} \frac{\beta^2 + P}{D_\beta} \cos bt$$

Finalement,

$$x_1 = A_2 V - 2a_2 V \frac{\alpha^2 + P}{D_\alpha} \sin at + 2\tau g \frac{\alpha^2 + P}{D_\alpha} \cos at - 2b_2 V \frac{\beta^2 + P}{D_\beta} \sin bt + 2\tau g \frac{\beta^2 + P}{D_\beta} \cos bt \quad (\text{II-4})$$

Valeurs numériques

$$\mu' = 41,2 \text{ kg} \quad \mu'' = 37,6 \text{ kg}$$

$k_1 = 85,5 \text{ kN/m}$ (valeur relative à l'échafaudage essayée en configuration a)).

$$k_R = 105 \text{ kN/m}$$

$$m_1 = 70 \text{ kg}$$

$$M = 70 + 41 = 111 \text{ kg}$$

$$\lambda = \frac{k_R}{k_1} = \frac{105}{85,5} = 1,228$$

$$\frac{\mu'}{M} = \frac{41,2}{111} = 0,37$$

$$\omega_1^2 = \frac{k_1}{M} = \frac{85,5}{0,111} = 770 (\text{rad/s})^2$$

$$\omega_2^2 = \frac{k_R}{\mu''} = \frac{105 \times 10^3}{37,6} = 2790 (\text{rad/s})^2$$

$$\omega_3^2 = \omega_1^2 (1 + \lambda) = 770 \times 2,228 = 1716 (\text{rad/s})^2$$

$$\omega_2^2 + \omega_3^2 = 2790 + 1716 = 4506 (\text{rad/s})^2$$

$$\mathcal{D} = 1 - \frac{4\omega_1^2 \omega_2^2}{(\omega_2^2 + \omega_3^2)^2} = 1 - \frac{4 \times 770 \times 2790}{4506^2} = 0,557 \quad \sqrt{\mathcal{D}} = 0,760$$

$$a^2 = -\alpha^2 = \frac{4506}{2} \times (1 + 0,76) = 3965 (\text{rad/s})^2 \quad a = 62,97 \text{ rad/s}$$

$$b^2 = -\beta^2 = \frac{4506}{2} \times 0,24 = 541,6(\text{rad/s})^2 \quad b = 23,27\text{rad/s}$$

$$P = \omega_2^2 + \frac{\lambda}{z} \omega_1^2 = 2790 + 3,32 \times 770 = 5346(\text{rad/s})^2$$

$$D_\alpha = 2 \times 3965 \times 4506 \times 0,76 = 27,16 \times 10^6 (\text{rad/s})^4$$

$$D_\beta = -2 \times 541,6 \times 4506 \times 0,76 = -3,709 \times 10^6 (\text{rad/s})^4$$

$$\frac{\alpha^2 + P}{D_\alpha} = \frac{5346 - 3965}{27,14 \times 10^6} = 50,84 \times 10^{-6} (\text{rad/s})^{-2}$$

$$\frac{\beta^2 + P}{D_\beta} = -\frac{5346 - 541,6}{3,709 \times 10^6} = -1,295 \times 10^{-6} (\text{rad/s})^{-2}$$

Lors d'une chute de plain-pied, la hauteur de chute est de 0,9 m et la vitesse de choc de 4,2 m/s.

Par suite,

$$2azV \frac{\alpha^2 + P}{D_\alpha} = 2 \times 50,84 \times 10^{-6} \times 62,97 \times 0,37 \times 4,2 = 9,950 \times 10^{-3}$$

$$2zg \frac{\alpha^2 + P}{D_\alpha} = 2 \times 0,37 \times 9,81 \times 50,84 \times 10^{-6} = 0,3691 \times 10^{-3}$$

$$2bzV \frac{\beta^2 + P}{D_\beta} = -2 \times 23,27 \times 0,3 \times 4,2 \times 1,295 \times 10^{-6} = -93,67 \times 10^{-3}$$

$$2zg \frac{\beta^2 + P}{D_\beta} = -2 \times 0,37 \times 9,81 \times 1,295 \times 10^{-6} = -9,40 \times 10^{-3}$$

$$AzV = \frac{Pzg}{\alpha^2 \beta^2} = \frac{5346 \times 0,370 \times 9,81}{3965 \times 541,6} = 9,036 \times 10^{-3}$$

La force maximale sur le ressort de raideur k_1 et donc la réaction R_{11} de la structure d'accueil ont pour expression :

$$\mathcal{F} = -R_{11} = m_1 g + k_1 x_1$$

Finalement, cette force exprimée en newtons, s'écrit :

$$\mathcal{F}(t) = -R_{11} = 1459 - 851 \sin 62,97t + 32 \cos 62,97t + 8009 \sin 23,27t - 804 \cos 23,27t$$

Les variations de \mathcal{F} en fonction de t sont représentée sur la figure II-2.

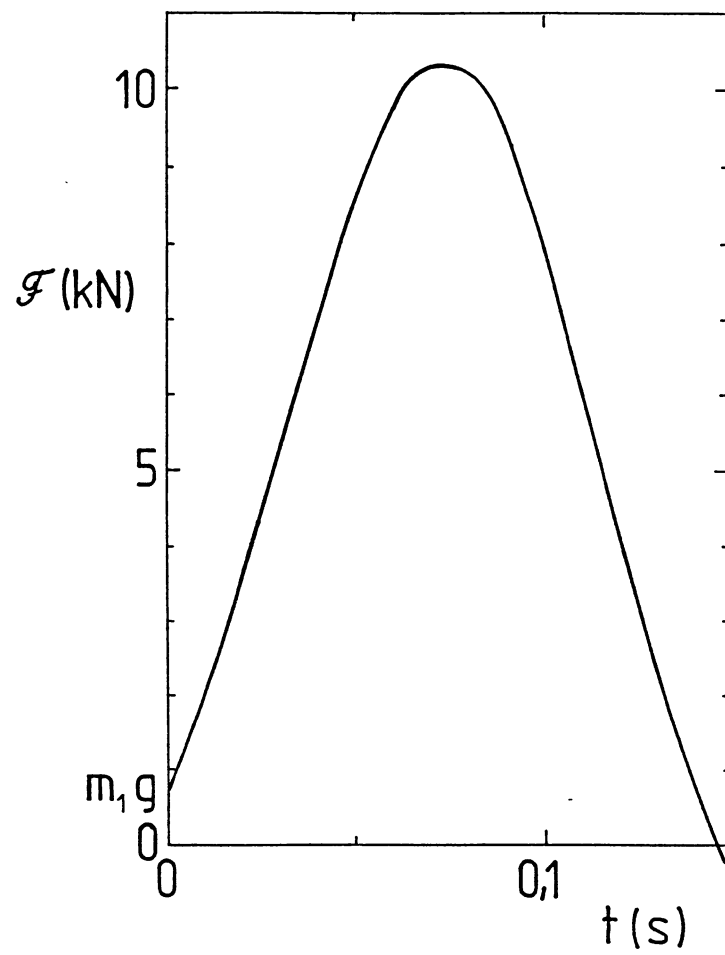


Fig. II-2 : Variations de la résultante dynamique sur un échafaudage de couvreur en fonction du temps, lors d'une chute de plain-pied.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Norme NF 93-351 - Equipement de chantier. Plates-formes de travail en encorbellement et support. Définition, caractéristiques, calculs, essais. AFNOR 1994.
- [2] FOURNIER R. - Protection collective périphérique des toitures de maisons individuelles. Décembre 1988. INRS PARIS.
- [3] FOURNIER R. - Travaux sur bâtiments existants. Etude de la stabilité des échafaudages, plates-formes, recettes et appareils de levage en porte à faux sur les façades des immeubles. Janvier 1992. INRS PARIS.
- [4] VOISIN J.C. - Communication personnelle.
- [5] PAUREAU J. - Plaques de couverture légère. Méthodes d'essais et coefficients de sécurité. Cahiers de Notes Documentaires, 1997, 168, pp. 453-461.
- [6] Norme NF P08-301 - Ouvrages verticaux des constructions. Essais de résistance aux chocs. Corps de chocs. Principes et modalités générales des essais de choc. Paris La Défense, AFNOR 1991, 10 p.
- [7] HARRIS M.C. et CREDE C.E. - Introduction to the Handbook. In HARRIS C.M. (Ed) Shock and vibration Handbook, 1988, Paris, Mac Graw Hill, pp 1-1, 1-26.
- [8] Temporary edge protection systems - Product specification, test methods. CEN/TC/WG 10 N66, 1997-07-24, 25 p.
- [9] AYRE R.S. - Transient response to step and pulse functions. in : HARRIS C.M. (Ed) Shock and vibration Handbook, 1988, Paris, Mac Graw Hill, pp 8-1, 8-54.
- [10] Décret du 8 janvier 1965 et textes d'application, modifié par décret n° 95-608 du 6 mai 1995. Mars 1997, INRS ED 535/OPPBTP 181, 136 p.
- [11] CRAM d'Ile de France, lettre du 20/01/98
- [12] ARCHER P. - Pour en finir avec les accidents d'échafaudages. OPPBTP. Cahiers des Comités de Prévention, 1995, n° 1/95, pp 11-16.
- [13] Arrêté préfectoral du 23 janvier 1989 du département du nord.
- [14] Dispositions imposant la fixation de systèmes de protection lors de la construction d'immeubles. Arrêté préfectoral n° 5329 du 22 juillet 1988 du département de la Drôme.
- [15] Mesures de protection applicables sur les chantiers du bâtiment et les travaux publics. Arrêté préfectoral du 25 mai 1984.
- [16] Décret n° 92-332 du 31 mars 1992, Article R 235-5, J.O. du 1er avril 1992, rectificatif J.O. du 1er août 1997. Voir aussi Pluyette J. Hygiène et Sécurité 23ème édition, 1997. Technique et Documentation. Paris. 2634 p.
- [17] Demande de Brevet FR 97 14851 - Dispositif d'absorption de choc, 26/11/96.